



# Unha experiencia e-Twinning de Matemáticas e ELE<sup>1</sup>: Matemáticas para viaxar ás cidades (in)visibles

M<sup>A</sup> DEL CARMEN BUITRÓN PÉREZ  
OLGA MARTÍNEZ CANCELAS

Este proxecto está destinado a un grupo de estudiantes do ensino secundario de distinta procedencia xeográfica, social e cultural. Combina o traballo nun escenario real, como é unha cidade en si mesma, coa experiencia de traballo nunha contorna virtual. Permitiu-lles aos estudiantes coñecer o noso patrimonio común da UNESCO e foi tamén unha ponte para o intercambio cultural e para achegar a Matemática nun contexto multilingüe e mesmo desde un punto de vista emocional.

**Palabras chave:** Competencias, Matemáticas, plurilingüismo, elearning, UNESCO.

## Unha experiencia e-Twinning de Matemáticas e ELE

*This project is aimed at a group of secondary school students from different geographical, social and cultural backgrounds. It combines the work in a real scenario as it is a city itself with the experience of working in a virtual environment. It has enabled them to know our Common Heritage of UNESCO and it has been also a bridge for cultural exchange and to approach Mathematics from a multilingual context and even from an emotional standpoint.*

**Key words:** Competences, Mathematics, multilingualism, elearning, UNESCO.

## 1. Introducción

A iniciativa que presentamos é un traballo de colaboración interdisciplinar entre dous institutos de educación secundaria europeos, enmarcada numa acción e-Twinning desenvolvida no curso académico 2012-2013.

Desde a súa adhesión á Unión Europea, os gobernos dos seus estados membros foron levados a impulsar melloras e redefinir os seus sistemas educativos tratando de crear un sistema que permita comparar, espallar, avaliar as competencias básicas e as mellores metodoloxías para a súa adquisición, nalgúns casos con reformas pouco afortunadas.

Nun marco internacional más amplio, na OCDE<sup>2</sup> xurdiron proxectos como DeSeCo<sup>3</sup> para a definición e selección de competencias esenciais que axuden a individuos e a sociedades a alcanzar as súas metas. A propia OCDE establece o tan cuestionado programa PISA<sup>4</sup> para levar a cabo a organización e implementación de diversas tarefas de avaliación do rendemento dos estudiantes.

<sup>1</sup>Español Lingua Estranxeira.

<sup>2</sup>Organización para a Cooperación e Desenvolvemento Económicos.

<sup>3</sup>Definición e selección de competencias clave.

<sup>4</sup>Programa internacional para a avaliación de estudiantes.

Paralela a estas iniciativas que tratan de cuantificar a práctica educativa, atópase a nosa realidade cotiá na aula, esa que nos permite recoñecer a diversidade dos nosos/as estudiantes, detectar a existencia neles e nelas de intelixencias diversas, tal como propuña o profesor Howard Gardner na súa *Teoría das Intelixencias Múltiples* (1983), modos diferentes de comprender a realidade, nos que non só son importantes os aspectos cognitivos na adquisición do coñecemento, senón o papel da personalidade, as emocións e o contexto cultural no que se desenvolven.

Por outra banda, xa en 1959, o teólogo, filósofo e pedagogo checo Jan Amos Komenský (considerado por moitos o Pai da Pedagogía moderna) na súa obra *Orbis Sensualium Pictus* (O mundo sensible en imaxes) introduciu de xeito prematuro o valor do audiovisual na educación. Hoxe en día, o potencial das tecnoloxías en xeral, e do audiovisual en particular, nun escenario de aprendizaxe é incuestionable, se ben, citando a Cabero: “hai que ver as tecnoloxías como medio e recurso didáctico, mais non como a panacea que resolverá as problemáticas dentro do ámbito educativo”.

Partindo das anteriores premisas, o proxecto *Matemáticas para viaxar ás cidades (in)visibles* ofrece aos alumnos un escenario multimedial para que descubran a través da exploración dunha cidade, as múltiples ópticas desde as cales esta pode ser analizada: matemática, artística, literaria, social, emocional,... conectando de maneira directa cos aspectos de adquisición de competencias anteriormente citados.

