

XVI REBUMBIO MATEMÁTICO

Curso 2021 - 2022

Fase Final

Facultade de Ciencias da Educación. A Coruña, 27 de maio de 2022

ORGANIZA:



AGAPEMA

PATROCINA:



Ayuntamiento de A Coruña
Concello da Coruña

COLABORA:



XUNTA
DE GALICIA

CONSELLERÍA DE
CULTURA, EDUCACIÓN
E UNIVERSIDADE



Dámosvos a benvida á Fase Final do XXI Rebumbio Matemático.

Para que poidades acadar un bo resultado nesta proba, pregámosvos que leades as seguintes normas coa maior atención.

- 1.- **NON tracedes ningunha marca nin escribades nada neste caderniño.** Cando rematedes de resolver os problemas, devolverédesnolo para que vos digamos o que facer con el.
- 2.- Para redactar a resposta de cada problema tendes que utilizar as follas que están destinadas a ese cometido. Pegade unha das etiquetas que identifican ao voso equipo sobre o lugar que indicamos en cada *folla de resposta*.
- 3.- As respuestas deben estar escritas con bolígrafo de tinta azul ou negra. **NON podedes utilizar lapis nin bolígrafo de tinta encarnada.**
- 4.- Se o espazo da *folla de respuesta* asignada a un problema vos resulta insuficiente para redactar a solución completa, podedes utilizar un folio para rematar a resposta. Neste caso, debedes colocar unha *etiqueta identificativa* na esquina superior dereita do anverso do folio. **NON utilices o mesmo folio para redactar respuestas de dous problemas diferentes.**
- 5.- **NON se permite a utilización de libros de texto nin de aparellos conectados a redes, como teléfonos móbiles ou outros dispositivos similares.**
- 6.- Para dar solución aos problemas números 1, 4 e 5, debedes consultar as informacións que se facilitan nas páxinas centrais deste caderniño. Por este motivo, neses problemas aparece o seguinte distintivo:

<input type="checkbox"/>	Dámosvos
<input type="checkbox"/>	información útil
<input type="checkbox"/>	para resolver
<input type="checkbox"/>	este problema
<input type="checkbox"/>	nas páxinas
<input type="checkbox"/>	centrais
<input type="checkbox"/>	do caderniño

Problema número 1

Anos Xacobeos pasados e futuros

Na seguinte
páxina
dámovos
información útil
para resolver
este problema

A construción inicial da *Igrexa de Santiago*, a máis antiga da cidade, levantouse no século XII. Este lugar foi o punto inicial da ruta a Compostela para milleiros de peregrinos do norte de Europa que, entre os séculos XIII e XV, chegaron por mar á Coruña desde portos ingleses.

Xusto detrás da ábsida do templo, atópase o fito de pedra sobre o que se indica que nos atopamos a 72,804 km da *Catedral Compostelá*. Aquí comeza *unha* das variantes do *Camiño Inglés*.



Xa sabedes que, aínda que este ano teñamos unha prórroga, o *Ano Xacobeo* foi o 2021 (*once anos despois do Ano Xacobeo anterior*).

Hai sempre os mesmos anos entre dous Xacobeos consecutivos?

A resposta é negativa! Os *anos bisestos* inflúen na separación dos *Anos Xacobeos*.

Utilizade as informacións que vos damos nas páxinas centrais para resolver as seguintes cuestiós:

- Sinalade, na *Táboa 1* da folla de respuestas, todos os *anos bisestos* do século XXI.
- Sinalade, na *Táboa 2*, todos os *Anos Xacobeos* do século XXI. Cuntos Anos Santos haberá neste século, sen ter en conta o ano 2022?
- En que anos do século XXI se producen coincidencias de ano bisesto e Xacobeo?
- Cal foi o *primeiro Ano Xacobeo* deste século XXI? Cal será o *último*?

Sabedes que o 27 de maio de 2021 foi xoves...?

...pois hoxe, 27 de maio de 2022 é venres!

... e o 27 de maio de 2023 será sábado!

... pero o 27 de maio de 2024 vai ser luns!!!

E isto por que? Pois porque, en 2024, o mes de febreiro terá 29 días!

Cando un ano é bisesto?

Un ano é **bisesto** cando o mes de febreiro ten **29 días**.

Os anos bisestos **son múltiplos de 4**. Este ano **non é bisesto** porque 2022 **non é múltiplo de catro**.

Ademais, hai que ter presente:

Os anos rematados en **00** (**que son múltiplos de catro!**) **unicamente** son bisestos cando, **ademas**, son múltiplos de 400.

Por exemplo, o ano 1900 non foi bisesto (é múltiplo de 4 pero non de 400); agora ben, o ano 2000 foi bisesto.

