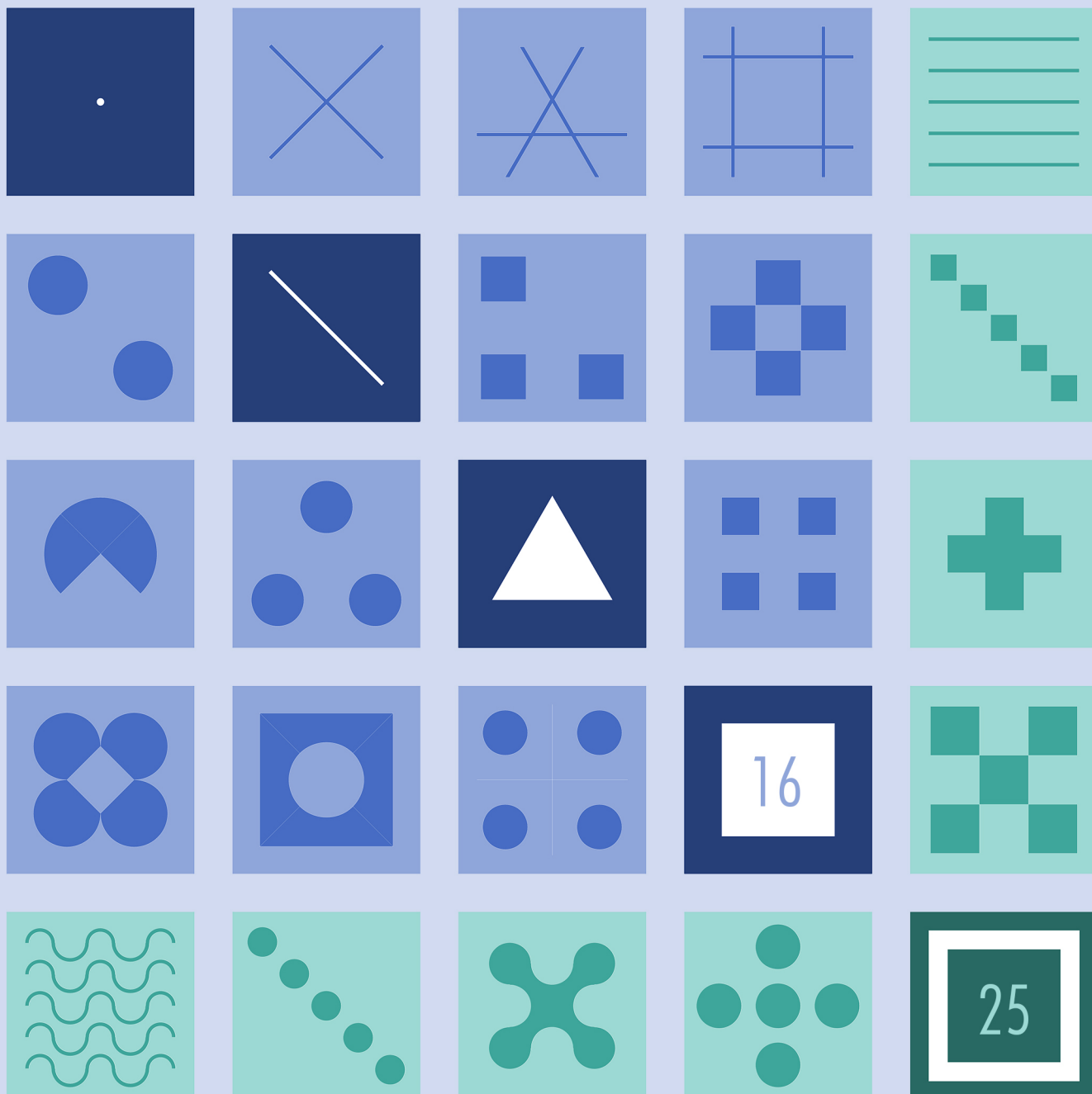


GAMMA

Revista galega de educación matemática

16

feb. 2026



GAMMA 16

Dirección	Paulo González Ogando	<i>IES Johan Carballeira (Bueu)</i>
Comité editorial	Xoana Alonso Cal María Olaya Fernández Rodríguez Marcos Loureiro García Lorena Saavedra López Sandra Sambade Nieto	<i>IES Johan Carballeira (Bueu)</i> <i>IES Xograr Afonso Gómez (Sarria)</i> <i>Universidade de Vigo</i> <i>IES de Beade (Vigo)</i> <i>IES Miraflores (Oleiros)</i>
Portada e deseño gráfico	Patricia González Pérez	
Maquetación	Laura Figueiredo Iglesias	<i>IES María Soliño (Cangas)</i>
Edita	AGAPEMA	

Xunta directiva de AGAPEMA

Presidente
Julio Rodríguez Taboada

Vicepresidenta
Sandra Sambade Nieto

Secretario
Andrés E. Cabana González

Tesoureira
Marina Germiñas Miguéns

Vogal
César Docanto Vázquez

Vogal
Pilar García Agra

Delegada da Coruña
M.^a Cristina Naya Riveiro

Delegado de Santiago
Xosé María Barca López

Delegado de Lugo
Manuel Vilariño Freire

Delegado de Ourense
Alberto Fortes Novoa

Delegada de Vigo
Andrea Piñeiro Álvarez

Revista Gamma

Depósito legal: LU 310-2001
ISSNe: 3020-7843

<gamma@agapema.org>
<https://agapema.org/gamma/>

EDITORIAL	5
------------------	---

COLABORACIONES	8
-----------------------	---

Modelización matemática no ensino secundario e un exemplo da súa implementación José Benito Búa Ares	9
--	---

A maxia do ABN: matemáticas vivas Eva María Expósito Prado	26
--	----

Os proxectos Erasmus+ e a observación de aulas de Matemáticas Fabio José González Eiras, Ángel Muíño Blanco	33
---	----

Artemáticas 3 Gaudí: Integración do currículo de Matemáticas en proxectos interdisciplinares Carolina Flores Aneiros, M. ^a de las Mercedes Orbaneja Fernández	43
--	----

As matemáticas que fixeron Ordes Alba Candal Parafita, Gonzalo Castiñeira Veiga	51
---	----

<i>Bailei co meu robot!</i> Unha proposta STEAM proafectiva para Educación Primaria Claudia Comesaña González, Gonzalo Castiñeira Veiga, Jorge Albella Martínez	61
---	----

<i>How do we learn maths?</i> Antía Pedrosa Mariño, Laura Sánchez Fernández	74
---	----

SECCIÓN	83
----------------	----

MATEMÁTICAS NA 7.^A ARTE: <i>La habitación de Fermat</i> na aula de matemáticas (e II) Marina Germiñas Miguéns, Gaspar M. Antelo Bernárdez	84
--	----

GEOGEBRA: Polo poder de GeoGebra Iván Sánchez Pereira	92
---	----

ORIGAMMA: Orisangaku: Corazón anguloso María Belén Garrido Garrido	111
--	-----

MATELECTURAS: Erros didácticos en matemáticas Paulo González Ogando	116
---	-----

TEXANDO: TEX nas aulas de matemáticas Laura Figueiredo Iglesias	124
---	-----

ACTIVIDADES	134
IV Día GeoGebra de Galicia Comité organizador	135
Matemáticas na Rúa Sabela González Somoza, Lucía Reseco Aguado	141
XVIII Feira Matemática Comisión organizadora	145
Matemáticas na Raia 2025 José María Barca López, Pilar García Agra	149
Olimpiada Matemática Galega de 2.º da ESO 2025 Manuel Vilariño Freire	154
XXIV Rebumbio Matemático Pilar Orizales	160
X Congreso de Agapema Beatriz Becerra Lage	163
XIV Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán Ixchel Dzohara Gutiérrez Rodríguez, Marcos Loureiro-Ga	168
XIII Xornada de Formación para Elaborar Proxectos de Estatística Covadonga Rodríguez-Moldes	177
NORMAS DE PUBLICACIÓN	181

Hai momentos nos que convén parar e mirar arredor. Co número 16 de Gamma confirmase algo que nos últimos anos xa deixou de ser unha intención para converterse nun feito: a revista forma parte, con normalidade, do calendario e da vida profesional do profesorado de matemáticas de Galicia. A continuidade desta publicación non é froito da inercia, senón do traballo colectivo dunha asociación activa, dunha comunidade docente que segue tendo cousas que contar, compartir e discutir, e tamén dun equipo editorial comprometido co labor e satisfeito co produto e coa boa acollida recibida.

Como comité editorial, en cada novo número de Gamma situámonos nun exercicio inevitable de dobre mirada. Por unha banda, miramos cara ao futuro inmediato: ás actividades que se aveciñan, das que sempre recolemos unha recensión; aos encontros que están por chegar, para xuntármonos a debater e compartir; aos retos que seguen marcando o ensino das matemáticas nas nosas aulas. Por outro lado, tamén volvemos a vista cara ao camiño percorrido, ás persoas e ás iniciativas que fixeron posible que hoxe exista unha asociación viva e unha revista novamente consolidada. Pensar no que vén implica non esquecer de onde vimos, o que nos permite darlle sentido ao presente, entender o lugar que ocupa Gamma dentro de AGAPEMA e asumir que cada número é, ao mesmo tempo, continuidade e proxecto.