Existen precedentes de experiencias similares que buscan a contextualización das matemáticas nun espazo urbano en distintas comunidades españolas como os Paseos Matemáticos, a Fotografía Matemática de rúa, etc,... mais esta proposta combina o traballo nun escenario “real” como é o da propia cidade coa experiencia de traballo nun escenario virtual (a plataforma Twinspace), que contén recursos multimedia variados facilitadores do propio contacto entre estudiantes de realidades xeográficas, sociais e culturais diferentes. Preséntase aos alumnos/as como unha oportunidade para coñecer o noso Común Patrimonio da UNESCO, pero tamén como unha ponte de intercambio cultural e de achegamento a diversas disciplinas académicas, como pode ser o caso máis concreto das matemáticas, descubrindo a súa dimensión emocional – un interesante aspecto desenvolvido por Inés María Gómez Chacón en *Matemática emocional* (2000).

## 2. A proposta

### TÍTULO

O título do proxecto está inspirado na obra do escritor Italo Calvino *As cidades invisibles* (1972), quen á súa vez reinterpreta as viaxes de Marco Polo. “Explora todas as costas e busca esa cidade. Despois volve para dicirme se o meu soño resposta á verdade”, ordénalle Kublai Khan a Marco Polo en *as cidades invisibles*, o relato de Italo Calvino que convida a emprender a marabillosa viaxe dos mundos imaxinarios. Un relato que abre as portas a esa diversidade de miradas das cidades (cidade visible vs cidade invisible). Cada cidade fálanos, precisamente como resultado dun diálogo aberto entre ela e os seus cidadáns, que alimentan un intercambio cultural permanente cos que nos achegamos a ela como visitantes ou viaxeiros. Unha interesantísima aportación á explotación didáctica desta obra na aula de matemáticas, e en particular ao noso proxecto, foi tamén a colección de artigos *En las ciudades invisibles* de Miquel Albertí Palmer na revista *SUMA* (Números 53-61).

### IDIOMA

O proxecto desenvólvese en español, lingua que os alumnos galegos utilizan para comunicarse co grupo checo e viceversa. Os alumnos do centro checo cursan o seu segundo ano de estudos de español como lingua estranxeira así que algúns materiais de apoio e recursos tamén foron proporcionados en checo, para facilitar a comprensión de aspectos matemáticos ou literarios más complexos. En cada grupo os estudiantes relaciónanse entre si na súa lingua materna, galego e checo respectivamente. Algunhas publicacións xerais no Twinspace

(Proposta de Proxecto, Blog e Diario de Proxecto) fanse en inglés para dar maior difusión ao mesmo a nivel internacional.

## PARTICIPANTES

Alumnos partipantes: 44, idades: 14-15 anos.

## TEMPORALIZACIÓN

Febreiro a Xuño de 2013.

## PROCESO DE TRABALLO

Os alumnos, traballando en pequenos grupos, exploran e describen cidades de España e República Checa, relacionando aspectos urbanos, arquitectónicos, paisaxísticos, históricos, turísticos,... coas matemáticas, astronomía, cinema, literatura, tecnoloxía, expresión plástica e audiovisual,... todo iso integrado nun mesmo proxecto.

Como actividade final, cada grupo crea a súa propia cidade imaxinaria.

O traballo desenvólvese a través da plataforma de colaboración Twinspace, combinando os recursos que este espazo proporciona (wiki, foro, chat,...) con outros externos: (Webquest, Skype,...).

Desde o punto de vista das matemáticas, é unha forma de traballar comprendendo que estas forman parte da cultura das civilizacións e que están presentes en todo tipo de situacións cotiás, por exemplo, ao percorrer unha cidade.

Desde o punto de vista do estudo do Español como Lingua Estraneira (ELE) é unha nova forma de coñecer e achegarse ao idioma e á cultura española, aprendendo vocabulario específico de matemáticas en español.

## ETAPAS DO PROXECTO E METODOLOXIA

**ETAPA 0:** Planificación e deseño do proxecto entre o centro español e checo (a través de videoconferencia).

**ETAPA 1:** Presentación das cidades (in)visibles.

Seleccionánse doce cidades europeas: seis españolas (Barcelona, Granada, Madrid, Santiago de Compostela, Toledo e Valencia) e seis checas (Brno, Český Krumlov, Lednice, Praga, Telč e Žďár nad Sázavou.). O criterio para elixir estas cidades foi ser cidades patrimonio da UNESCO<sup>5</sup>, ou ben que nelas existise algún monumento listado por este organismo.