En resumo:

Son anos bisestos os que sexan múltiplos de 4 e non rematen en 00. Os anos que rematan en 00 só son bisestos cando son múltiplos de 400.

Como están distribuídos os Anos Xacobeos do século XXI?

Se comezamos a contar os *Anos Santos* desde o **primeiro Ano Xacobeo celebrado no século XXI** constataremos que as celebracións se repiten axustándose ao número de anos da seguinte secuencia: **6-11-6-5, 6-11-6-5, ...**

A secuencia é válida **ata o 2094**. Despois do 2094, haberá aínda un último Ano Santo neste século.

XXI REBUMBIO MATEMÁTICO GALEGO
FASE FINAL
27 maio 2022

(Colocade aquí unha
etiqueta identificativa)

Resolución do Problema n.º 1

Anos bisestos no século XXI

2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040
2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048	2049	2050
2051	2052	2053	2054	2055	2056	2057	2058	2059	2060
2061	2062	2063	2064	2065	2066	2067	2068	2069	2070
2071	2072	2073	2074	2075	2076	2077	2078	2079	2080
2081	2082	2083	2084	2085	2086	2087	2088	2089	2090
2091	2092	2093	2094	2095	2096	2097	2098	2099	2100

Táboa 1

Anos Xacobeos no século XXI

2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
2031	2032	2033	2034	2035	2036	2037	2038	2039	2040
2041	2042	2043	2044	2045	2046	2047	2048	2049	2050
2051	2052	2053	2054	2055	2056	2057	2058	2059	2060
2061	2062	2063	2064	2065	2066	2067	2068	2069	2070
2071	2072	2073	2074	2075	2076	2077	2078	2079	2080
2081	2082	2083	2084	2085	2086	2087	2088	2089	2090
2091	2092	2093	2094	2095	2096	2097	2098	2099	2100

Táboa 2

Problema número 2

Vivir na Coruña

Arximiro traballa na Coruña e, a comezos deste ano, dedicouse á ardua tarefa de intentar comprar un piso na cidade, para vir coa súa familia.

Por andar nestas ocupacións, o 8 de febreiro, chamou a súa atención un artigo que apareceu ese día no xornal *La Opinión*.

O artigo que citamos, facendo referencia aos anos comprendidos entre o 2001 e 2021, trataba da evolución dos prezos da vivenda, tendo en conta as variacións que se producen nas distintas zonas da cidade.



Praza Fábrica de Tabacos (A Coruña)

Arximiro reparou nalgúns dos **prezos medios** asignados a cada **metro cadrado** de superficie construída, e resumiunos na seguinte táboa:

Prezos medios no 3.º trimestre dos anos elixidos		
Ano 2008	Ano 2014	Ano 2021
2378 €/m ²	1465 €/m ²	1875 €/m ²

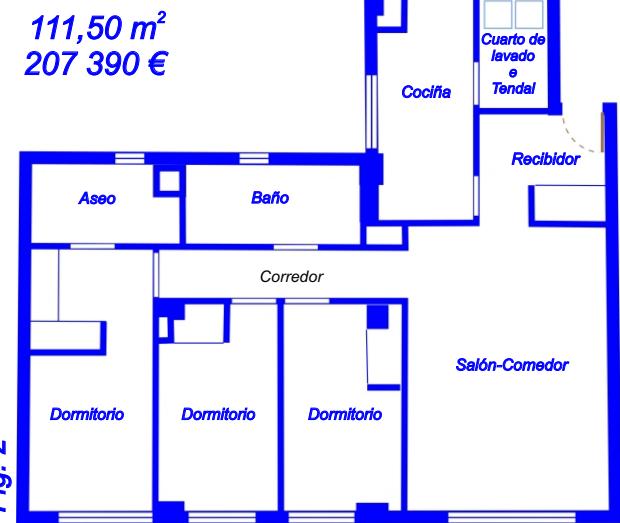
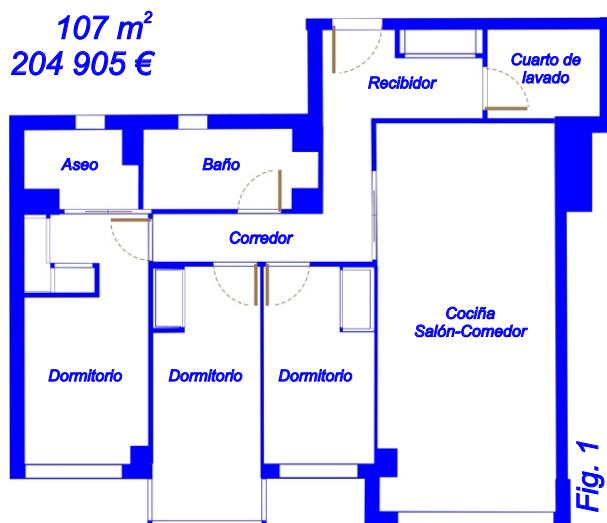
A partir dos datos anteriores, dade resposta ás seguintes preguntas:

- Canto baixou o prezo medio por metro cadrado entre os anos 2008 e 2014? Como variou desde 2014 a 2021?
- Cal sería o prezo dun piso de 100 m² a razón dos prezos medios en cada un dos anos citados na táboa?
- Nas súas visitas a distintas inmobiliarias da cidade, Arximiro fixouse en dous pisos dos que reproducimos os planos nas figuras 1 e 2 da folla de respuestas. Indagade se o importe destes pisos, está por enriba ou por debaixo do *prezo medio* correspondente ao ano 2021.
- Expresade, utilizando porcentaxes, cales foron as variacións entre os anos de inicio e final dos seguintes períodos: 2014-2021, 2008-2021.

XXI REBUMBIO MATEMÁTICO GALEGO
FASE FINAL
27 maio 2022

(Colocade aquí unha
etiqueta identificativa)

Resolución do Problema n.º 2



Problema número 3

O tren que me leva

A casa de Antón está a pouco máis de cincocentos metros da *Estación de ferrocarril de San Cristovo*, xusto en fronte do seu colexio, o *CEIP San Francisco Javier*.

Antón é alumno de sexto e aproveita calquera ocasión que veña ao caso para deixar constancia de que a súa irmá Sara é unha *crack* das matemáticas.

Sara é estudiante de primeiro curso na *Facultade de Matemáticas da Universidade de Santiago de Compostela*. Vive na Coruña cos seus pais e co seu irmán e, nos días lectivos, fai viaxes de ida e volta en tren ata Santiago para asistir ás clases.

Cada fin de semana, Sara prepara a planificación da semana seguinte tendo en conta os horarios das clases, o tempo empregado nos traxectos que percorre a pé, e as horas de saída e chegada dos trens.



Estación de San Cristovo (A Coruña)

As clases na Facultade comezan a partir das **nove en punto** e cada clase dura **unha hora**, pero o horario de Sara non é o mesmo todos os días. Ela marcha sempre da súa casa cando falta *exactamente* un cuarto de hora para a saída do tren.

Na folla de respuestas deste problema, dámossvos os datos que necesitades. Tende en conta ademais que, o venres 29 de abril, Sara unicamente asistiu ás tres primeiras clases porque debía volver á súa casa antes de acudir a unha cita médica na Coruña.

Estas son as preguntas:

- a) Centrádevos nos días **27 e 29 de abril**, mércores e venres, para responder as seguintes cuestiós en cada unha desas datas:
 - a₁) A que hora saíu Sara da súa casa?
 - a₂) A que hora entrou na Facultade?
 - a₃) Canto tempo faltaba para o inicio da súa primeira clase cando entrou na Facultade?
- b) En relación cos **desprazamentos en tren** nas **viaxes de ida**, en que días da semana o tempo do percorrido foi máximo e en cales foi mínimo? Cal foi a duración deses tempos?
- c) A **viaxe de volta en tren** do **xoves 28** tivo unha duración de **37 min**, mentres que a do **venres 29** durou **28 min**:
 - c₁) A que horas chegou á súa casa en cada un deses dous días?
 - c₂) Cal é a diferenza de tempo entre esas dúas horas de chegada?

XXI REBUMBIO MATEMÁTICO GALEGO
FASE FINAL
27 maio 2022

(Colocade aquí unha
etiqueta identificativa)

Resolución do Problema n.º 3

Planificación para a semana do 25 de abril ao 1 de maio

Horario de clases

Luns	Martes	Mércores	Xoves	Venres
09:00 Biología Básica	Biología Básica			Espacios Vectoriales e Cálculo Matricial
Espacios Vectoriales e Cálculo Matricial	Espacios Vectoriales e Cálculo Matricial		Topología de Espacios Euclidianos	Biología Básica
Topología de Espacios Euclidianos		Espacios Vectoriales e Cálculo Matricial		Biología Básica
Integración de Funciones dunha Variable Real	Integración de Funciones dunha Variable Real	Continuidade e Derivabilidade de Funciones dunha Variable Real	Integración de Funciones dunha Variable Real	Continuidade e Derivabilidade de Funciones dunha Variable Real
Continuidade e Derivabilidade de Funciones dunha Variable Real	Continuidade e Derivabilidade de Funciones dunha Variable Real	Integración de Funciones dunha Variable Real		Continuidade e Derivabilidade de Funciones dunha Variable Real