Se estás lendo estas liñas, seguramente xa sabes que é AGAPEMA. Se non é así, convídote a botar unha ollada á súa páxina web (<https://agapema.org/>), na que se recollen todas as actividades que leva a cabo a asociación e dende a que te podes asociar. Se, como é máis probable, coñeces ben o funcionamento de AGAPEMA, é posible que ignores a súa orixe.

Porque este número aparece nun momento especialmente significativo: acaban de cumprirse 25 anos da constitución de AGAPEMA, que botou a andar a finais do ano 2000. Na figura 1 pode verse a nova coa que un xornal recollía a súa creación. Como aí se di, «dispoñer dun foro no que o profesorado de matemáticas poida opinar, propoñer, informarse e mellorar a súa vida profesional é o obxectivo da recién nacida Asociación Galega de Profesores de Educación Matemática (AGAPEMA)». Tamén di que «non discrimina a ninguén», que é o motivo polo que xa hai anos que a asociación cambiou o seu nome polo de Asociación Galega do Profesorado de Educación Matemática.

Ao pouco tempo, Gamma publicou o seu primeiro número (figura 2), xa no 2001, polo que tamén estamos ante o seu 25 aniversario. Son máis de dúas décadas de traxectoria asociativa e editorial, atravesadas por cambios legislativos (faiase difícil levar conta de cantas leis educativas viviu AGAPEMA...), transformacións tecnolóxicas, modificacións nos currículos, nas aulas, no alumnado, no profesorado e nas familias, e tamén por distintas maneiras de entender o ensino das matemáticas. Mirar atrás permítenos comprobar que nada disto se sostén sen as persoas: as que organizan actividades, as que participan nelas, as que reflexionan sobre a súa práctica e as que deciden compartir o seu traballo co resto da comunidade.

Esa idea de continuidade e de camiño percorrido reflíctese na portada deste número. O 16 e o 25 son números que aparecen asociados a esta edición e, inevitablemente, a nosa mirada matemática non podía deixar de reparar neles. O 16 e o 25 comparten unha propiedade elemental, ben coñecida: ambos son cadrados perfectos, algo que nos levou a deseñar unha imaxe cargada de relacións numéricas. Ademais, non é unha casualidade gratuíta, senón unha chiscadela matemática que nos permite ligar pasado e presente dende a propia linguaxe da nosa disciplina. O 16 sitúanos no presente, un número máis nesta nova etapa da revista; o 25 lévanos ao pasado situado nos inicios de AGAPEMA e de Gamma, o punto de partida que fixo posible todo o que veu despois, todas esas actividades das que gozamos hoxe en día. Con todo isto, a portada pretende servir coma un pequeno exercicio de memoria e proxección: unha imaxe que lembra que o crecemento poucas veces é lineal, e aínda menos inmediato, senón froito de ir construíndo, paso a paso, sobre bases sólidas.

O espírito colectivo inicial segue hoxe moi presente. Gamma continúa a ser o reflexo escrito dunha asociación



Figura 1: La Voz de Galicia, 17 de decembro do 2000.

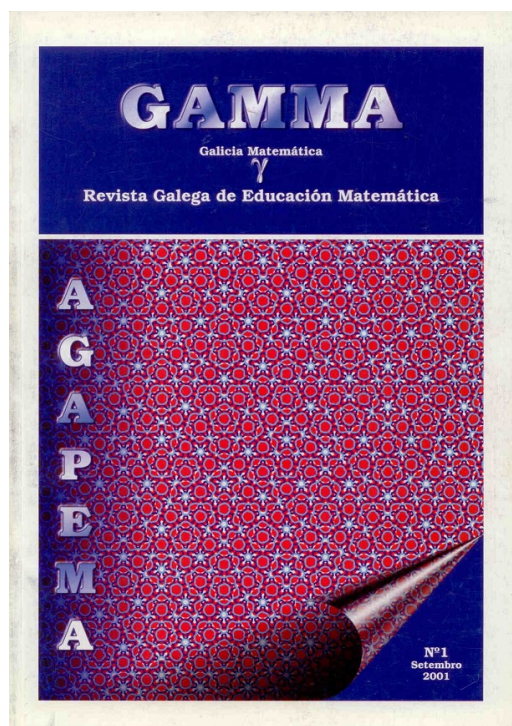


Figura 2: Portada do número 1 de Gamma.

ción viva, cun calendario cheo de actividades dirixidas tanto ao alumnado como ao profesorado. Neste curso mantéñense as iniciativas habituais que forman parte da identidade de AGAPEMA e que ano tras ano contribúen a fomentar a participación e a crear espazos de encontro, tanto dentro da aula como fóra. Entre todas elas, cómpre facer un fincapé especial no congreso que tivo lugar en outubro de 2025, a actividade estrela da asociación: un momento clave para compartir experiencias, debater ideas e reforzar os vínculos profesionais entre docentes de distintos niveis educativos.

No horizonte aparece xa outro punto de encontro relevante: en xullo de 2026 celebrárase unha nova edición das JAEM en Jaén, un evento de referencia no ámbito estatal no que, como vén sendo habitual, o profesorado galego estará presente a través de AGAPEMA. Esa participación é tamén unha maneira de situar o noso traballo nun contexto máis amplo, de aprender doutras realidades e de contribuír, dende Galicia, á reflexión colectiva sobre o ensino e a aprendizaxe das matemáticas.

Neste marco de continuidade, celebración e actividade constante (non paramos), hai unha idea que queremos reiterar, porque é estrutural e permanente: Gamma existe grazas ás persoas autoras. A nosa gratitude para todas elas, sempre con ganas de colaborar e sen poñer nunca ningún problema. Sen artigos, sen experiencias de aula compartidas, sen reflexións escritas, non habería revista. Non se trata de producir textos alleos á realidade das aulas, nin de aspirar a grandes formulacións teóricas, senón de poñer por escrito aquilo que facemos, pensamos e aprendemos no día a día como docentes. Moitas veces, escribir é tamén unha forma de ordenar a propia práctica, de tomar distancia e, por que non, de melloralala.

Quen hoxe le Gamma pode ser quen mañá asine un artigo. A revista está aberta a experiencias, recursos, materiais, propostas didácticas, reflexións teóricas ou divulgativas. Ese intercambio é o que permite que o avance non sexa só individual, senón colectivo. Apoiémonos nos ombreiros dos demais. Ao longo destes vinte e cinco anos, Gamma foi mudando de formato, de deseño e de contexto, pero mantivo unha idea central: dar voz ao profesorado de matemáticas (de infantil, de primaria, de secundaria e de universidade) e contribuír á construción dunha comunidade profesional máis conectada, máis reflexiva e máis visible.

Celebrar un aniversario é, por tanto, unha boa ocasión para recoñecer o camiño percorrido, pero tamén para asumir a responsabilidade de seguir camiñando. Gamma continuará mentres haxa persoas dispostas a participar, a escribir e a compartir. Ese é o verdadeiro motor da revista, onte, hoxe e no futuro.

GAMMA
colaboracións

Modelización matemática no ensino secundario e un exemplo da súa implementación

JOSÉ BENITO BÚA ARES

A reforma LOMLOE tenta impulsar cambios relevantes na forma de ensinar e aprender matemáticas. Unha das actividades que se mencionan na reforma como fundamentais para conseguir eses cambios son as actividades de modelización matemática. No artigo preséntase unha breve introdución á modelización matemática no ensino, á forma en que aparecen mencionadas esas actividades na reforma e un exemplo da súa implementación nas aulas nun instituto formando parte dos instrumentos de avaliación das programacións didácticas de Matemáticas. Para ilustrar esa implementación, descríbense dúas actividades propostas en 2.º da ESO e 1.º de Bacharelato Científico-Tecnolóxico.

Palabras chave: Modelización matemática, GeoGebra, Tracker, función, trigonometría

Mathematical modeling in secondary school and an example of its implementation in the classroom as an assessment tool

The LOMLOE's reform seeks to promote significant changes in the way mathematics is taught and learned. One of the activities mentioned in the reform as fundamental to achieving these changes is mathematical modeling activities. This article presents a brief introduction to mathematical modeling in teaching, the way these activities are mentioned in the reform, and an example of their implementation in classrooms at a Secondary Education as part of the assessment tools for the Mathematics Teaching Programs. To illustrate this implementation, a description is provided of two activities proposed in the second year of compulsory secondary education and the first year of the Scientific and Technological Baccalaureate.

Keywords: Mathematical modeling, GeoGebra, Tracker, function, trigonometry

Non resulta arriscado afirmar que calquera profesor de matemáticas sabe que é un modelo matemático e que é unha modelización matemática. En poucas palabras, poderíamos dicir que unha modelización matemática é un proceso no que as matemáticas xogan un papel de grande importancia na busca de solucións dun problema e un modelo matemático é o produto que resulta de aplicar correctamente ese proceso. No eido do ensino das matemáticas, o significado de que é unha modelización e un modelo non cambia de forma substancial pero leva asociada a pregunta de se a xeración ou construción de modelos debe ser unha das actividades matemáticas que o alumnado debe realizar. Se se sostén que si, virá a procura de resposta da importancia que deben ter dentro do conxunto de actividades matemáticas propostas, que tipo de actividades de modelización deben levarse á aula e con que finalidade, como deben ensinársese e que debe aprender o alumnado no proceso.

