

MATEMÁTICAS NA RAIA – 2020

1.- PROBLEMA DE SELOS



- ✓ Leticia ten un número impar de selos na súa colección.
- ✓ A suma das súas cifras é 12.
- ✓ A cifra das centenas é o triplo da cifra das unidades.
- ✓ Ten máis de 1000 e menos de 2000 selos.
- ✓ Cantos selos ten Leticia?



Proposta de resolución

Dado que o número de selos está entre 1000 e 2000, isto significa que temos catro díxitos e o primeiro é o dígito 1. Ou sexa: 1 A B C

Sabemos que Leticia ten un número impar de selos. Por tanto, a cifra C pode ser 1, 3, 5, 7 ou 9. Ademais a cifra das centenas (A) é tripla do dígito das unidades (C).

Entón só temos os seguintes casos:

- Se $C = 1$, $A = 3$
- Se $C = 3$, $A = 9$
- Se $C = 5$, $A = 15$
- Se $C = 7$, $A = 21$
- Se $C = 9$, $A = 27$

Evidentemente só son válidos os dous primeiros casos.

Entón sabemos que : $C = 1$ e $A = 3$ ou $C = 3$ e $A = 9$.

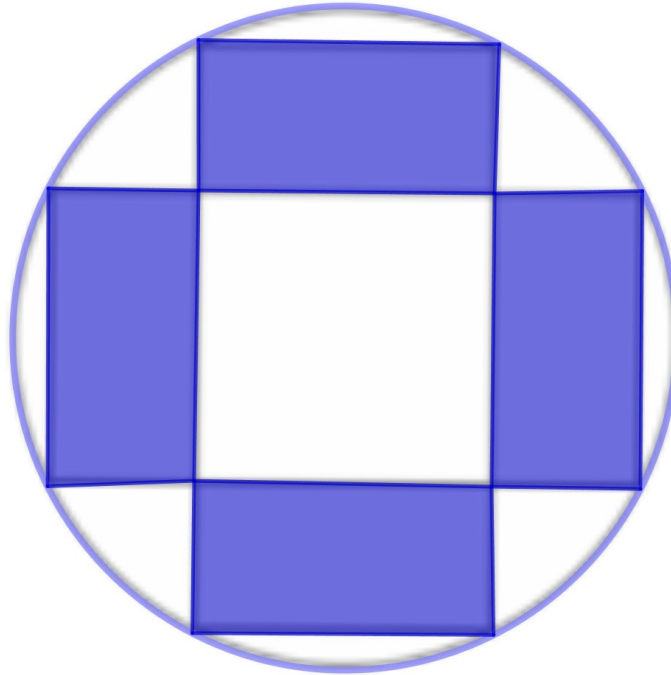
Como a suma dos catro díxitos é 12, entón non podemos ter $C = 3$ e $A = 9$, xa que a suma destes dous díxitos xa chegan ao 12, que sumados ao dígito dos mil serían 13.

Por tanto, $C = 1$ e $A = 3$, e entón forzosamente $B = 7$ para que a suma sexa 12

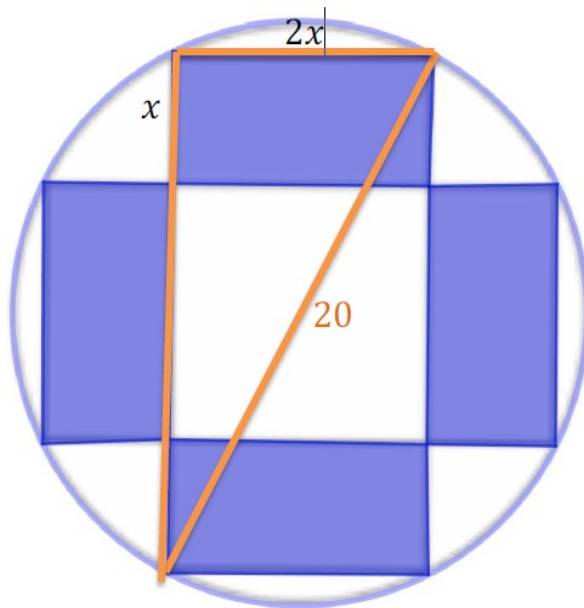
Leticia tem 1371 selos.