Clases Expositivas
Seminarios
Laboratorios

Desprazamentos en tren

Viaxes de ida

Orixe: A Coruña

Destino: Santiago de Compostela

	Luns	Martes	Mércores	Xoves	Venres
Saída	08:00	08:00	09:30	09:00	08:05
Chegada	08:28	08:28	10:10	09:28	08:32

Viaxes de volta

Orixe: Santiago de Compostela

Destino: A Coruña

	Luns	Martes	Mércores	Xoves	Venres
Saída	14:44	14:44	14:44	14:05	13:05
Chegada	15:12	15:12	15:12	15:12	

Distancias percorridas a pé e tempos empregados en cada andaina



Problema número 4

Simetrías

Na seguinte
páxina
dámosvos
información útil
para resolver
este problema

Noa é alumna de 6.^º B nun colexio da Coruña. Hai unhas tres semanas, nas clases de matemáticas, fixeron algunas investigacións relacionadas coa *descripción de posicións e movementos de figuras planas*.

O profesor propuxo como tarefa para o seu alumnado, que cada compoñente do grupo debía presentar dúas fotos tomadas na cidade e explicar na aula a relación que había entre os motivos fotografados e os conceptos de *translación, xiro ou simetría*.



Fachada posterior do Teatro Rosalía de Castro (A Coruña)

Unha das fotos de Noa parecíase moito a esta que aparece aquí. Como podedes observar, a fachada posterior do *Teatro Rosalía de Castro* non deixa dúbidas da súa evidente simetría respecto dun imaxinario eixe vertical central.

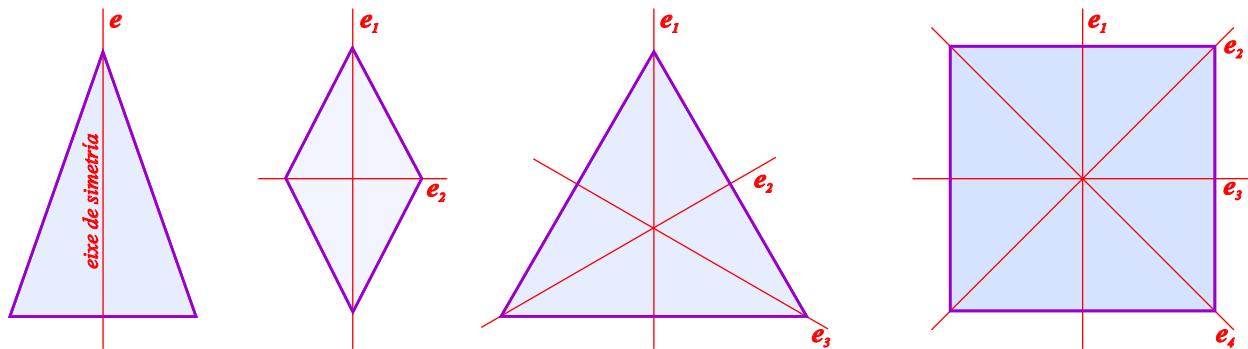
Utilizade os correspondentes debuxos que aparecen na folla de respostas para resolver as seguintes cuestións:

- Cantos *eixes de simetría* ten cada unha das figuras 1, 2 e 3? Representade eses eixes.
- Tendo en conta os eixes e_1 e e_2 , a partir da casiña C , debuxade na cuadrícula, respectivamente, outras dúas casiñas, C' e C'' , que sexan simétricas a C .
- Colocade, *sobre puntos* da cuadrícula, **dous** eixes verticais, e_1 e e_2 , e unha casiña intermedia, C' , de modo que a composición obtida sexa correcta respecto ás simetrías.
- Ao esbozo destinado a esta pregunta fáltanlle tres casiñas para estar completo. Debuxádeas vós.

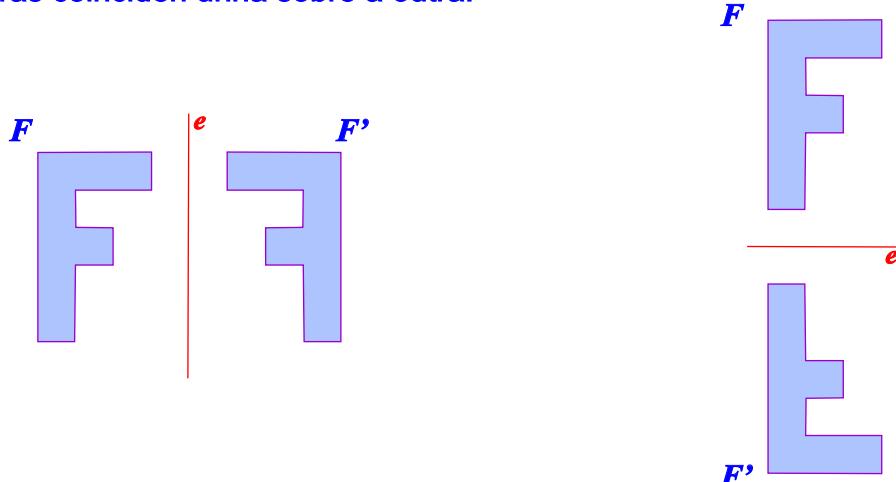
Recordámosvos que...