Modelización e modelo. O ciclo de modelización

No ano 1991, Blum e Niss publicaron o artigo *Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State Trends and Issues in Mathematics Instruction* [3]. Sen lugar a dúbidas, ese artigo influíu enormemente no desenvolvemento posterior dos acontecementos. Representou un punto de inflexión na pregunta de se as actividades de modelización deben formar parte do coñecemento matemático que o alumnado debe adquirir. Ata o artigo de Blum e Niss, as actividades de modelización eran un tipo de actividade matemática que podían ser máis ou menos importantes no ensino das matemáticas pero non eran consideradas como unha das actividades fundamentais á hora de propoñer actividades nas aulas. Hoxe en día, non só non está en cuestión se se deben implementar, senón que, como veremos máis adiante, representan un elemento de grande importancia no ensino das matemáticas. Chegouse a ese punto grazas en gran parte ao artigo de Blum e Niss. Por este motivo, ese artigo mencionárase a miúdo.

Blum e Niss definen un modelo matemático como:

Un modelo consiste en certos obxectos matemáticos, correspondentes a ‘elementos básicos’ da situación orixinal ou do modelo real, e de certas relacións entre estes obxectos, que corresponden con relacións entre os ‘elementos básicos’. Para ser un pouco máis precisos, un modelo matemático pode ser visto como un triple (S, M, R) , consistente nunha situación problemática real S , unha colección de entidades matemáticas M e unha relación R entre os obxectos e relacións de S e os obxectos e as relacións de M .

Blum e Niss [3, páx. 39]

Polo tanto, nun modelo matemático atópanse dous ‘mundos’ diferenciados: o mundo das matemáticas e o mundo real. A actividade céntrase nunha situación no mundo real que dá lugar á formulación de preguntas ou cuestións ás que hai que dar resposta. O proceso de modelización consiste en establecer relacións entre a situación contextualizada no mundo real e os conceptos, nocións, coñecementos etc. propios das matemáticas (ou, se se prefire, propios do mundo matemático). Esas relacións permiten obter un modelo matemático que proporciona resposta á pregunta ou cuestión proposta inicialmente.

Ese proceso de paso da situación problemática á obtención dun modelo matemático divídese en procesos relacionados entre si. A forma de establecer esas relacións entre os diferentes procesos coñécese como ‘ciclo de modelización’.

No avance do estudo da modelización matemática no ensino, xeráronse diferentes ciclos de modelización. A día de hoxe, o número de ciclos de modelización existente é considerable. De seguido incluímos o máis usado a nivel teórico (figura 1):

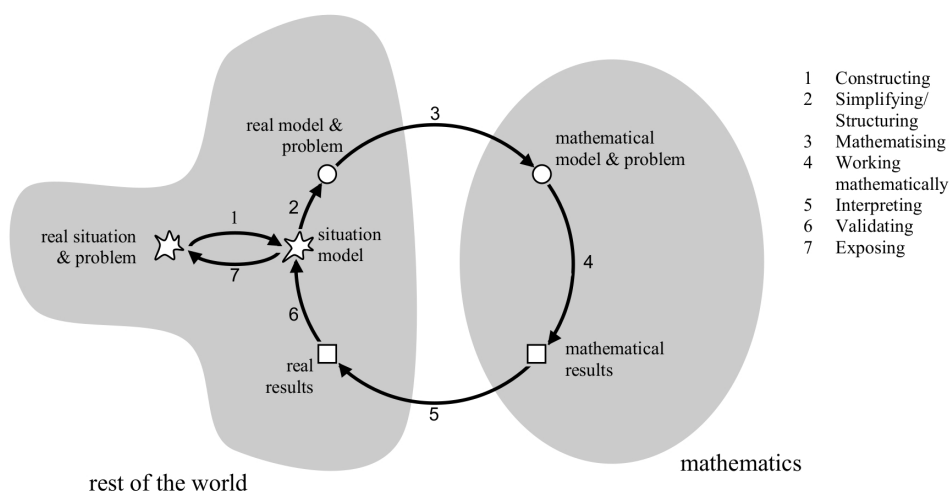


Figura 1: Ciclo de modelización de Blum e Leiss [2].

Como se observa, o ciclo de modelización supón realizar sete procesos ou pasos. O sexto paso e as conclusións que se obteñan (*Validating*) poderían levar á decisión de tentar mellorar o modelo obtido, ou que desencadee unha repetición do proceso. Por iso é polo que se caracteriza como un ciclo. Pero aínda que as frechas do esquema poidan levar a pensar que os procesos se realizan nunha orde concreta, a realidade é que, ao levar á práctica unha tarefa de modelización establécense relacións entre os distintos procesos non sinaladas no esquema. Así, por exemplo, nunha actividade de modelización pode ocorrer que despois ou durante o proceso de interpretación se volva producir un proceso de construción, de simplificación, de traballo matemático etc. Isto quere dicir que, aínda que se denomine ou caracterice como un ciclo, en realidade o proceso é bastante máis complexo que seguir unha serie de pasos de forma ordenada.

Faise notar que no ciclo de modelización de Blum e Leiss distínguense dous mundos: o mundo das matemáticas e o resto do mundo. O ‘mundo real’ que se menciona no artigo de Blum e Niss substitúese no ciclo de Blum e Leiss polo ‘resto do mundo’. Noutros ciclos de modelización, o ‘mundo real’ denomínase como ‘mundo extramatemático’. Ese cambio do ‘mundo real’ por ‘resto do mundo’ ou ‘mundo extramatemático’ non é en modo algún casual. Non afondaremos neste tema, pero máis adiante xurdirá esa cuestión ao describir os dous exemplos de actividades implementadas na aula.

O ciclo de Blum e Leiss considérase ás veces pouco adecuado para levar á aula unha actividade de modelización ou para analizar o proceso de modelización que seguiu o alumnado ao realizar unha actividade de modelización. Esas son dúas das razóns polas que xorden ciclos de modelización diferentes. Como exemplo, inclúese o ciclo de modelización de Blum e Borromeo-Ferri, desenvolvido como un esquema para ser usado polo profesorado e ser entregado ao alumnado (figura 2).

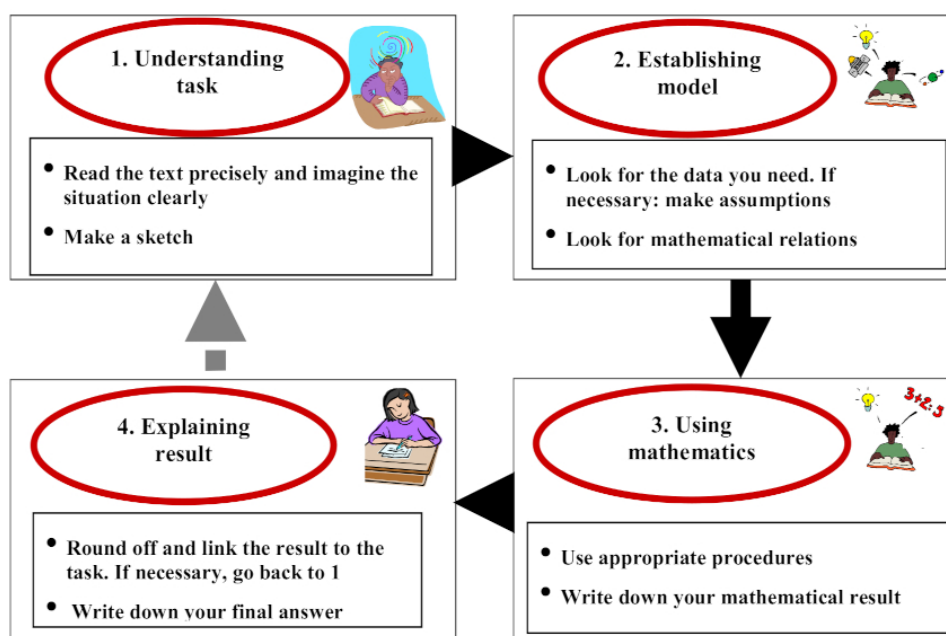


Figura 2: Ciclo de modelización de Blum e Borromeo-Ferri [1].