2.-CATRO RECTÁNGULOS

Os catro rectángulos sombreados na figura son iguais e cun lado dobre que o outro. Se a circunferencia ten radio 10, cal é a área de cada rectángulo?



1- Proposta resolución



Chamamos x e $2x$ os lados do rectángulo, o triángulo rectángulo sombreado da figura ten hipotenusa 20 (diámetro), un cateto $2x$ e o outro $4x$.

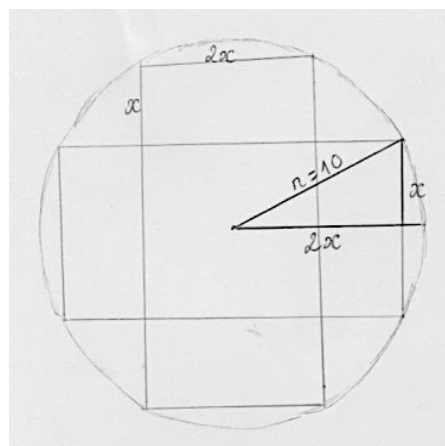
Por tanto por Pitágoras:

$$400 = 4x^2 + 16x^2 = 20x^2 ; \text{Entón } x^2 = 20$$

A área de cada un dos rectángulos é:

$$A = 2x \cdot x = 2x^2 = 40$$

2- Proposta resolución dun grupo participante

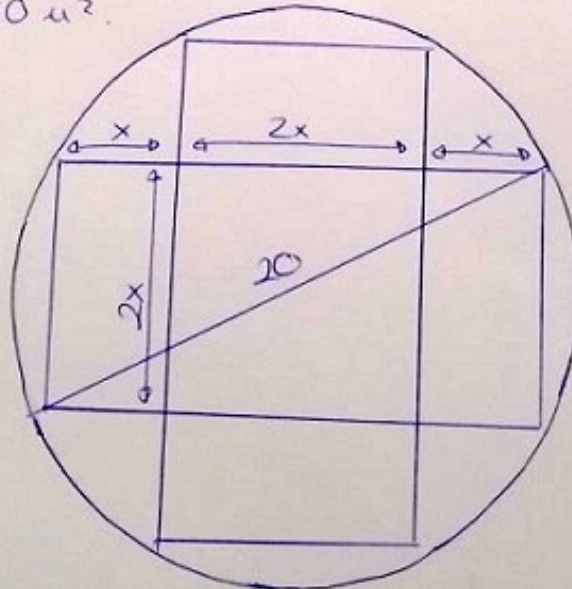


$$\begin{aligned} x &= ? \\ h^2 &= c^2 + e^2 \\ 10^2 &= (2x)^2 + x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 100 &= 4x^2 + x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 100 &= 5x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{100}{5} &= x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 20 &= x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sqrt{20} &= x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{5} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= 2x \\ p &= x \\ A_{\square} &= c \times p \\ &= 2x \times x = \\ &= 2 \times (2\sqrt{5}) \times 2\sqrt{5} = \\ &= 4\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = \\ &= 8(\sqrt{5})^2 = \\ &= 8 \times 5 = \\ &= 40 \end{aligned}$$

3- Proposta resolução dun grupo participante

- 1º. Poxemos a medida dos lados mediante a incógnita "x".
- 2º. Mediante o Teorema de Pitàgoras, conseguimos o valor "x".
- 3º. Co valor "x" atopamos o valor $\frac{x}{2}$ e a través da área do rectángulo ($A = b \cdot h$) atopamos o resultado 40 u^2 .



$$\begin{aligned}
 20^2 &= (2x)^2 + (4x)^2 \\
 400 &= 4x^2 + 16x^2 \\
 400 &= 20x^2 \\
 x^2 &= 20 \\
 x &= \sqrt{20} \\
 x &= 4,47
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= b \cdot h \\
 A &= 4,47 \cdot 8,94 \\
 \boxed{A = 40} \text{ u}
 \end{aligned}$$

Solución:

El área del rectángulo es 40 u^2 .