Un **eixe de simetría** dunha **figura plana** é unha **recta imaxinaria** coas seguintes *propiedades*:

- A recta divide á figura en dúas partes iguais.
 - Se dobramos a figura por esa recta, as partes iguais obtidas resultan *coincidentes*.
- Moitas figuras non teñen ningún eixe de simetría, pero ese non é o caso destas que vos mostramos:



As **figuras F e F'** son **simétricas** respecto ao **eixe e** porque, se dobramos por ese eixe, as dúas figuras coinciden unha sobre a outra.



XXI REBUMBIO MATEMÁTICO GALEGO
FASE FINAL
27 maio 2022(Colocade aquí unha
etiqueta identificativa)

Resolución do Problema n.º 4

Pregunta a)

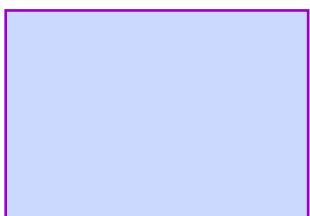


Fig. 1

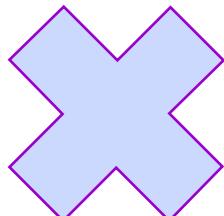


Fig. 2

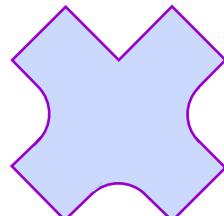
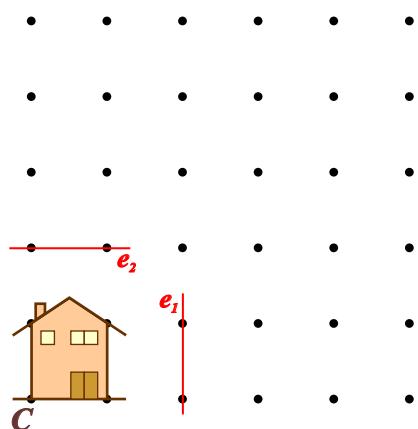
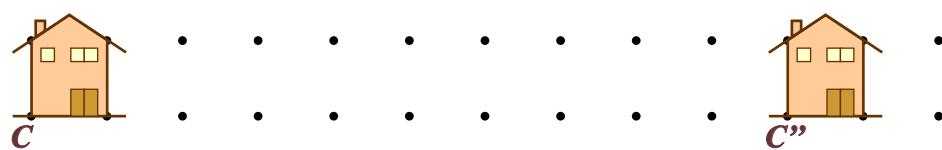


Fig. 3

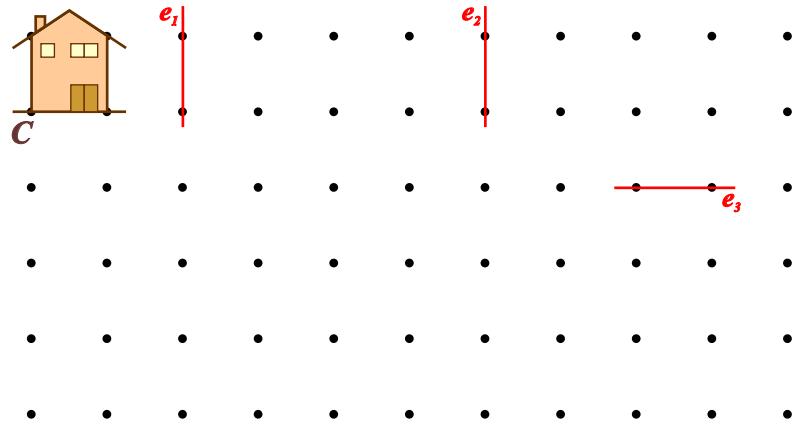
Pregunta b)



Pregunta c)



Pregunta d)



Problema número 5

Escalando octaedros truncados

Na seguinte
páxina
dámosvos
información útil
para resolver
este problema

Na zona de xogos infantís do **Parque de Oza** instalouse, non hai moito tempo, un elemento novo que parece retar aos asiduos visitantes do recinto a teren o atrevemento de escalarlo.

Na seguinte foto aparece o obxecto ao que nos referimos. Artellouse con placas de material plástico resistente, engastadas con perfís metálicos.