Por que realizar actividades de modelización? Obstáculos á súa introdución. Perspectivas

Pódense realizar moitos tipos de actividades nunha clase de Matemáticas pero o tempo é limitado, tanto no que se refire ao curso escolar como á duración dunha clase. Faise necesario escoller que facer e que non, establecendo prioridades para tomar decisións. Esas prioridades establécense tendo en conta os obxectivos de ensino-aprendizaxe. Hai varios actores na toma de decisións de que ensinar e como ensinar matemáticas. Entre todos eses actores destacan especialmente dous. Por unha banda, temos as prioridades do currículo oficial, establecidas pola administración educativa pero influenciadas por múltiples factores externos. Por outro lado, as prioridades de cada docente. As prioridades do currículo non sempre coinciden coas prioridades do profesorado. E, de feito, nin

sequera as prioridades dun profesor teñen porque coincidir coas doutro profesor. É habitual que nos Departamentos Didácticos de Matemáticas xurdan conversas, debates e mesmo discusións arredor dese tema. Faise necesario establecer un equilibrio entre todo ese conxunto de prioridades. Esa busca de equilibrio non é en modo algún un proceso sinxelo e, polo tanto, non sempre se chega a acadar ese equilibrio.

Por que se menciona o anterior? Porque falar das razóns ou vantaxes de implementar tarefas de modelización é falar da consecución de obxectivos de ensino-aprendizaxe das matemáticas. E falar deses obxectivos é falar das prioridades que se establezan. De seguido, menciónanse as vantaxes que Blum e Niss achegan no seu artigo do ano 1991. É moi posible que quen as lea pense que non todas teñen a mesma relevancia ou incluso se as vantaxes teñen a importancia suficiente como para levar á decisión de implementar tarefas de modelización na aula. Os argumentos a favor son os seguintes:

1. Argumento formativo.

Salienta a aplicación das matemáticas e a realización de modelos matemáticos e a resolución de problemas como medios adecuados para desenvolver competencias e actitudes xerais nos estudantes.

2. Argumento da competencia crítica.

Céntrase en preparar aos estudantes para vivir e actuar con integridade como cidadáns, tanto privados como sociais, cunha competencia crítica nunha sociedade cuxa configuración e funcionamento vese cada vez máis influenciada polo uso das matemáticas a través de aplicacións e modelos.

3. Argumento da utilidade.

Salienta que a instrución matemática debe preparar aos estudantes para utilizar as matemáticas para resolver problemas ou describir aspectos de áreas e situacións extramatemáticas específicas, xa en referencia a outras materias, contextos ocupacionais ou á vida cotiá actual ou futura dos estudantes.

4. Argumento da imaxe das matemáticas.

Insiste en que é unha tarefa importante da educación matemática establecer cos estudantes unha imaxe rica e completa das matemáticas en todas as súas facetas, como ciencia, como campo de actividade na sociedade e na cultura. Dado que a modelización e as aplicacións constitúen unha compoñente esencial da devandita imaxe, esta compoñente debe ocupar un lugar apropiado nos currículos de matemáticas.

5. Argumento da promoción da aprendizaxe das matemáticas.

Salienta que a incorporación de aspectos e actividades de resolución de problemas, aplicacións e modelización no ensino das matemáticas é moi adecuada para axudar aos estudantes a adquirir, aprender e reter conceptos, nocións, métodos e resultados matemáticos, ao proporcionarlles motivación e relevancia para os estudos matemáticos. Este traballo tamén contribúe a formar os estudantes para pensar matematicamente e para seleccionar e aplicar técnicas matemáticas dentro e fóra das matemáticas.

Pero non todo son vantaxes. A estes argumentos a favor, tamén engaden obstáculos ou atrancos á súa implementación:

1. Obstáculos organizativos.

Refírense fundamentalmente á escasa duración das clases de Matemáticas (45-50 minutos xeralmente).

2. Obstáculos en relación co alumnado.

Céntranse en que a modelización converte a clase de Matemáticas nunha clase máis difícil e menos previsible. As tarefas rutineiras, como cálculos matemáticos, son máis populares entre os estudantes porque son moito máis fáciles de comprender e, a miúdo, pódense resolver simplemente seguindo certas “receitas”. Isto facilita aos estudantes obter boas cualificacións nas probas e exames. O alumnado pode ter dificultades para levar a cabo os diferentes pasos do ciclo ou do proceso de modelización no seu conxunto, o que conleva un maior grao de dificultade.

3. Obstáculos en relación co profesorado.

Presentan máis variedade. A resolución de problemas e o seu uso fóra das matemáticas fan o ensino máis aberto e máis esixente para o profesorado porque conleva cualificacións “non matemáticas”, o que fai máis difícil a tarefa de avaliar aos estudantes. A isto, engádese que o profesorado non considere a modelización como unha actividade matemática “propia”, senón que se insire no campo das aplicacións das matemáticas e, polo tanto, noutras materias do currículo. Ademais, a clase convértese en máis aberta e menos previsible. Como consecuencia, o profesor precisa de competencias e habilidades que lle permitan afrontar a introdución da modelización no ensino. Moi a miúdo, o profesorado simplemente non coñece suficientes exemplos de aplicacións e modelos adecuados para o ensino, ou non ten tempo suficiente para actualizar os exemplos, adaptalos á clase real e preparar o seu ensino en detalle.

Mencionábase antes que na implementación da modelización no ensino, os obxectivos das actividades de modelización xogan un papel fundamental. Ás vantaxes ou argumentos a favor engádense os obxectivos que se lle asignan á modelización no contexto de ensinar-aprender matemáticas. Pode parecer que o obxectivo está claro: partir dunha situación real ou extramatemática que se asocia a un problema ou cuestión e seguir un proceso que conduza a un modelo que resolva o problema ou dea resposta á cuestión proposta. O dito é certo. Pero ese obxectivo en realidade diversifícase á hora de propoñer tarefas de modelización concretas. A razón é que no proceso previo á implementación, e que consiste en decidir que actividade concreta realizar, xorden multitude de posibilidades. Escoller que posibilidade é a adecuada conleva, necesariamente, unha toma de decisións. Nesa toma de decisións, xogan un papel fundamental os obxectivos de ensino-aprendizaxe que se lles asignan ás tarefas de modelización.

A partir dos anos 90, as actividades de modelización no ensino-aprendizaxe das matemáticas foron gañando importancia. Pero esa importancia só se fixo visible en documentos que postulaban un cambio nos obxectivos e na forma de ensinar-aprender matemáticas (como no caso dos marcos teóricos dos informes PISA [6] [7]) e, sobre todo, no eido da investigación en didáctica da matemática. Desafortunadamente, a produción científica arredor da modelización matemática no ensino é, nestes intreos, considerable. Pero durante bastantes anos esa importancia crecente pasou desapercibida para a comunidade de docentes de matemáticas, en gran parte debido á falta de mecanismos ou “pontes” entre didáctica da matemática e profesorado de Matemáticas de ensino secundario. A situación cambiou cando a modelización matemática pasou a xogar un papel importante nos currículos de matemáticas nas reformas educativas. Pero, a pesar de representar un elemento importante na reforma actual e en reformas precedentes, a implementación real das actividades de modelización nas aulas segue sendo algo pouco frecuente. Como consecuencia, para poder describir os diferentes enfoques ou perspectivas en modelización matemática no ensino, vanse utilizar as experiencias e propostas realizadas na investigación en didáctica das matemáticas [4]. Eses enfoques ou perspectivas determínanse fundamentalmente a partir dos obxectivos que se asignan ás actividades de modelización no proceso de ensino-aprendizaxe das matemáticas. Existen varias clasificacións, pero poderíamos reducir o seu número a dúas [5], non excluíntes e complementarias:

- › Como vehículo para introducir un coñecemento matemático concreto.
- › Como vía para desenvolver a competencia en resolución de problemas reais.

Chegado o momento de propoñer unha actividade de modelización, eses obxectivos xogarán o seu papel na decisión de que tipo de actividade realizar. Pero haberá que concretar que actividade ou tarefa contextualizada no mundo real ou extramatemático se vai escoller. No ámbito da investigación en didáctica da matemática hai numerosos exemplos de actividades de modelización, pero ese número é escaso cando se trata de actividades implementadas na aula polo profesorado de ensino secundario ou propostas de implementación procedentes de libros de texto. De feito, esa falta de exemplos de actividades accesibles representa, tal e como xa afirmaban Blum e Niss no ano 91, un obstáculo para o profesorado que pode ser determinante á hora de introducir a modelización matemática no ensino. Se se supera ese obstáculo, tamén teñen grande importancia as decisións, xa cualificadas a maioría como obstáculos por Blum e Niss, relacionadas con:

- › A forma na que se vai presentar aos estudantes a actividade: vaise usar un enunciado curto para presentar a actividade ou tarefa, vaise confeccionar unha guía con apartados para facer un detrás doutro, vaise guiar aos estudantes facendo os diferentes pasos do ciclo e outras tarefas asociadas de unha en unha ...?
- › A organización do grupo de alumnos e alumnas: a actividade vaise facer de forma individual, en pequeno grupo, en gran grupo ...?

Ligadas ao anterior, xorden outras cuestións relevantes á actividade como, por exemplo:

- › a dedicación en horas,
- › o grao de apertura do problema,
- › o grao de autonomía que terán os estudantes,
- › a forma na que se vai avaliar a actividade, de maneira que esa avaliación proporcione unha nota que sirva para valorar mediante un número o traballo realizado polo alumnado (algo imprescindible se se pretende que a actividade forme parte dos instrumentos de avaliación ou que teña un reflexo na súa nota).