*Metodoloxía:*

Os alumnos, traballando en pequenos grupos preparan:

- Unha postal adiantando algunas ideas relacionadas coas matemáticas coas que traballan máis adiante en cada unha das cidades elixidas. A idea é facer un cartel dixital con estas postais para incorporar na plataforma Twinspace.
- Unha presentación breve en formato dixital con datos básicos dunha das cidades: localización, número de habitantes, algún apuntamento histórico,.... O obxectivo é presentarse a través de videoconferencia e dar a coñecer aos demais cada unha destas cidades (para as presentacións: Openoffice Impress, Powerpoint, Prezi, Slideshare..., para a videoconferencia Skype). As presentacións incorpóranse despois a un blog na plataforma Twinspace para que todos poidan velas offline, enviarse comentarios, suxestións e correccións sobre elas.

---

<sup>5</sup>Organización das Naciones Unidas para a Educación, a Ciencia e a Cultura.

## ETAPA 2: Descubrimos as matemáticas nalgunhas cidades checas/españolas.

### I. Cidades checas

Nesta actividade o obxectivo é que os mozos e mozas descubran conceptos matemáticos que se poden atopar nestas cidades, ademais de explorar outros aspectos urbanísticos, históricos, artísticos...

Esta parte está preparada para o grupo de alumnos e alumnas checos da seguinte forma:

Deseñouse unha unidade didáctica en formato dixital (PDF) na que se describen as tarefas que deben realizar os alumnos en cada cidade.

No conxunto de propostas destas unidades didácticas tentouse que os alumnos traballen diversas competencias dentro das áreas de aritmética, xeometría, análise e/ou álgebra.

Os recursos utilizados nesta actividade foron diversos: computadores, ipad, programas de xeometría dinámica (Geogebra), vídeo,... e tamén materiais manipulativos: cartas, escarvadentes, cordas, planos,....

Os temas desenvolvidos en cada cidade cítanse a continuación:

- \* **Brno:** A vila Tugendhat en Brno. A Bauhaus e Mies Van der Rohe. A construcción do rectángulo áureo. O rectángulo áureo na VillaTugendhat. A cruz grega e o cadrado. Os mosaicos de Escher. Comentario final e conclusións.
- \* **Český Krumlov:** Circunferencia, elipse, hipérbole e parábola. Apolonio de Perga. Sección dun cilindro. O método do xardineiro. Hypatia. O auditorio rotatorio de Český Krumlov. Propiedades acústicas e ópticas dunha elipse. Comentario final.
- \* **Lednice:** A Universidade de Gregor Mendel e os xardíns de Lednice. O deseño de xardíns e as súas formas xeométricas. O cálculo con fraccións nos xardíns de Lednice. Conclusións.
- \* **Praga:** Os sistemas de numeración. A civilización babilónica. A medida do tempo no reloxo de Praga. Os números de Schwabacher. Os personaxes do reloxo. A posición do Sol e a Terra. Tycho Brahe, Copérnico, Galileo e Kepler. Comentario final.
- \* **Telč:** Os movementos no plano: translacións, rotacións, xiros e simetrías. A praza de Telč e as súas casas. Os naipes españois. Máis simetrías en funcións e naipes. Benvida ao mundo das sucesións numéricas. Comentario final e conclusións.
- \* **Ždár nad Sázavou:** O decágono regular e o pentágono regular. A medida áurea. Dalí e o número de ouro. A capela de Zelená Hora en Ždár nad Sázavou: formas xeométricas e proporción áurea en Zelená Hora. Conclusións.

#### *Metodoloxía:*

Esta tarefa desenvólvese utilizando a wiki que proporciona o Twinspace. Esta é unha das partes do proxecto que necesita maior apoio. Aproximadamente 2-3 sesións na aula para a preparación de cada cidade. O proceso de traballo foi o seguinte: preparación antes da sesión de traballo de cada cidade da unidade en PDF e un guión na wiki cos apartados de cada actividade, que despois os alumnos/as debían cubrir. Para o traballo desenvolvido na aula dividiuse a clase en 5 grupos. Cada unidade tiña entre 4-5 tarefas e unha última actividade de conclusións, así que cada grupo ocupábase de preparar unha destas tarefas e despois facíase unha posta en común. Un dos grupos era finalmente o responsable de subir as conclusións e terminar de editar na wiki o traballo correspondente. Unha vez que os estudiantes incorporan toda a información, quedaba dispoñible para que os alumnos españois coñecesen o seu traballo e puidesen incluír comentarios sobre o mesmo.

