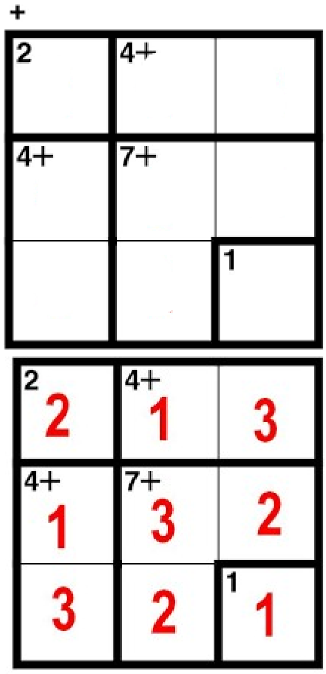
1.- KEN KEN

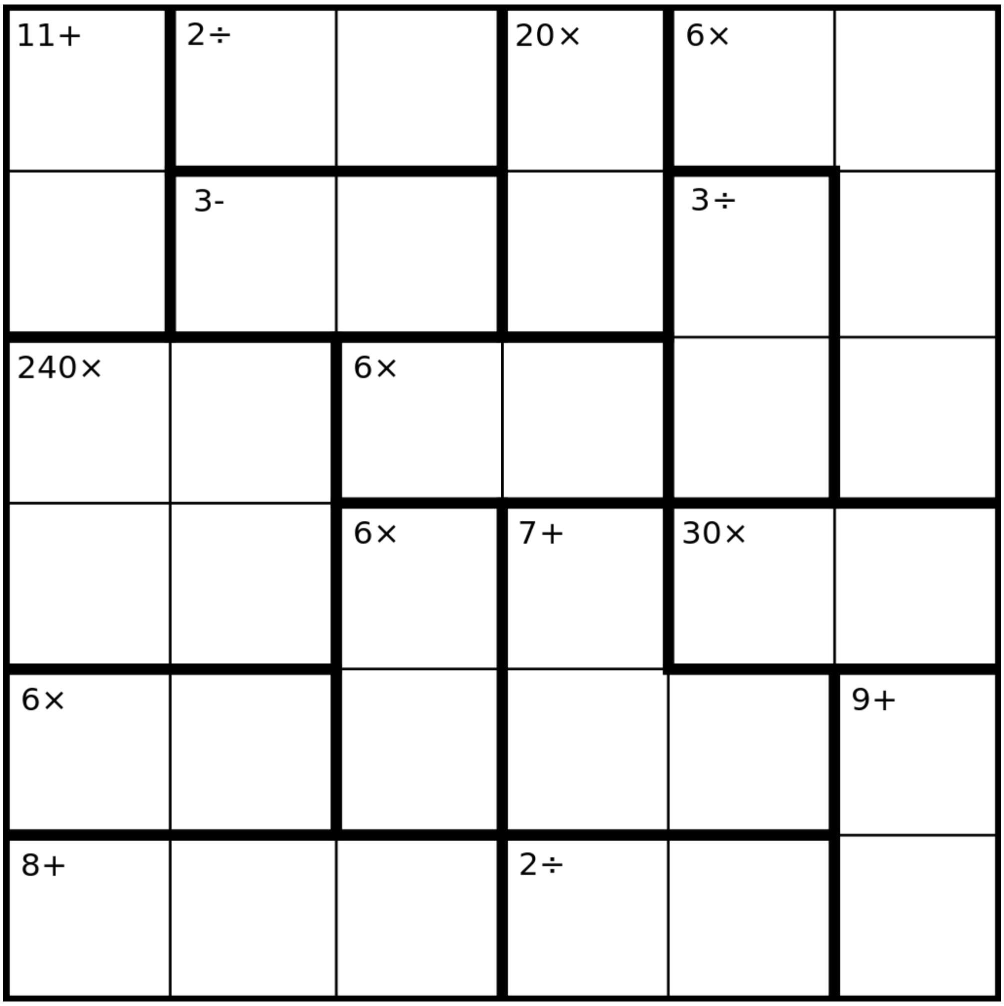
Inicialmente desenvolto por un profesor de matemáticas xaponés, Tetsuya Miyamoto, este ideouno para axudar aos seus alumnos a aprender aritmética. De feito a palabra “ kenken” significa ao parecer “cadrado intelixente” en xaponés.