É dicir, xorden numerosas cuestións ás que hai que dar resposta. Moitas delas, como xa mencionamos, representan obstáculos á implementación deste tipo de actividades. Outras conlevan cambios na metodoloxía “tradicional” no ensino-aprendizaxe das matemáticas. Que gran parte das cuestións ás que debe dar resposta un profesor sexan cualificadas como “obstáculos”, vinculados en parte á utilización de metodoloxías pouco usadas na práctica docente habitual, é ilustrativo de que dar resposta a esas cuestións non é sinxelo. Haberá que afrontar esas dificultades se se considera que as actividades de modelización son o suficientemente valiosas como recurso para ensinar-aprender matemáticas. Ademais, como veremos a continuación, as actividades de modelización forman parte importante do currículo de matemáticas e, polo tanto, é obrigado implementalas na aula.

A modelización na LOMLOE

Como en reformas anteriores, a LOMLOE liga os obxectivos do ensino na ESO e no Bacharelato á adquisición de competencias (Real Decreto 217/2022 [8] e Real Decreto 243/2022 [9]).

A LOMLOE distingue oito competencias básicas ou competencias clave. Unha desas competencias é a competencia matemática e en ciencia, tecnoloxía e enxeñería ou competencia STEM (*Science Technology Engineering Mathematics*). É dicir, a competencia matemática intégrase nunha competencia máis ampla, seguindo a tendencia xeral de introdución das competencias STEM como unha das competencias fundamentais. Para cada unha das áreas, ámbitos ou materias do currículo, cada competencia clave concrétese nunha serie de descritores operativos (no caso da competencia STEM: STEM1, STEM2 etc.). Os descritores operativos, xunto cos obxectivos da etapa, conforman o punto de referencia para a concreción das competencias específicas de cada área, ámbito ou materia (no currículo galego, as competencias específicas chámanse obxectivos de área, ámbito ou materia pero veñen definidas de maneira idéntica). No caso das Matemáticas, na etapa da ESO, o número de competencias específicas é de 10 e, na etapa de Bacharelato, de 9. No desenvolvemento do currículo de Matemáticas na ESO e no Bacharelato, a LOMLOE define cinco bloques competenciais asociados ás competencias específicas e relacionados entre si: resolución de problemas, razoamento e proba, conexións, comunicación e representación e destrezas socioafectivas. Garántese a adquisición desas competencias específicas por medio dunha serie de criterios de avaliación e un conxunto de saberes. Eses saberes estrutúranse arredor do concepto de sentido matemático. O sentido matemático divídese en seis sentidos que deben relacionarse entre si: numérico, da medida, espacial, alxébrico, estocástico e socioafectivo.

A modelización menciónase de forma expresa nas competencias específicas tanto na ESO como no Bacharelato. No currículo da ESO aparece na descrición como primeira competencia específica:

Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.

Real Decreto 217/2022 [8, páx. 142]

No caso de Matemáticas I e II do Bacharelato, aparece tamén mencionada como primeira competencia específica:

Modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para obtener posibles soluciones.

Real Decreto 243/2022 [9, páx. 261]

No caso de Matemáticas Aplicadas ás CCSS I e II, o texto cambia «*de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología*» a «*de la vida cotidiana y de las ciencias sociales*».

A importancia que se concede á modelización é evidente. Vincúlase ao uso das matemáticas na resolución de problemas e co uso de estratexias e formas de razonamento en contextos científicos, tecnolóxicos e das ciencias sociais. A modelización preséntase como unha forma de resolver problemas ou cuestións nun contexto vinculado a disciplinas científicas diferentes das matemáticas. Polo tanto, asóciase a un ensino multidisciplinar, interdisciplinar e/ou transdisciplinar. Á súa vez, ese ensino-aprendizaxe das matemáticas integrado con outras disciplinas científicas conecta coa competencia STEM da reforma e abre a porta ás matemáticas integradas nun “ámbito” científico-tecnolóxico. Desafortunadamente, a importancia que se concede á realización de actividades de modelización non se limita a representar un recurso valioso para ensinar-aprender matemáticas senón que se vincula estreitamente coa adquisición de competencias, algo clave nos obxectivos da reforma.

Ademais, tanto o modelo matemático como o pensamento computacional considéranse fundamentais no sentido alxébrico por razóns organizativas pero indícanse que «*no son exclusivos del sentido algebraico y, por tanto, deben trabajarse de forma transversal a lo largo de todo el proceso de enseñanza de la materia.*» (Real Decreto 217/2022 [8, páx. 142]).

É dicir, a modelización é considerada e debe ser considerada un elemento transversal e, como consecuencia, un dos eixos fundamentais da materia de Matemáticas.

A modelización integrada nunha programación didáctica como un dos instrumentos de avaliación

Dende hai máis de 10 anos, no IES Sánchez Cantón realizábanse actividades nas aulas que poderíamos caracterizar como actividades propias dun ensino-aprendizaxe baseado en proxectos, proxectos de investigación ou, se se prefire, situacións de aprendizaxe. As actividades ás veces realizábanse un profesor de matemáticas co alumnado, ás veces máis dun docente de matemáticas co alumnado dun mesmo curso e, noutras ocasións, realizábanse en colaboración co profesorado doutras materias (Debuxo Técnico, Tecnoloxía, Xeografía e Historia). Unha parte desas actividades eran actividades de modelización.

Pero a realización dese tipo de actividades sempre tivo un encaixe pouco satisfactorio na programación didáctica do departamento (PD). Realizábanse presentándoas ó estudantado como actividades “voluntarias”. Unha parte delas para ser realizadas por todo o grupo e outra parte para ser realizadas de xeito individual ou por un grupo pequeno (2, 3 ou 4 integrantes). As realizadas por todo o grupo non conlevaban outorgar ningún tipo de nota ou cualificación. As realizadas de xeito individual ou por grupos pequenos si conlevaban unha avaliación con repercusión na nota. Concretamente, a realización da actividade implicaba sumar un máximo de 1 punto na súa cualificación da avaliación ou avaliacións nas que estivese realizando a actividade. Esa situación daba lugar a debates recorrentes sobre a forma apropiada de integralas na PD, sobre todo polo feito de que un alumno ou alumna poidese acadar unha nota de 11 como máximo cando o límite máximo é de 10.

Por mor da implementación da reforma LOMLOE, durante unha reunión do Departamento Didáctico de Matemáticas no curso 2023-2024, xurdiu o debate ao redor da realización dese tipo de actividades e a súa avaliación. Decidiuse que era conveniente realizar unha actividade por trimestre deste tipo en todos os grupos da ESO e 1.º de Bacharelato. A actividade formaría parte dos instrumentos de avaliación de cada programación didáctica e o seu peso sobre o total fixaríase en cada caso. En 2.º da ESO, ese peso fixouse no curso 2024-2025 nun 15 % sobre o total. O 70 % correspóndese con exames por escrito, o 15 % coa nota do traballo e o 15 % restante coa valoración do traballo diario, interese, esforzo, caderno etc. En 1.º de Bacharelato, o 85 % obtense da nota de exames e o 15 % restante da nota do traballo. Decidiuse que os obxectivos fundamentais desas actividades debían basearse en catro puntos fundamentais:

- › A actividade debe relacionarse con contidos do currículo que os estudantes estivesen a estudar ou xa estudaran recentemente. A actividade debe incluír a adquisición de novos coñecementos de matemáticas e/ou o uso de coñecementos propios doutras materias ou áreas de coñecemento.
- › Debe implicar o uso de ferramentas tecnolóxicas, tanto para o desenvolvemento da actividade como para a comunicación do proceso seguido e os resultados obtidos.
- › Debe realizarse en grupo.
- › Debe realizarse entregando unha guía da actividade ó alumnado na que se describan os pasos ou apartados a seguir.

Eses catro puntos, por unha banda, pretenden dar resposta a unha parte dos obxectivos que marca a LOMLOE para as Matemáticas pero tamén porque a súa realización, desde a opinión do profesorado do Departamento, resulta valiosa para a súa formación matemática. Faise notar que ao tratar o tema da introdución dese tipo de actividades como un dos instrumentos de avaliación nas PD, xurdíu unha diferenciación entre os obxectivos da LOMLOE e os obxectivos do profesorado do Departamento. Por desgraza, os obxectivos das diferentes reformas educativas en España dos últimos 35 anos non coinciden plenamente cos obxectivos de ensino-aprendizaxe do profesorado de Matemáticas. De aí que mencionemos esa diferenciación de obxectivos das actividades desde a LOMLOE ou desde a opinión do profesorado do Departamento.

Dos catro puntos, a guía é o máis problemático. Decidiuse que un docente que imparte nun nivel redacte unha proposta borrador da guía. Esa proposta será revisada polo resto de docentes dese nivel, achegando as suxestións que estimen oportunas. Nesas modificacións é onde entran en xogo os obxectivos de cada profesor. Dependendo dos obxectivos de cada profesor, a guía tomará unha forma ou outra. É dicir, na realización deste tipo de actividades, incluídas as actividades de modelización, os obxectivos de ensino-aprendizaxe de cada profesor xogan un papel fundamental e repercuten poderosamente nos obxectivos asignados á actividade [4].