A construción simula a unión de dous **octaedros truncados**, por iso as placas teñen forma *cadrada* ou *hexagonal*, e nelas colocáronse algunas *presas de escalada*.

Tanto a cara que se utilizou como *base* (a que se apoia no chan) coma as que se elixiron para facer a unión dos **octaedros truncados**, son *hexagonais*.



Tendo en conta os datos que vos damos na folla de respuestas e a información que aparece na páxina seguinte, debedes redactar as respuestas ás seguintes preguntas, expresando os resultados finais en metros cadrados:

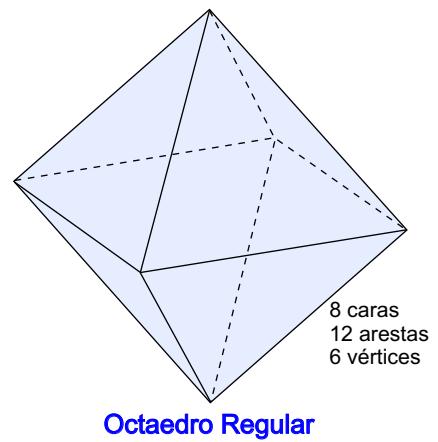
- Cal é a área de cada unha das *caras cadradas* que interveñen na construción do obxecto para escalar?
- Cal é a área de cada unha das *caras hexagonais*?
- Cal é a área do desenvolvemento dun **octaedro truncado** que teña medidas iguais ás que vos facilitamos?
- Cal é a medida da superficie correspondente ás caras *que se poden tocar* na figura do parque?

Poliedro (do grego *polýedros*; *polys*, numeroso + *hedra*, cara): Corpo xeométrico limitado por superfícies planas chamadas caras.

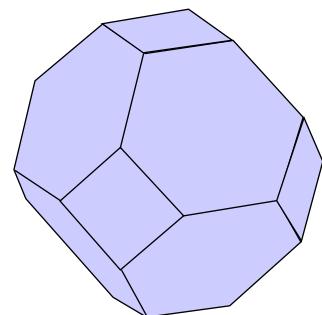
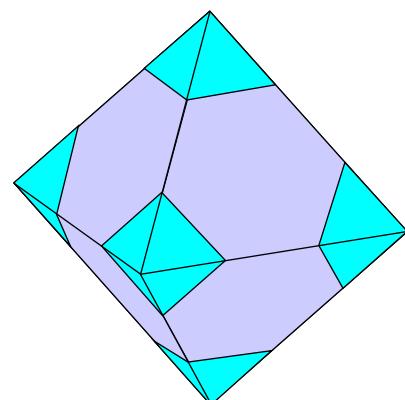
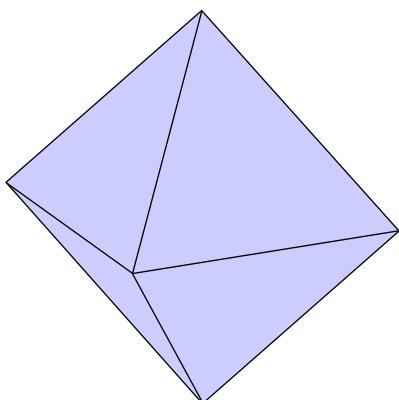
Poliedro regular: O que está formado por caras que son **polígonos regulares** idénticos.

Octaedro (do grego *oktáedros*; *októ*, oito + *hedra*, cara): Poliedro de oito caras.

Octaedro regular: Poliedro formado por oito **triángulos equiláteros**.