As regras son non repetir ningún número en filas ou columnas e as rexións marcadas de formas diversas han de estar ocupadas por números que formen a cifra exacta mediante a operación aritmética indicada en cada un: suma, resta, multiplicación ou división. Os díxitos poden repetirse dentro dunha rexión, sempre que non se atopen na mesma fila ou columna.

Tedes un exemplo 3x3 á dereita.



Intentade completar o seguinte Ken Ken 6x6 utilizando as cifras do 1 ao 6.



Proposta de resolución

	1	2	3	4	5	6
A	11+ 5	2÷ 6	3	20× 4	6× 1	2
B	6	3- 1	4	5	3÷ 2	3
C	240× 4	5	6× 2	3	6	1
D	3	4	6× 1	7+ 2	30× 5	6
E	6× 2	3	6	1	4	9+ 5
F	8+ 1	2	5	2÷ 6	3	4

Podemos empezar pensando nas posicións $A5$, $A6$, $B6$ e $C6$. O produto debe ser 6 e a única forma de que isto suceda é ter $1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3$. Os dous 1 deben ir en distintas columnas polo tanto A5=1. Como sabemos que $A6$ pode ser 2 ou 3 e que $B6$ e $C6$ poden ser 1, 2 ou 3, entón $D6$, $E6$ e F6 será 4, 5 ou 6.

D5 e D6 como $30 = 6 \cdot 5$ e como $9 = 3 + 6$ e $9 = 4 + 5$ e como o 3 xá está usado, entón as posibilidades son 4 e 5 en E6 e F6 . Isto obríganos a D5=5 e D6=6.

As posibilidades para B5 e C5 son 3=3:1 e 3=6:2, como o 1 xá está, entón son 6 e 2. Da mesma maneira as posibilidades para F4 e F5 son 2=2:1, 2=6:3 e 2

Na liña F, necesitamos tres números que sumen é 8 e dous con cociente 2, estes cinco números teñen que ser distintos. Para a suma 8, temos 1+2+5 e 1+3+4 e para o cociente 2 temos 6:3, 4:2 e 2:1. Se asumimos a suma 1+3+4, imposibilítanos todos os cocientes, entón a suma será 1+2+5, logo $F1$, $F2$ e $F3$ son 1, 2 ou 5, o que obriga o cociente a ser 6:3, entón $F4$ e $F5$ son 3 ou 6. Consecuentemente, $F6 = 4$ e entón $E6 = 5$, para que a suma sexa 9.

Na columna 5 xa temos que $A5 = 1$, $D5 = 5$ e $F5$ será 3 ou 6. Como o cociente entre $B5$ e $C5$ (ou viceversa) será 3, as única posibilidade é 6:2 pois 3:1 non é posible pois xa temos A5=1. Logo, $B5$ e $C5$ son 2 ou 6, o que implica que $F5 = 3$ e, consecuentemente, $E5 = 4$

A suma dos números nas posicións $D4$, $E4$ e $E5$ é 7. Como $E5 = 4$, entón $D4$ e $E4$ serán 1 ou 2. Así mesmo, como o produto de $A4$ e $B4$ é 20, as únicas hipóteses son os números 4 e 5. Así, na fila 4 teremos xa os números 1 e 2 (nas posicións $D4$ e $E4$), 4 e 5 (nas posicións $A4$ e $B4$) e 6 (posición $F4$), o que significa que $C4 = 3$

O produto de $C3$ e $C4$ é a 6 e $C4 = 3$, entón $C3 = 2$ e entón $C5 = 6$ e polo tanto $C6 = 1$.