3.-ANIVERSARIO

Alberte e Carlos acábanse de facer amigos de *Helena*, e queren saber cando é o seu aniversario. Helena dálles unha lista de 10 posibles días:

15 de maio	16 de maio	19 de maio
17 de xuño	18 de xuño	
14 de xullo	16 de xullo	
14 de agosto	15 de agosto	17 de agosto

Helena entón dilles por separado a *Alberte* o mes e a *Carlos* o día do seu aniversario.

- *Alberte*: Non sei cando é o aniversario de *Helena*, pero sei que *Carlos* tampouco o sabe.
- *Carlos*: Ao principio non sabía cando era o aniversario de *Helena*, pero agora seino.
- *Alberte*: Entón eu tamén sei cando é o aniversario de *Helena*.



Cando é o aniversario de *Helena*?

Proposta de resolución

Alberte comeza dicindo que non sabe cando é o aniversario da Helena, tendo só a información do día. Como Alberte sabe o mes e esa información non foi suficiente, significa que é un día que está en máis dunha data. Temos entón as seguintes posibilidades:

- 14 (xullo; agosto)
- 15 (maio; agosto)
- 16 (maio; xullo)
- 17 (xuño; agosto)

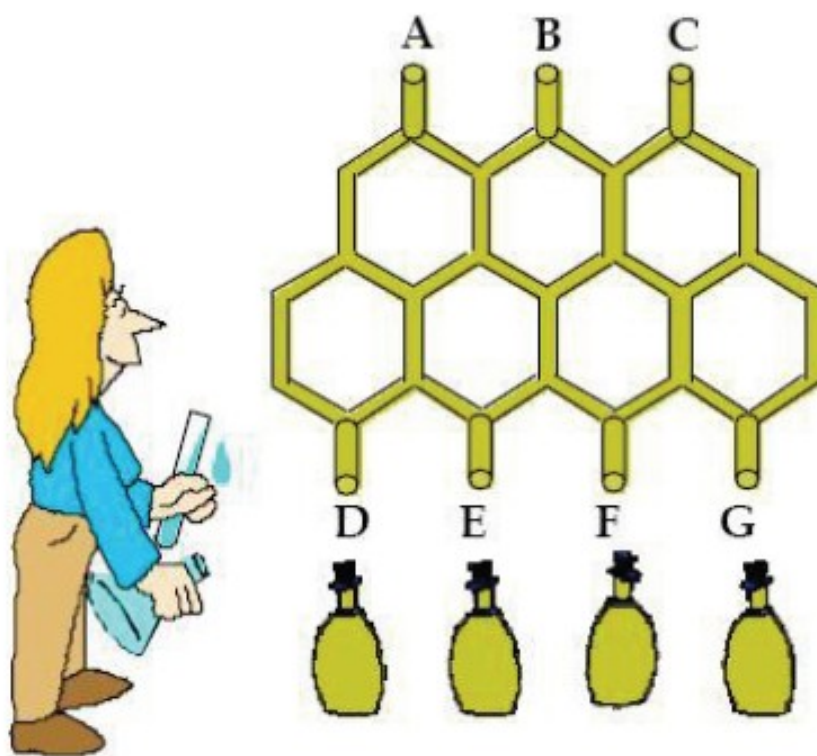
Ao dicir isto Alberte, Carlos pasou a saber que o día sería 14, 15, 16 ou 17 pois 18 e 19 só aparecen unha vez. Analizamos estes casos:

Se Helena fixese anos en maio, Carlos aínda non conseguiría concluír cal era a data do seu aniversario, pois podería ser 15 ou 16 de maio, logo Helena non lle dixo que o mes sería maio. Seguindo o mesmo razoamento, agosto tamén queda excluído, pois todas as datas do mes de agosto atópanse na lista de días repetidos. Do mesmo modo, non pode ser xullo.