### II. Cidades españolas

Esta parte está preparada para o grupo de alumnos e alumnas galegos da seguinte forma:

Preparouse unha unidade didáctica en formato dixital (Webquest) para incorporar no Twinspace na que se describen as tarefas que deben realizar os alumnos en cada unha das cidades españolas:

- \* **Barcelona:** Parábola ou catenaria: Saberemos más que Galileo Galilei?
- \* **Granada:** A bela xeometría da Alhambra.
- \* **Madrid:** O Escorial: Arte e Ciencia.
- \* **Santiago de Compostela:** O barroco compostelán.
- \* **Toledo:** Introdución á notación posicional.
- \* **Valencia:** A lonxa de Valencia: os seus arcos e columnas.

No conxunto de propostas de traballo tentouse que os alumnos traballen diversas competencias dentro das áreas de aritmética, xeometría, análise e/ou álgebra. Os recursos utilizados nesta actividade foron diversos: computadores, programas de xeometría dinámica (Geogebra),... e tamén materiais manipulativos: construcións de papel, cordas,...

*Metodoloxía:*

Esta tarefa desenvolvérona en pequenos grupos os alumnos/as principalmente en horario extraescolar. Dedicáronse algunas sesións na aula para asesoralos sobre o seu traballo, corrección de errores, posta a punto de formatos dixitais para as presentacións,... Os propios estudiantes incorporan toda a información que elaboran seguindo as pautas das Webquest ao Twinspace quedando así dispoñible para que os alumnos checos coñecesen o seu traballo e puidesen incluír comentarios sobre o mesmo.

### **ETAPA 3: ¡Imos de viaxe!**

Nesta actividade o obxectivo é que os mozos e mozas planifiquen unha viaxe con gastos, horarios, rutas,... para atoparse nalgúnha cidade española. A información foi presentada en formatos diversos: Prezi, Folla de cálculo Excel, vídeo,...

*Metodoloxía:*

Esta tarefa foi elaborada en pequenos grupos os alumnos/as en casa e despois incorpórarse ao Twinspace para que todos sexan partícipes do traballo dos demais e poidan incluír comentarios sobre o mesmo.

### **ETAPA 4: Os mapas, as escalas, as coordenadas e os vectores.**

Esta actividade estaba dirixida especificamente ao alumnado checo. A materia na cal se integrrou o proxecto para este grupo de estudiantes ten como obxectivo específico a aprendizaxe de “Vocabulario científico en español”, de xeito que o propio proxecto foi aproveitado para desenvolver os contidos concretos do tema de vectores, coordenadas, direccións, escalas e distancias no plano.

*Metodoloxía:*

Nesta tarefa os alumnos traballan con Google Maps e planos diversos en papel. O principal obxectivo é aprender a expresar en español conceptos relacionados co cálculo de distancias, posición, coordenadas, direccións, vectores...

### **ETAPA 5: Do microcosmos ao macrocosmos, a xeometría fractal, as cidades imaxinarias.**

Esta é a actividade final do proxecto. Nela trátase de facer unha reflexión entre todos sobre todo o traballo desenvolvido e que desta experiencia os estudiantes preparen, en pequenos grupos, un relato sobre unha cidade inventada por eles mesmos, incluíndo voluntariamente algúns deseño plástico da mesma.

*Metodoloxía:*

Os alumnos reciben como material algúns fragmentos das cidades invisibles de Italo Calvino –no caso dos alumnos/as checos/as este texto facilitaselles en checo– e tamén algúns fragmentos dos relatos de Marco Polo. Unha vez preparados os traballos e corrixidos publícase unha compilación en formato dixital con todas as historias inventadas.