Esa diferenza de obxectivos únese e vincúlase co problema do grao de apertura da actividade e a autonomía concedida ao alumnado á hora de realizala [1]. A guía da actividade pode, por exemplo, levar á realización dunha actividade máis aberta ou máis pechada. Canto máis pechada, concederáse menos autonomía ao alumnado pero tamén lle resultará menos problemática. Resultará máis fácil de avaliar pero menos rica no que se refire á variedade de procesos que teñen lugar mentres se realiza a actividade. Tamén se observa unha menor variedade nas respostas, chegando mesmo a resultar de resposta única. Se a actividade se presenta cun grao de apertura maior, vólvese máis difícil de avaliar e máis esixente para o alumnado, podendo levarlos a bloqueos que lle impidan chegar a unha solución ou resposta.

Esa procura de equilibrio entre nivel de apertura e nivel de autonomía concedida ao alumnado é, sen dúbida, o que repercute en maior medida na forma que toma a guía entregada ao alumnado. No noso instituto, de feito, é un dos debates recorrentes que xurdiron e xorden á hora de falar sobre como levar á aula este tipo de actividades. Aínda recoñecendo todo o profesorado do Departamento que a situación desexable é expor a actividade como unha actividade o máis aberta posible e conceder un alto grao de autonomía ao alumnado, xorde o problema de como evitar os bloqueos e como avaliar unha actividade na que xurdirán dificultades que, en ocasións, poden resultar insuperables para o alumnado. Cada docente ten unha opinión fundamentada sobre que grao de apertura e autonomía

debe ter unha actividade concreta. As dificultades para chegar a un acordo e lograr unha única guía da actividade para todos os grupos dun mesmo nivel son considerables. Isto levou a deixar a toma de decisións relativa á forma concreta que toma a guía da actividade ao profesor ou profesora que imparte clase en cada grupo.

Exemplos de actividades de modelización

Os traballos podían terse proposto cun enunciado textual relativamente curto. No caso do traballo de 2.º da ESO podería ser: *Calcula o número de farois (iguais aos farois que hai no patio) para iluminar correctamente a rúa de diante do instituto por ambos lados da rúa.* No caso do traballo de 1.º de Bacharelato: *Obtén a ecuación matemática e física que rixe o movemento ou movementos do Angry Bird no vídeo.* Esa opción de proposta de traballo, para o alumnado, sería a ideal. Partir dunha situación real que propón un problema e usar a modelización matemática para proporcionar a solución do problema en forma de modelo.

No caso da actividade de 2.º da ESO, nun primeiro paso só sería necesario proporcionar ao alumnado o coñecemento asociado ao uso de GeoGebra para calcular a altura do farol a partir dos datos de ángulo de elevación e distancia, aprender a usar GeoGebra para xerar gráficos que axuden a ilustrar o traballo desenvolvido e o uso dun editor de ecuacións para escribir expresións matemáticas. Para resolver o problema, a ese coñecemento puramente técnico do uso de programas informáticos únense os coñecementos matemáticos que xa adquiriu o alumnado. Sobre o papel, esas dúas cousas son ou deberían ser suficientes para superar as dificultades asociadas a obter a solución do problema. Pero, en realidade, a situación é máis complexa. Por exemplo, aparecen as dificultades asociadas ao traballo en grupo no que os estudantes deben tomar decisións consensuadas e chegar a acordos no grupo para poder chegar a unha solución do problema, algo ao que, en xeral, non están acostumados. Ou, por exemplo, que a solución atopada polo grupo sexa só a solución atopada por un ou unha integrante do grupo, que asume a responsabilidade da toma de decisións. Ademais, as decisións non sempre serán acertadas e/ou poden aparecer atrancos e dificultades que representen un punto de bloqueo que non lles permita chegar a unha solución correcta.

As dificultades sinaladas e outras influíron no seu momento na decisión do Departamento de realizar guías das actividades. Seguindo unha guía evítanse dificultades que poidan impedir chegar a unha solución pero, como xa se indicou, é inevitable perder elementos importantes. Por exemplo, a guía pode representar un seguimento por pasos dunha estratexia de resolución do problema determinada polo autor da guía. A consecuencia é que resulta innecesario que os estudantes teñan que determinar a estratexia de resolución adecuada e tomar as decisións que levan a solución. Así, pódese criticar o feito de guiar ao alumnado porque evita dificultades e atrancos, pero resolver un problema consiste precisamente niso: en superar dificultades.

A multitude de opcións para presentar o problema ao alumnado provén, precisamente, do debate sobre ata que punto é necesario guíalos nunha actividade centrada ou consistente na resolución de problemas (como é o caso da modelización). Canto menos guiado, xurdirán máis dificultades, atrancos e obstáculos que os estudantes deberán superar. Canto máis guiado, menos dificultades, atrancos e obstáculos que superar pero tamén menos problemático é o problema e, polo tanto, a actividade. Ademais, guiar máis ou menos no proceso de modelización ten influencia en aspectos metodolóxicos importantes. Canto máis guiada sexa a actividade, menos espazo para que se propoñan debates en busca de solucións (en pequeno ou gran grupo) e máis posibilidades de formulala como unha actividade que se pode realizar con éxito de forma individual ou en grupo (en gran grupo, en grupos de 2, de 3 etc.). A todo isto, únese a dificultade de que situación real concreta utilizar e os obxectivos de ensino-aprendizaxe asignados á actividade.

Cada profesor ou profesora debe buscar unha resposta a todas estas cuestións. Esa é a razón fundamental de que as guías das dúas actividades¹ que se amosarán como exemplo non foran as mesmas en tódolos grupos de 2.º da ESO nin en todos os grupos de 1.º de Bacharelato. De feito, nalgún grupo de 2.º da ESO e 1.º de Bacharelato nin sequera se utilizou a mesma situación real como xerme da actividade. É dicir, as guías que se presentarán a continuación son as guías dun profesor concreto. De feito, resulta case inevitable que un profesor ou profesora que lea isto e decida usar a mesma situación real ou unha similar, opte por unha guía diferente.

Neste caso, as dúas actividades realizáronse en grupos de 4 persoas como máximo. A composición dos grupos decidírona os propios alumnos e alumnas.

Como xa se indicou, a actividade era un dos instrumentos de avaliación polo que resulta conveniente que cada grupo entregue un documento onde proporcione unha resposta ás tarefas ou cuestións propostas na guía. Así, a guía da actividade divídese en apartados e cada apartado ten unha valoración concreta. As valoracións de cada apartado realízanse en forma de número, de forma que a suma da valoración de tódolos apartados sexa 10.

A guía da actividade submínistrase ao alumnado a comezos do trimestre. Explicase a actividade usando a guía durante unha clase e impártense os coñecementos necesarios para poder facer as tarefas especificadas na guía nunha ou dúas clases, dependendo da cantidade de coñecementos que debe adquirir e a súa complexidade. Normalmente, nesas clases inténtase que o alumnado adquira un dominio básico no uso de programas ou recursos informáticos (editor de ecuacións, folla de cálculo, GeoGebra, Gimp etc.). Adócanse 4 ou 5 clases a que os grupos fagan o traballo (cos ordenadores Edixgal ou na aula de Informática) e fíxase unha data de entrega do traballo ao cabo de aproximadamente un mes. A entrega do traballo e os arquivos asociados realízase a través da aula virtual. Ademais, e para facilitar a corrección dos traballos, o alumnado entrega unha copia impresa. Unha vez corrixis e avaliados, devólvenselles aos grupos e dispoñen dun mes máis para corrixir e mellorar o traballo. A nota do traballo é a nota dos alumnos e alumnas do grupo neste instrumento de avaliación (15 % da nota global).

A actividade de 2.º da ESO

A actividade ten un precedente nunha actividade consistente en facer unha estimación do volume de madeira dun recinto arborizado (a guía desa actividade atópase no mesmo cartafol de Google Drive que contén as outras guías de actividades).

O título da actividade xa indica as dúas partes fundamentais nas que se divide:

- › Calcular a altura dun obxecto. Concretamente a altura dun farol do patio do instituto.
- › Usar esa altura nunha situación real que precisa dese dato. Concretamente, o número de farois que sería necesario instalar para iluminar ambos os lados da rúa na que se atopa o instituto.

Cada un deses dous apartados fundamentais, que teñen unha valoración de 5 puntos cada un, subdivídense en subapartados.

A primeira parte da actividade consiste en medir a altura dun farol. Neste caso, para medir a altura do farol usouse unha cinta métrica para medir distancias e un sextante para medir o ángulo de elevación do alto do farol. Úsanse sextantes² porque o instituto dispón dun número suficiente deles. Poderíase calcular a altura do farol construindo clinómetros ou cuadrantes, usando unha regra (e utilizando a semellanza de triángulos), medindo sombras ou, mesmo, usando unha app que permita medir alturas directamente.