Neste momento, na columna 5 falta só cubrir $B5$, e o número que falta é o 2, logo $B5 = 2$.

Como $B5 = 2$, entón $B6 = 3$ e, consecuentemente, $A6 = 2$.

O produto entre $D3$ e $E3$ é 6, e temos que $C3 = 2$, entón $D3$ e $E3$ serán 1 ou 6. Pero se $D6 = 6$, logo $D3 \neq 6$, por tanto $D3 = 1$ e $E3 = 6$ e por tanto $D4 = 2$ e $E4 = 1$

Como $D3 = 1$ e $C3 = 2$, entón $F3 = 5$.

O cociente entre $A2$ e $A3$ (ou viceversa) será 2, e as únicas hipóteses son 6:3, 4:2 e 2:1. Como na fila A xa temos os números 1 e 2, resta só 6:3. Como na columna 3 xa temos o número 6, entón $A2 = 6$ e $A3 = 3$.. Como na columna 3 só falta un número, entón $B3 = 4$

Como $B3 = 4$ e o produto entre $A4$ e $B4$ é 20, entón $B4 = 5$ e $A4 = 4$.

Na fila A só queda $A1$ e falta só o número 5, logo $A1 = 5$.

Como a suma de $A1$ e $B1$ é 11 e $A1 = 5$, entón $B1 = 6$.

Na fila B falta cubrir $B2$ e o número 1, entón $B2 = 1$ e entón $F2 = 2$ e por tanto $F1 = 1$.

Como na fila E falta cubrir $E1$ e $E2$ e os números 2 e 3, e como xa temos o número 2 na columna 2, entón $E1 = 2$ e $E2 = 3$.

Neste momento, na fila C falta cubrir $C1$ e $C2$ cos números 4 e 5, na columna 1 xa temos o número 5, entón $C1 = 4$ e $C2 = 5$.

Resta entón $D1 = 3$ e $D2 = 4$.

2.- UN SACO DE GOMINOLAS

Antes de entrar no cine, Ana Francisca mercou un paquete con 82 gominolas, escollendo catro sabores: cereixa, framboesa, menta e limón.

- As de menta son o dobre das de framboesa.

- As de limón son 7 menos que as de menta.

- As de cereixa son 5 máis que as de framboesa.

1. Durante a sesión, cantas gominolas ten que sacar Ana do paquete para ter a certeza de ter dúas do mesmo sabor?
2. E cantas ten que coller para ter polo menos dous sabores?
3. E cantas terán que ser para ter a certeza de ter polo menos dúas de cada sabor?

Proposta de resolución

Chamamos:

• m a cantidade de gominolas de menta

• f a cantidade de gominolas de framboesa

• l a cantidade de gominolas de limón

• c a cantidade de gominolas de cereixa.

Sabemos que a Ana Francisca ten 82 gominolas en total : $m + f + l + c = 82$

Como as gominolas de menta son o dobre das de framboesa, $m = 2 \times f$

As de limón son 7 menos que as de menta, $l = m - 7$

As de cereixa 5 máis que as de framboesa, $c = f + 5$

$$\left.\begin{array}{l} m + f + l + c = 82 \\ m = 2f \\ l = m - 7 \\ c = f + 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m + f + l + c = 82 \\ m = 2f \\ l = 2f - 7 \\ c = f + 5 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Substituíndo na 1ª

$2f + f + 2f - 7 + f + 5 = 82$, por tanto $6f = 84$ e entón $f = 14$ e así $m = 28$, $l = 21$ e $c = 19$

Por tanto, Ana Francisca ten 14 gominolas de framboesa, 28 gominolas de menta, 21 gominolas de limón e 19 gominolas de cereixa. Isto permítenos responder tres cuestións.