## **ETAPA 6: Avaliación e FIN do proxecto.**

Actividade final para avaliar e concluir o proxecto. Nesta parte tentamos recoller as impresións xerais dos estudantes a través dunhas enquisas, que eles/as cubriron na aula. Nesa sesión aproveitamos ademais a ocasión para intercambiar con eles opinións sobre o traballo realizado ao longo destes meses. Fíxose unha análise das enquisas, que está dispoñible en formato dixital no espazo de traballo Twinspace.

Cada unha das coordinadoras elaborou un documento cunha avaliación persoal da experiencia, que está tamén a disposición pública no Twinspace, por se poidese resultar de interese.

## **INTEGRACIÓN DO PROXECTO NOS PLANS DE ESTUDOS**

### **Centro español:**

A parte matemática traballada: cónicas, polígonos regulares, aritmética, mosaicos, progresións, número áureo, áreas e perímetros, distancias, vectores, historia das matemáticas,... forma parte do currículum da materia de matemáticas de 3º ESO. Só a catenaria é un concepto novo, pero coa axuda de Geogebra quedou claro.

### **Centro checo:**

A materia na que se integrrou o proxecto é Lingua Española (concretamente a parte de vocabulario científico específico de ciencias, que tradicionalmente no centro imparte un profesor de ciencias). Todas as actividades encaixan perfectamente no plan de estudos desta materia.

## **COLABORACIÓN ENTRE CENTROS**

A colaboración entre os dous centros foi constante e permanente. Desenáronse todas as actividades convxuntamente entre as coordinadoras de cada centro e fíxose un seguimento continuo en cada centro. Valoráronse convxuntamente as dificultades e a marcha das actividades para detectar problemas e facer os cambios convenientes.

Os estudantes interactuaron a través da videoconferencia e a través do foro (como se pode ver no rexistro de actividade do mesmo) cos compañeiros/as do outro centro, pero tamén entre eles comentado os traballos dos seus iguais. Á marxe do proxecto, por iniciativa dos propios alumnos, intercambiaron os seus contactos persoais de Facebook e algúns seguen en contacto a través deste medio.

A colaboración e asesoramento doutros profesores do centro foi importante para levar a cabo algunas das tarefas propostas.

## **USO DAS TIC**

### Recursos de software e hardware:

Presentacións dixitais con Prezi, Openoffice, Powerpoint, vídeo, slideshare, Picasa, Isuu, Glogster, Gimp,... Geogebra, Excel, Openoffice calc, Google Maps, Webquest, wiki, blog, Skype.

Dispositivos móveis: teléfonos, iPad, tradutores dixitais,...

Invención dun café imaxinario: *Café Urbanita* a través dun foro como un lugar de reunión virtual para falar non só do proxecto senón expresarse abertamente e coñecerse máis.

Destacamos nesta parte a importancia da aprendizaxe entre iguais no uso dalgunhas destas ferramentas.

## **3. Competencias matemáticas**

O desenvolvemento e mellora de varias das competencias básicas acádase plenamente no proxecto en diversos eidos: matemáticas, comunicación lingüística e, por suposto, en TIC. Ademais, a contribución á competencia social e cidadá ten unha presenza importante, intrínseca aos proxectos e-Twinning, e de feito é un

aspecto destacado polas alumnas e alumnos na avaliación. En canto á competencia cultural e artística é igualmente claro o papel relevante que xogou nesta experiencia e que foi ampliamente desenvolvida. O incremento da autonomía e iniciativa persoal no alumnado foi reflectido con moita claridade no seu xeito de traballar e no proceso de desenvolvemento das diversas etapas do proxecto. Ademais os propios estudiantes manifestaron o seu desexo de continuar co traballo, é dicir, a súa vontade de seguir aprendendo.

## 4. Continuidade e transferibilidade

As cidades sobre as que traballamos foron elixidas por seren patrimonio da UNESCO e/ou con monumentos de interese cultural listados por este Organismo, para poder acoutar o proxecto. No entanto, pola propia natureza da experiencia, trátase dun produto doadamente transferible a calquera outra cidade e mesmo a outros niveis educativos e materias diferentes, engadindo por exemplo actividades concretas á Wiki ou ás Webquest segundo as necesidades. Temos intención de dar continuidade ao proxecto a partir de febreiro de 2014 incluíndo socios de máis países.