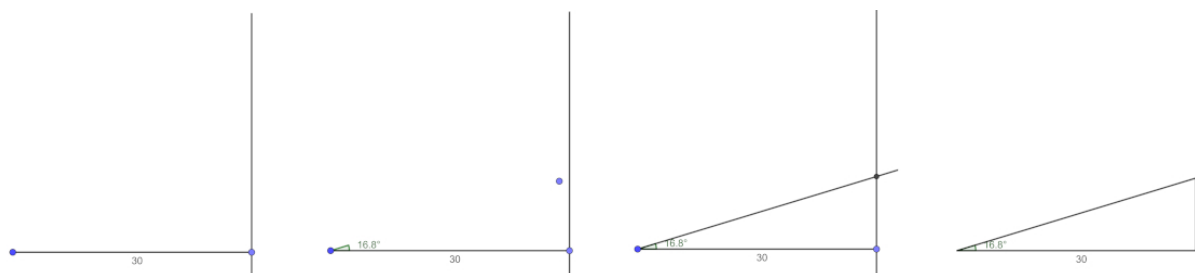


Figura 3: Determinación de altura usando GeoGebra.

Como o alumnado de 2.º da ESO non dispón de coñecementos de trigonometría, o cálculo da altura realizouse usando GeoGebra (figura 3).

Para iso:

- 1.º Trazaron un segmento de lonxitude igual á distancia desde un punto do patio á base do farol (na guía figura a opción de medir unha distancia e dous ángulos pero ningún grupo optou por seguir ese sistema).
- 2.º Trazaron unha perpendicular a ese segmento.
- 3.º Trazaron o ángulo medido co sextante.
- 4.º Determinaron o punto de corte da liña que determina o ángulo e a perpendicular.
- 5.º Trazaron o segmento que une o punto anterior co punto que se identifica no esquema coa base do farol. A lonxitude dese segmento proporciona o dato de altura do farol.

Neste apartado (5 puntos), debían medir unha distancia e o ángulo de elevación do farol, xerar un esquema con eses datos sobre unha fotografía onde se observe o farol, outro esquema sen esa fotografía e, por último, determinar a altura do farol. Unha vez rematada a clase para tomar as medidas no patio, cada un dos grupos debía entregar nunha folla os datos de distancia e ángulo. Na avaliación do traballo, estimábase que o resultado da determinación da altura era adecuado se o erro respecto ao valor real era de menos de 50 cm.

Unha vez obtida a altura, ese dato debía usarse para determinar a distancia entre dous farois contiguos e o número de farois necesario para iluminar a rúa, de 205 m de lonxitude, por ambos os lados (4 puntos). Suponse que os farois son farois led e que o ángulo de apertura do led é un dos habituais (110°). Neste apartado debían incluír tres esquemas: un no que debía aparecer a separación que debía existir entre dous farois, outra na que aparecese a altura do farol, o ángulo de iluminación do led e a lonxitude da rúa iluminada por un farol e, por último, un esquema con dous farois contiguos e a lonxitude da rúa iluminada por eses dous farois. Neste apartado, o alumnado debía darse de conta de que para iluminar correctamente a rúa, os feixes de luz tiñan que superpoñerse. De seguido, inclúese un esquema onde se observa a área iluminada por dous farois de altura a altura do farol e de forma que os feixes de luz se cruzan a unha distancia de 2 m do chan (figura 4).

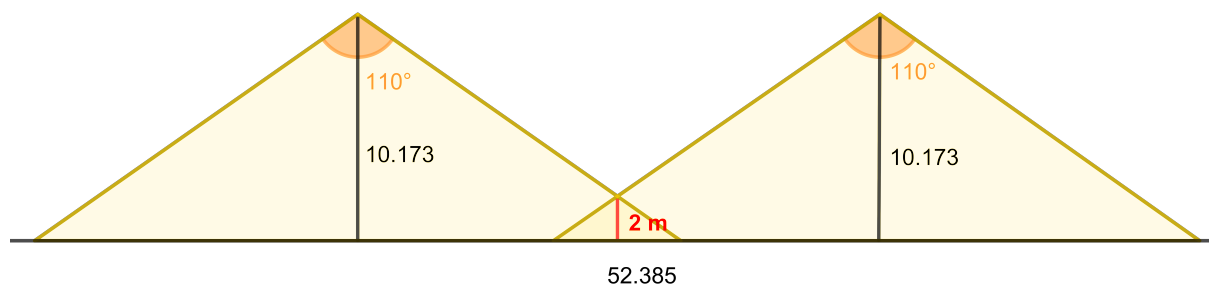


Figura 4: Esquema de área iluminada por dous farois.

A actividade de 1.º de Bacharelato

A actividade poderíase incluír dentro dun conxunto de actividades consistentes en establecer a forma na que se relacionan dúas magnitudes físicas no contexto dun experimento. Esa forma de relación será, no mundo matemático, unha función real de variable real. O número de exemplos deste tipo, de situacións que se poden propoñer como actividade, é considerable e moitos deles forman parte de experimentos que se realizaron no pasado e que se realizan actualmente nas clases de Física ou Química. No noso caso, realizáranse anteriormente dúas actividades relacionadas: a busca da relación entre tempo e desprazamento dun obxecto que se deixa caer por un plano inclinado e o tempo e desprazamento do movemento dun balón lanzado, por exemplo, por un xogador de baloncesto.

Pero non foron as únicas actividades deste tipo que se propuxeron. Por exemplo, realizáronse actividades para establecer a relación entre a lonxitude que se alonga un resorte e o peso que se colga do resorte, da relación entre tempo e temperatura dun líquido quenteado previamente, da forma da onda

de son que emite un diapasón, de como se relaciona o diámetro dunha mancha de aceite en auga e o volume de aceite e do tempo e desprazamento dun coche solar e dun coche a pilas³.

Neste caso, a situación proposta é o movemento dun paxaro no xogo de Angry Birds. Para obter os datos de movemento, utilízase o programa Tracker. Para o uso dos conxuntos de datos que proporciona Tracker e a obtención das funcións que relacionan eses conxuntos de datos úsase GeoGebra⁴.

A actividade divídese en tres partes claramente diferenciadas.

A primeira consiste en describir que é un parámetro no ámbito concreto das funcións matemáticas e determinar unha altura do tiracroio no xogo Angry Birds (dato que se usará en Tracker).

Na segunda parte úsase o programa Tracker para obter os datos de tempos e desprazamentos verticais e horizontais e, usando GeoGebra, as funcións que axustan eses conxuntos de datos. Para obter os datos en Tracker, en primeiro lugar hai que fixar un sistema de eixes cartesianos, unha medida de lonxitude coñecida (que será a altura do tiracroio) e o tramo do vídeo que será analizado (figura 5).

A continuación, hai que proporcionar ao programa o patrón de búsqueda e xerará os datos de tempos e desprazamentos horizontais e verticais (figuras 6 e 7).

Poderíase usar o programa para que xere as funcións de axuste correspondentes aos tres grupos de datos (tempo – desprazamento horizontal; tempo – desprazamento vertical; desprazamento horizontal – desprazamento vertical) porque o programa inclúe ferramentas para facelo. Pero non se usarán esas ferramentas. A razón fundamental é que, se se utilizan, obtense o modelo da situación real, sen obter o modelo no mundo matemático e sen necesidade de interpretar a solución matemática no contexto do mundo extramatemático. É dicir, suprimense pasos do ciclo de modelización. Esa supresión impide un enfoque da actividade con obxectivos centrados no uso das funcións matemáticas para xerar modelos e, como consecuencia, introducir na actividade conceptos e nocións considerados fundamentais nos obxectivos da actividade (parámetros en funcións, familias de funcións, variables funcionais etc.). Desafortunadamente, a limitación do uso da ferramenta tecnolóxica resulta un elemento fundamental. Como veremos a continuación, tamén se van limitar as posibilidades que ofrece GeoGebra como ferramenta tecnolóxica.

Unha vez que se obtivo a táboa de datos en Tracker, expórtase esa táboa a unha folla de cálculo de GeoGebra e, escollendo dúas columnas, xéranse os puntos nos eixos. Decídese que tipo de función se axusta aos puntos, introdúcense esvaradores e xérase a función de axuste dos datos (figuras 8 e 9).

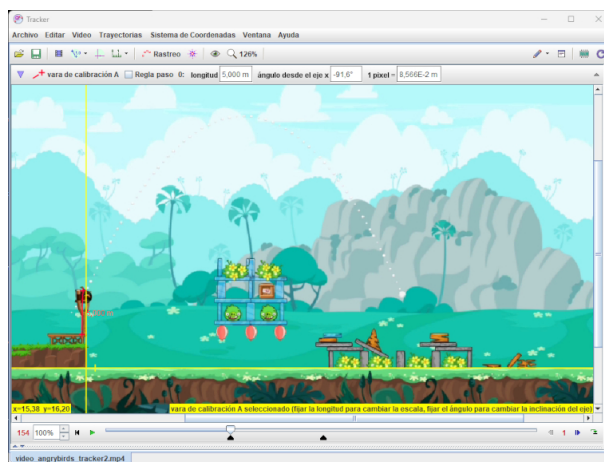


Figura 5: Tracker. Eixos cartesianos e vara de calibración (5 m).