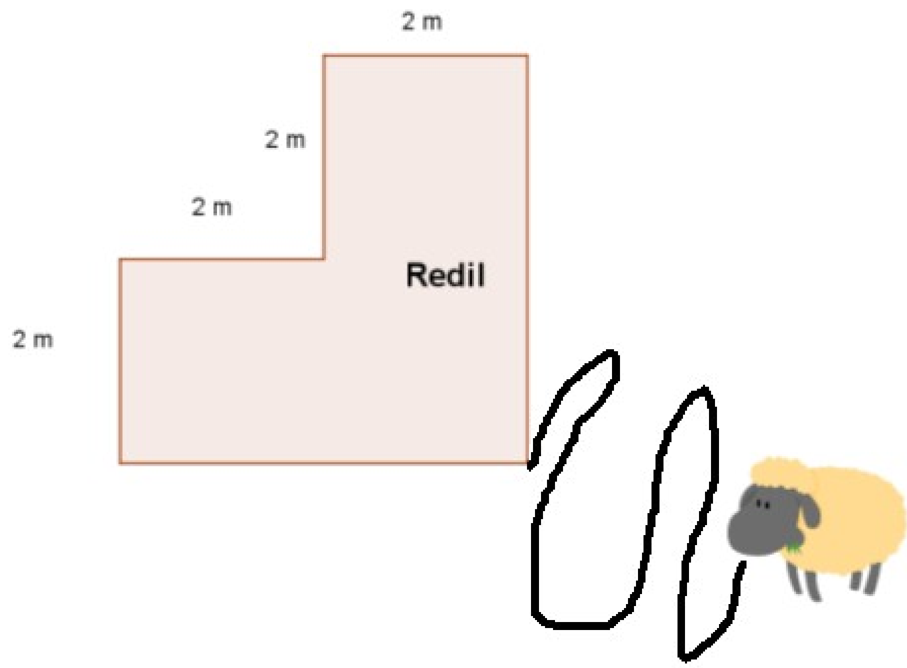
1. Para este apartado, non era necesario saber a cantidade de gominolas de cada sabor. Sabendo que hai polo menos unha gominola de cada un dos catro sabores, entón necesitamos sacar cinco gominolas para garantir que temos polo menos dúas gominolas do mesmo sabor. Se sacamos menos de 5 poderiamos ter unha gominola de cada sabor, pero sacando cinco gominolas, garantimos polo menos un dos sabores repetido. Así Ana Francisca terá que sacar 5 gominolas do paquete.

2. Imaxinemos o peor escenario: Ana Francisca saca sempre gominolas co mesmo sabor. Neste caso, a peor hipótese acontece se sacamos todas as gominolas do sabor con máis cantidade de gominolas, o sabor menta. Neste caso, Ana Francisca tería que sacar inicialmente as 28 gominolas de menta, e na seguinte xa sería doutro sabor e así xá tería dous.
Así Ana Francisca tería que sacar 29 gominolas do paquete.