## 5. Conclusíons e resultados

O resultado máis satisfactorio é que os alumnos expresasen que disfrutaron traballando en grupo, que lles gustaría continuar en contacto, seguir con este proxecto e mesmo coñecese persoalmente, co cal un dos importantes obxectivos de e-Twinning de achegamento entre culturas queda plenamente conseguido.

Ademais, o alumnado aprendeu a elaborar o seu propio material, buscar información de forma crítica, desenvolvendo técnicas de comunicación para presentar esa información aos demais, o cal é moi valioso para eles mesmos no futuro e para calquera outra actividade que desenvolvan no centro educativo.

Todos os materiais desenvolvidos no proxecto son de libre acceso a través da dirección web:

<http://new-twinspace.etwinning.net/web/p94460/welcome>

## 6. Recoñecementos

O presente proxecto foi recoñecido cun Selo de Calidade Nacional en España e un Selo de Calidade Nacional na República Checa polos Servizos Nacionais de Apoio español e checo respectivamente. Tamén foi galardoado cun Selo de Calidade Europeo polo Servizo Central de Apoyo de e-Twinning en Europa.

Este recoñecemento supón un enorme estímulo para todas as persoas que traballamos nesta experiencia, que non sería posible sen o apoio e colaboración de moitos dos nosos compañeiros e compañeiras nos nosos respectivos centros de traballo, da incuestionable ilusión, esforzo e motivación dos alumnos e alumnas que participaron nesta iniciativa e da boa disposición e vontade da dirección dos nosos centros. O noso máis sincero agradecemento a todos eles.

## Referencias

### Bibliográficas

- [1] F. Alaminos, X. Barral, J. Lotz, T. Veser, *Patrimonio del mundo (Europa Meridional)*, Plaza&Janés Editores, S.A. y Verlagshaus Stuttgart, con la colaboración de la UNESCO, 2001.
- [2] M. Albertí Palmer, “En las ciudades invisibles i-ix”, *SUMA*, Números 53-61, (2006-2009).
- [3] I. Calvino, *Las ciudades invisibles*, Siruela, Madrid, 2012.

- [4] I. Calvino, *Neviditelna mesta*, Dokořan, Praha, 2007.
- [5] R. Dey, J. Holzwarth, J. Lotz, M. Schmidt, T. Veser, *Patrimonio del mundo (Europa central y septentrional)*, Plaza&Janés Editores, S.A. y Verlagshaus Stuttgart, con la colaboración de la UNESCO, 2001.
- [6] H. Gardner, *Teoría de las inteligencias múltiples*, Paidos Ibérica, Barcelona, 2005.
- [7] I. Gómez Chacón, *Matemática emocional (Los afectos en el aprendizaje matemático)*, Narcea, S.A. de ediciones, Madrid, 2008.
- [8] M. Lundyová, *Posvátná geometrie*, Dokořan, Praha, 2013.
- [9] M. Polo, *Libro de las cosas maravillosas*, Editor José J. de Olañeta, Palma de Mallorca, 2002.
- [10] Scot Olsen, *Záhadný zlatý řez*, Dokořan, Praha, 2013.
- [11] Š. Voráčová a kolektiv, *Atlas Geometrie. Geometrie krásná a užitečná*, Academia, Praha, 2012.
- [12] V. Sedláček, *El reloj astronómico en Praga*, Agencia ProVás, s.r.o, Praga, 2006.
- [13] VVAA (Ludwig Mies van der Rohe's Comission in Brno), *Villa Tugendhat*, Brno City Museum, Brno, 2011.

### En internet

- [14] J. Cabero, <http://tecnologiaedu.us.es/images/stories/jca51.pdf>
- [15] J. Mora, <http://jmora7.com/Mosaicos/index.html>
- [16] A. Pérez Sanz, <http://platea.pntic.mec.es/aperez4/masmenos.htm>
- [17] M. Sada, <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/escher.htm>
- [18] Página web da OCDE, <http://www.oecd.org>
- [19] Página web do proxecto DeSeCo, <http://www.deseco.admin.ch>
- [20] Página web da UNESCO, <http://www.unesco.org>

Outros recursos secundarios son citados nas unidades didácticas elaboradas para cada actividade concreta do proxecto.



Figura 1: Brno



Figura 2: Brno



Figura 3: Brno



Figura 4: Brno



Figura 5: Galicia



Figura 6: Galicia



Figura 7: Galicia



Figura 8: Galicia