O que significa que Helena díxolle a Carlos que o mes do seu aniversario era xuño e, a través da información obtida pola primeira frase de Alberte, Carlos conseguiu saber que a data de aniversario de Helena é 17 de xuño.

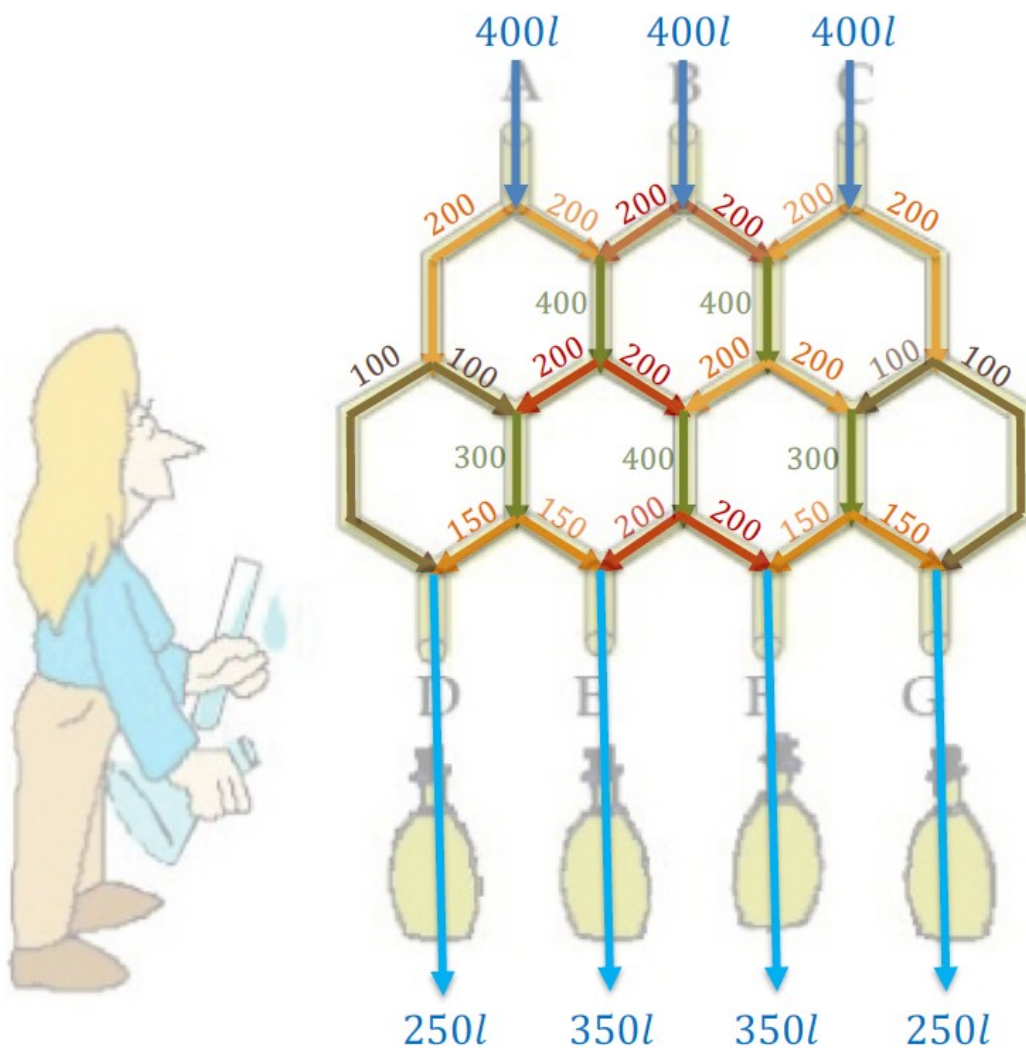
4.- ENCHENDO BOTELLAS

María é unha inventora moi creativa e ideou a máquina orixinal para o envasado de aceite que podes ver na figura. Nesta máquina o aceite entra de maneira constante e na mesma cantidade polos puntos A, B e C e pasando a través dos condutos da estrutura ata os puntos D, E, F, G. Se se queren encher 1200 botellas iguais e supoñendo que os cambios de botellas non representan ningunha perda de aceite nin de tempo, cantas botellas se encherán polo punto E?