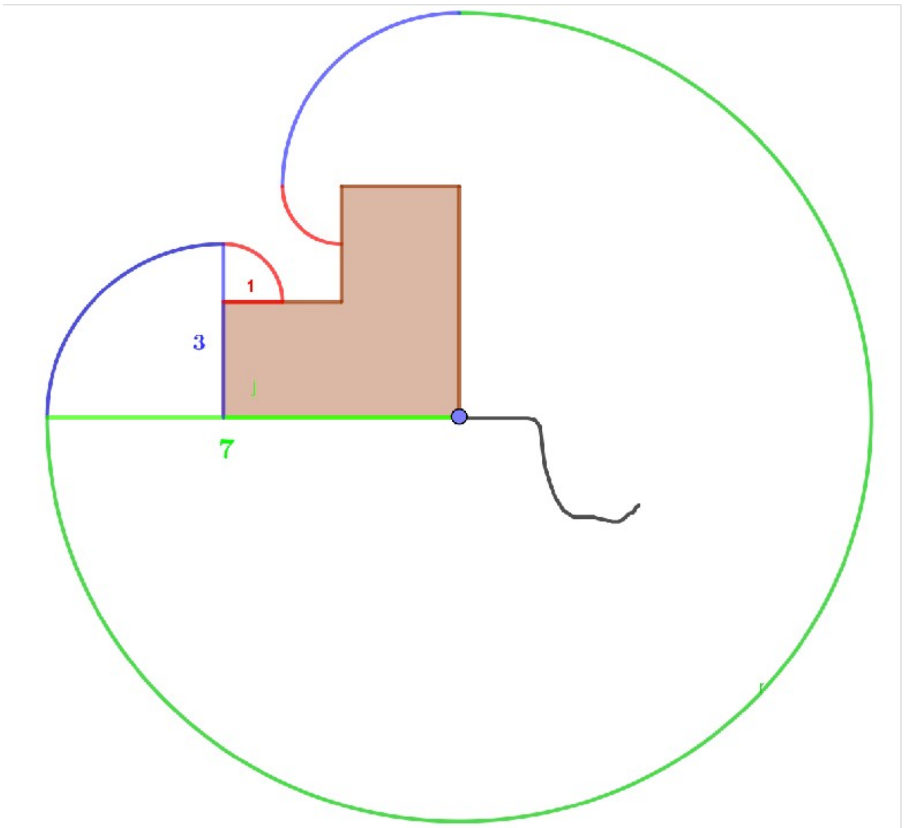
3. A semellanza da cuestión 2, imaxinemos o peor escenario: Ana Francisca comeza por sacar só gominolas de tres sabores. Neste caso, a peor hipótese acontece se Ana Francisca non saca ningunha gominola do sabor con menos cantidade de gominolas, o sabor framboesa. Neste caso, Ana Francisca sacaría inicialmente as 28 gominolas de menta, as 21 gominolas de limón e as 19 gominolas de cereixa, ou sexa, ía sacar 68 gominolas do paquete e aínda non tería polo menos dúas de cada sabor, xa que faltaba sacar dúas de framboesa. Así despois de sacar esas 68 gominolas, precisaría de sacar dúas máis. Entón Ana Francisca tería que sacar 70 gominolas do paquete.

3.- BEEE, BEEE, BEEE, BEEE

Unha pobre ovelliña está atada cunha corda de 7 metros de longo á esquina sueste do redil de abaixo, situado nun gran campo plano: Cal é a superficie de herba que ten á súa disposición?



Proposta de resolución



A zona verde son tres cuartas partes dun círculo de 7 m de radio

Seguindo pola zona azul e descontando as paredes, a ovella só dispón de 3 m de corda e ten a súa disposición a cuarta parte dun círculo de radio 3, pero pode ir por arriba e por abaixo.

Agora polo mesmo razoamento ten a zona vermella sendo neste caso un radio de 1m.

Así a expresión que nos dá a herba da que pode dispor é:

$$\frac{3}{4}\pi \cdot 7^2 + 2\frac{1}{4}\pi \cdot 3^2 + 2\frac{1}{4}\pi \cdot 1^2 = \frac{1}{4}\pi(147+18+2) = \frac{167}{4}\pi$$

4.- O LADRÓN E O CESTO DE LARANXAS

Un ladrón un cesto de laranxas

do mercado roubou

e por entre os hortos escapou;

ao saltar un valo,

a metade máis media perdeu;

perseguido por un can,

a metade menos media abandonou;

tropezou nunha corda,

a metade máis media espallou;

na súa gorida, dúas ducias gardou.

Vós, os que buscades a sabedoría,

dicídenos:

cantas laranxas roubou o ladrón?