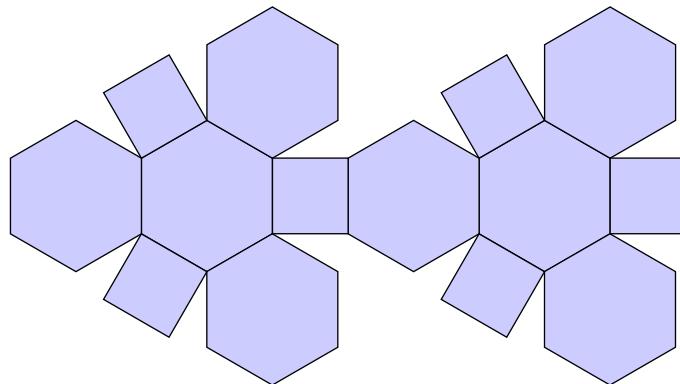


Octaedro Regular



Octaedro Truncado

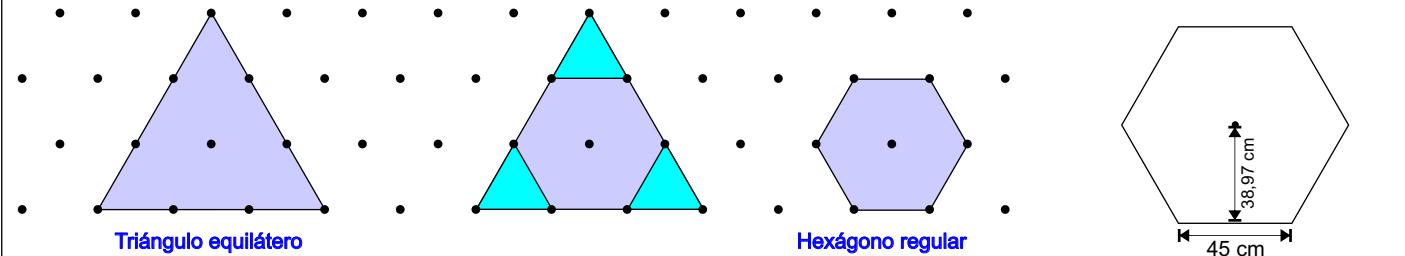
Un posible desenvolvemento dun Octaedro Truncado:



XXI REBUMBIO MATEMÁTICO GALEGO
FASE FINAL
27 maio 2022

(Colocade aquí unha
etiqueta identificativa)

Resolución do Problema n.º 5



Problema número 6

Amarres

Sabiades que Galicia é a comunidade autónoma de España con máis quilómetros de costa? Non é sorprendente, pois, que sexan moitas as persoas afeccionadas á *náutica deportiva ou de recreo*.

Nos contornos de vilas e cidades mariñeiras é fácil observar grupos de pequenas embarcacións a vela ou a motor que, buscando o abrigo de *diques* ou da propia costa, están *amarradas en dársenas e peirao*s.

A **Dársena da Marina Real** é unha das seccións do **Porto da Coruña** destinadas ao amarre de embarcacións deportivas (cada punto de amarre corresponde a unha embarcación). A xestión destas instalacións está a cargo do **Real Club Náutico da Coruña**.



Dársena da Marina Real

Nun dos esbozos que aparecen na **folla de respostas**, podedes observar que os puntos de amarre están situados sobre dez *molles flotantes* organizados en catro zonas. Ademais, a partir da *Táboa 1*, deducimos como se agrupan as embarcacións tendo en conta as súas *esloras*.

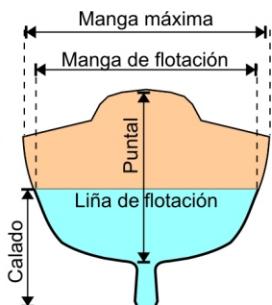
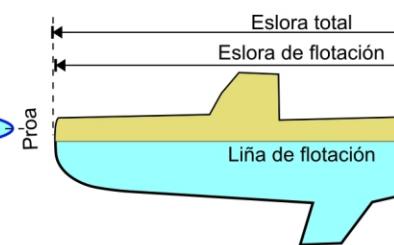
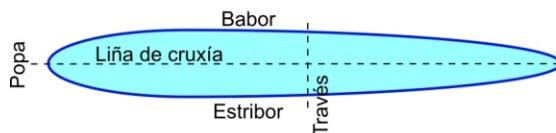
E velaquí van as preguntas:

- a) Considerando a *Táboa 1*, contestade aos seguintes apartados:
 - a₁) Cantos puntos de amarre hai na *Zona D*?
 - a₂) Cantos puntos de amarre están destinados a barcos con 30 metros de eslora?
 - a₃) Cantos barcos poden amarrarse en total nas catro zonas da *Dársena da Marina Real*?
- b) Facede un *diagrama de barras* que mostre o número de puntos de amarre reservados a barcos de 15 metros de eslora en cada unha das catro zonas.
- c) Facede un *diagrama de sectores* que represente o número de barcos que poden atracar na *Zona C* tendo en conta as súas esloras.