Proposta de resolución

Imaxinemos que cada botella ten capacidade de 1 litro. Se queremos encher 1200 botellas, entón imos colocar 1200 litros a través dos puntos A, B e C. Como entra a mesma cantidade en cada punto inicial, podemos asumir que entran 400 litros en cada punto. A través do seguinte esquema, é posible entender como se dividen os líquidos ao longo dos tubos:

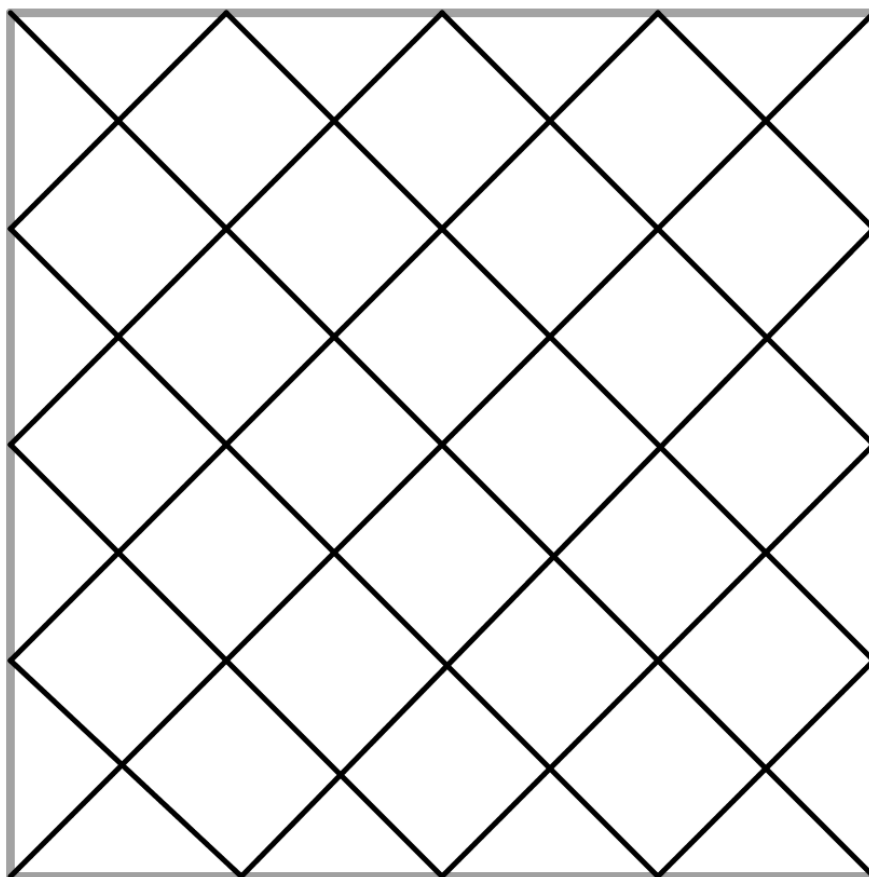


Por tanto, encheranse 350 botellas polo punto E.