(Escola do Califa de Córdoba- século X)

1- Proposta de resolución

Este tipo de problemas se intentamos resolvelo dende o inicio ata o final atoparémonos con unha expresión alxébrica bastante liosa que é como segue:

Sexa x o número de laranxas:

ao saltar un valo, a metade máis media perdeu $\frac{x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{2}$

Quédanlle $x-\frac{x+1}{2}=\frac{x-1}{2}$

perseguido por un can, a metade menos media abandonou

$\frac{\frac{x-1}{2}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{x-1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{x-3}{4}$ Quédanlle $\frac{x-1}{2}-\frac{x-3}{4}=\frac{x+1}{4}$

tropezou nunha corda, a metade máis media espallou

$\frac{\frac{x+1}{4}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{x+1}{8}+\frac{1}{2}=\frac{x+5}{8}$ Quédanlle $\frac{x+1}{4}-\frac{x+5}{8}=\frac{x-3}{8}$

dúas ducias gardou $\frac{x-3}{8}=24 \Rightarrow x=24\cdot 8+3=195$ Entón <u>O ladrón rouba 195 laranxas</u>

2- Proposta de resolución

Neste tipo de problemas é mellor comezar do final cara atrás:

Chegou con dúas ducias, é dicir 24 e como espallara a metade mais media na corda, entón tiña o dobre mais unha ou sexa, é dicir $24 \cdot 2 + 1 = 49$

No paso anterior perseguido polo can a metade menos media abandona, polo tanto ten o dobre menos unha, é dicir $49\cdot 2 - 1 = 97$

No primeiro paso perde a metade mais media, e polo mesmo razoamento do último paso ten o dobre mais 1, por tanto $97\cdot 2 + 1 = 195$

<u>O ladrón rouba 195 laranxas</u>

5.- APOSTAS NA CLASE

Un grupo de estudantes vai disputar unha carreira de atletismo. Cinco dos que non entraban na proba resolveron facer apostas sobre quen serían os tres primeiros clasificados, con dereito a medalla.

Ao final, veriquedouse que Catarina acertou un dos nomes e na posición correcta, Sofia acertou un nome pero na posición errada, Marco tamén escribiu un nome correcto mais na posición equivocada, María non acertou nada, e José só acertou un nome e na posición correcta.

Cales foron os tres primeiros clasificados?

Aposta nº 1

Nome: Catarina

1. Paula
2. Carlos
3. Bernardo

Aposta nº 2

Nome: Sofía

1. Vera
2. Ana
3. Rita

Aposta nº 3

Nome: María

1. Rita
2. Ana
3. Manuel

Aposta nº 4

Nome: Marco

1. Teresa
2. Carlos
3. Francisco

Aposta nº 5

Nome: José

1. Carlos
2. Teresa
3. Vera

Proposta de resolución

Como Maria non acertou en nada, podemos concluír que Ana, Rita e Manuel non pertencen ao grupo dos tres primeiros clasificados.

Sofia escribiu os nomes da Ana e de Rita, o que significa que o nome que ela acertou foi o de Vera.

Sofia acertou un nome mais na posición errada, isto significa que Vera quedou en 2.º ou en 3.º lugar.

A única aposta que tamén colocou o nome de Vera foi a aposta de José e como este acertou nun nome, ese nome ten que ser Vera na súa aposta, polo que deducimos que Carlos e Teresa tampouco remataron nos tres primeiros lugares, e como acertou nun nome e na posición correcta, entón Vera quedou en 3.º lugar.

Xa sabemos que Teresa e Carlos non remataron nos tres primeiros lugares, polo tanto como Marco escribiu un nome correcto, e na súa lista ten Teresa, Carlos e Francisco, entón o nome correcto é Francisco. A aposta de Marco ten un nome correcto na posición errada, entón Francisco estará no 1.º ou 2.º lugar.

Por fin, temos que Catarina acertou nun dos nomes e na posición correcta. Como xa vimos que Vera quedou en 3.º lugar, entón Bernardo non quedou nos tres primeiros lugares. Así mesmo, como xa vimos que Carlos non está no pódio, réstanos só Paula, en 1.º lugar. Entón, temos que Paula quedou en 1.º lugar, e sobra o 2.º lugar para o Francisco.

Así, os lugares son:

1. Paula

2. Francisco

3. Vera