XXI REBUMBIO MATEMÁTICO GALEGO
FASE FINAL
27 maio 2022

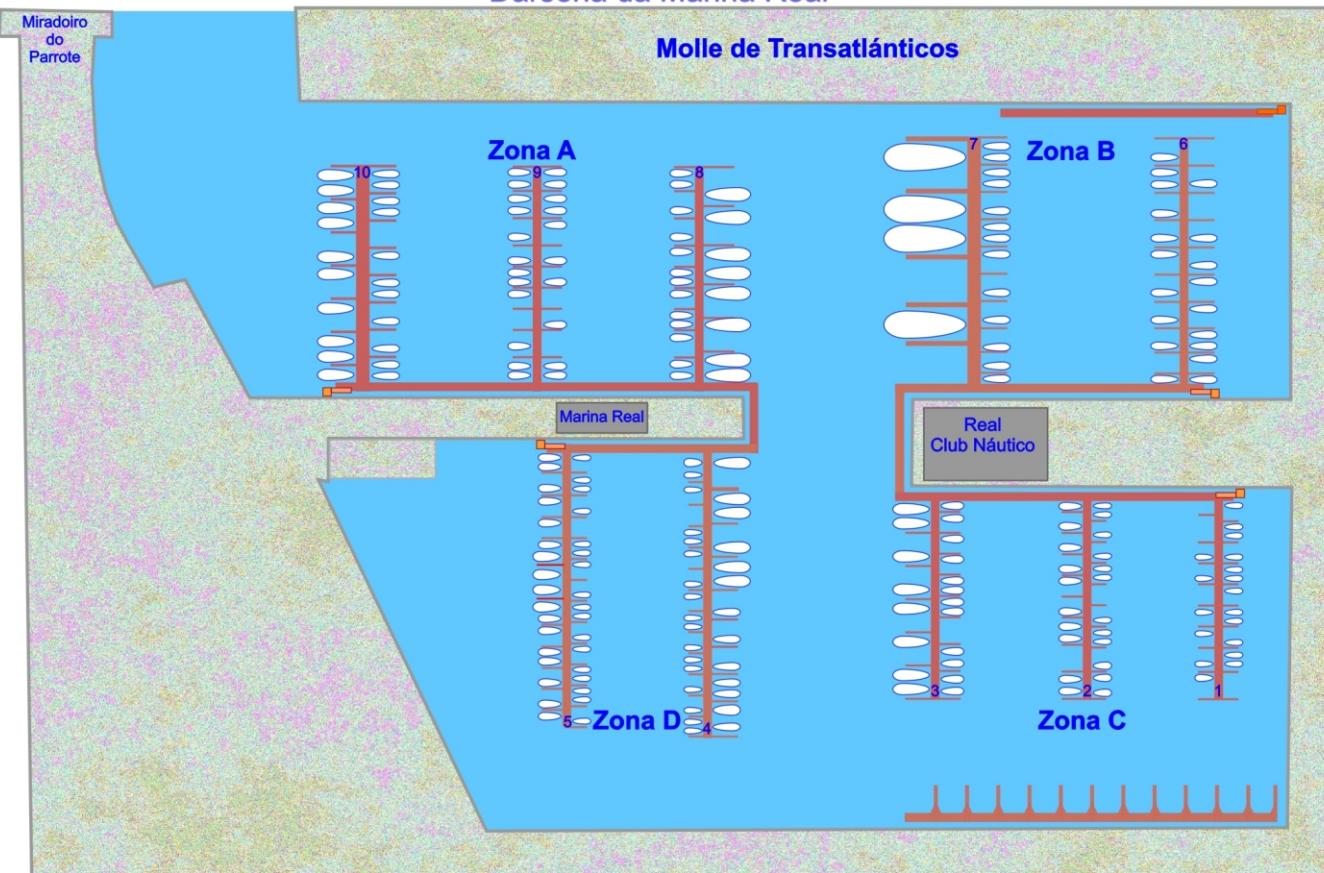
(Colocade aquí unha
etiqueta identificativa)

Resolución do Problema n.º 6



Dársena da Marina Real

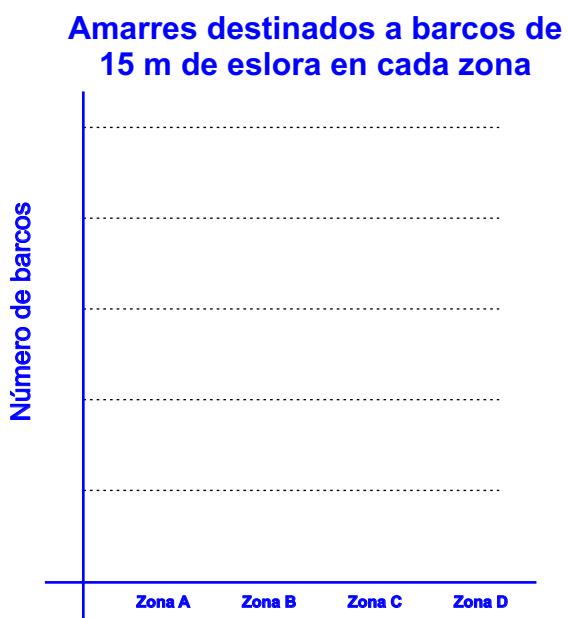
Molle de Transatlánticos



Taboa 1

Eslora (m)	Zonas				
	A	B	C	D	
8	0	0	54	52	
10		0	34	19	107
12	16		0	13	86
15		0		9	34
18		0	0	0	
30	0		0	0	
	95	65	100		

Gráfico 1



Clasificación dos barcos da Zona C segundo a súa eslora

Gráfico 2