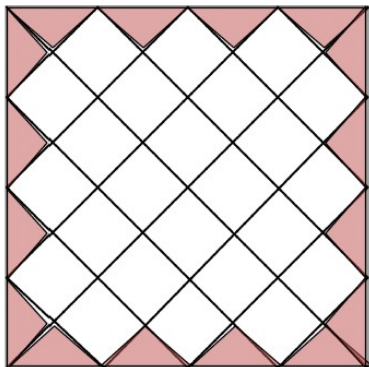
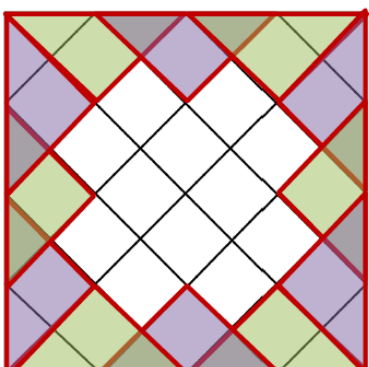
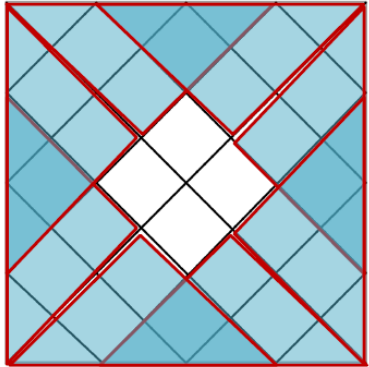



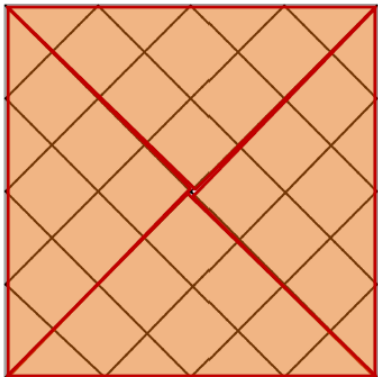
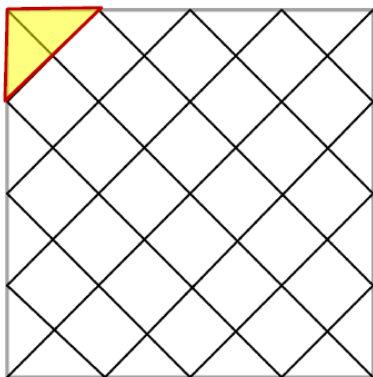
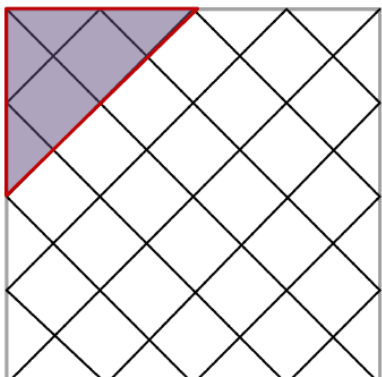
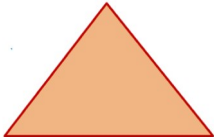
5.- CONTANDO

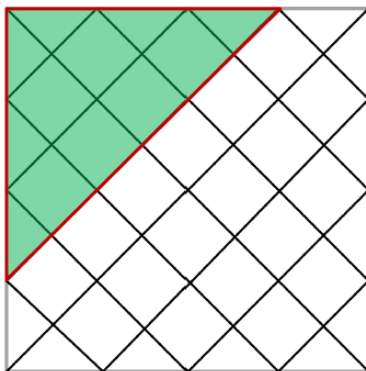
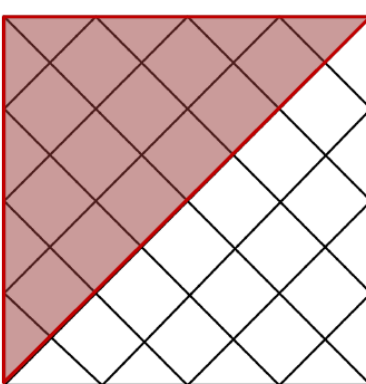
TRIÂNGULOS

Queremos saber quantos triângulos há na seguinte imagem:



Proposta de resolução

		
<p>16 triângulos</p> 	<p>12 triângulos</p> 	<p>8 triângulos</p> 
		
<p>4 triângulos</p> 	<p>4 triângulos (un en cada esquina do cadrado)</p>	<p>4 triângulos (un en cada esquina do cadrado)</p>

		<p>Total:</p> $16 + 12 + 8 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 56$
<p>4 triângulos (un en cada esquina do cadrado)</p>	<p>4 triângulos (un en cada esquina do cadrado)</p>	

Entón temos 56 triângulos na imaxe