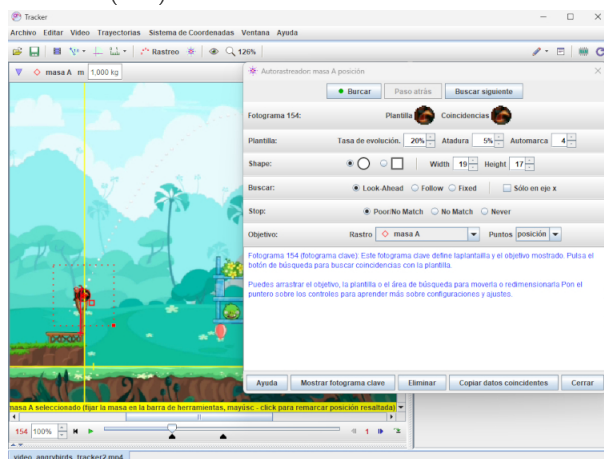


Figura 6: Tracker. Patrón de búsqueda.

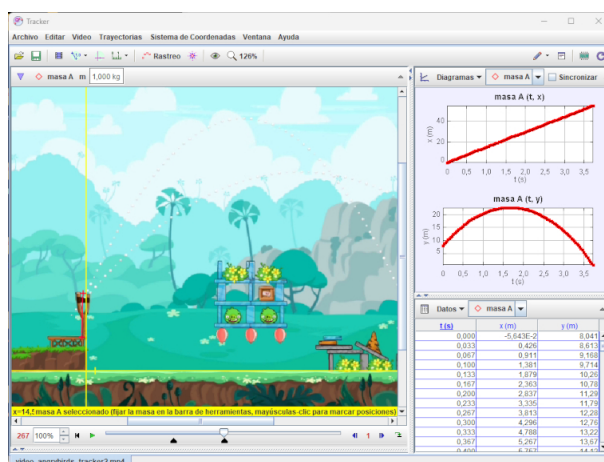


Figura 7: Tracker. Táboa de datos.

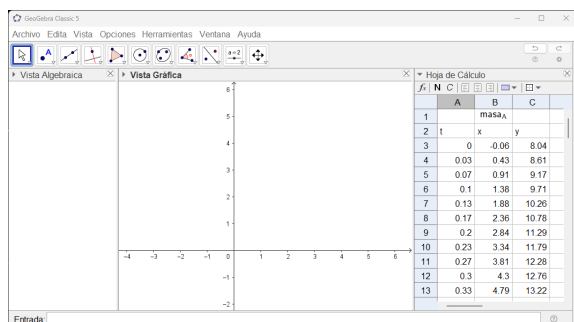


Figura 8: GeoGebra. Datos importados de Tracker.

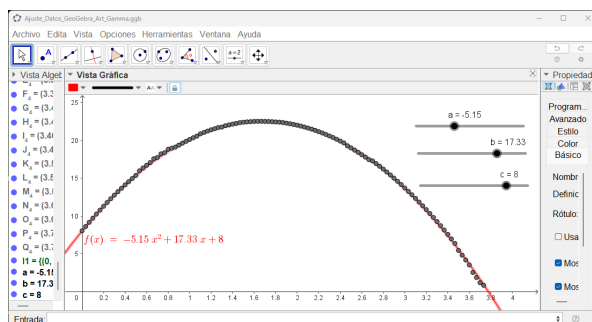


Figura 9: GeoGebra. Esvaradores e función de axuste.

Neste intre, usáronse, por esa orde, a representación tabular, gráfica e de expresión analítica do concepto de función. Algo pouco habitual, porque o habitual ata ese momento para o alumnado é o uso da expresión analítica para obter a representación tabular e, posteriormente, a representación gráfica. É dicir, a actividade segue un proceso de uso de representacións do concepto de función máis fiel ao xurdimento e uso histórico desas representacións.

Como en Tracker, poderíanse ter usado en GeoGebra as ferramentas para obter a función de axuste dos puntos sen necesidade de introducir esvaradores e unha función dependente deses esvaradores ou parámetros. A razón de limitar as posibilidades da ferramenta tecnolóxica é a xa indicada: utilizar a forma da familia de funcións adecuada ($f(x) = ax^2 + bx + c$ no caso da figura 9) e usar os esvaradores para determinar a función concreta que axusta os datos. A razón das limitacións ao uso de recursos tecnolóxicos imposta na guía da actividade ten o seu reflexo na última parte da actividade.

Unha vez obtidas as tres funcións que axustan os conxuntos de datos, dispónse de tres funcións e tres expresións. As tres funcións representan o modelo e a solución ao problema matemático e, polo tanto, a solución no mundo das matemáticas. As tres expresións obtéñense directamente das tres funcións identificando variables matemáticas con variables físicas e representan o modelo e a solución no mundo extramatemático. O paso das funcións ás expresións é sinxelo. En Tracker, as variables son físicas pero, en GeoGebra, son as variables matemáticas x e y . Obtidas as funcións en GeoGebra, a obtención das expresións consiste en facer o proceso inverso ao realizado no paso dos datos de Tracker a GeoGebra, identificando as variables matemáticas x e y con variables físicas.

Cada unha das funcións e expresións teñen as súas variables, parámetros, dominios, percorridos etc. A última parte da actividade céntrase neses coñecementos fundamentais asociados ás funcións pero tamén no uso dos modelos obtidos para responder preguntas asociadas á situación inicial. Faise notar que, sen impoñer esa limitación ao uso dos recursos tecnolóxicos, é probable que as cuestións propostas na parte final da actividade fosen diferentes. Da lectura e análise das respostas do alumnado, pódense obter conclusións valiosas sobre o seu dominio de conceptos e nocións fundamentais en matemáticas (figura 10). Esas conclusións de falta de dominio de conceptos e nocións poden levar á necesidade de aclarar, afianzar, revisar etc. na aula eses conceptos e nocións xa estudados, pero usando como medio unha actividade xa realizada.

c) ¿Cuáles son las variables de las funciones matemáticas que has obtenido?

m= pendiente.

n= ordenada en el origen.

a= define el sentido de la parábola siendo esta cóncava o convexa.

b= dependiendo de su valor mueve los brazos de la parábola en negativo o en positivo.

c= corresponde a la ordenada en el origen en las parábolas.

Figura 10: Traballo do 2.º trimestre. Variables do modelo. Resposta dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Pero para poder facelo, previamente hai que realizar o análise das respostas. Pode resultar valioso, pero require investir traballo e esforzo. Cada docente terá que tomar a decisión en función da súa valoración das vantaxes e inconvenientes.

Vantaxes e inconvenientes desde o punto de vista do alumnado

As principais vantaxes e dificultades da realización deste tipo de actividades desde o punto de vista do alumnado xa se mencionaron no terceiro apartado, pero de seguido mencionaranse algunhas especialmente presentes nas actividades propostas.

En xeral, o alumnado valora positivamente a realización deste tipo de actividades. Considera que facelas facilita a adquisición de novos coñecementos que, aínda que pode que non lle resulten útiles nestes momentos, lles resultarán útiles no futuro (figura 11 e 12).

La verdad nos gustó aprender a usar algo nuevo. Nosotras disfrutamos mucho haciendo este trabajo y aprendimos cosas nuevas y útiles.

Figura 11: Traballo do 3.º trimestre. Opinión dun grupo de alumnas de 2.º da ESO.

esto es muy importante ya no tanto para el instituto, que también, si no para la vida misma, y por eso este tipo de trabajos son imprescindibles, y aunque nos cueste hacerlos al final del día son de agradecer.

Figura 12: Traballo do 1.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Recoñecen que realizar o traballo lles resultou difícil. Entre as razóns desa dificultade inclúese a falta dunha boa organización do grupo no primeiro traballo, pero esa razón desaparece nos traballos posteriores. De forma xeneralizada, as maiores dificultades que mencionan son as relacionadas co uso de ferramentas tecnolóxicas que non teñen usado con anterioridade ou que non dominan, como a folla de cálculo, GeoGebra, Tracker, editor de ecuacións, sextante etc. Pero, ao mesmo tempo, valoran rematar dominándoas como algo positivo, tanto pola súa utilidade presente ou futura como porque representa unha demostración de que poden superar as dificultades con esforzo e traballo (figuras 13, 14 e 15).

Hemos aprendido bastante en respecto al Excel, ya que como he dicho antes, es una herramienta muy útil a la que no estábamos acostumbrados a su uso, considero que el aprendizaje sobre ello es bastante relevante y es algo que nunca antes habíamos tenido,

Figura 13: Traballo do 1.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Las mayores dificultades que hemos encontrado en este trabajo han sido con geogebra, ya que a pesar de ya conocerlo seguimos sin estar muy habituados a su uso y nos ha llevado más tiempo del necesario, a pesar de eso pudimos resolverlo sin demasiados problemas. También fue algo complicado el uso del sextante al principio,

Figura 14: Traballo do 3.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

A lectura dos traballos do alumnado leva a considerar outras dificultades non expresadas por eles.

Por unha banda, están as relacionadas coa organización do traballo. A súa tendencia é a dividir o traballo por apartados entre os e as integrantes do grupo. Despois, límitanse a unir as diferentes partes en que dividiron o traballo. Esa tendencia mantense durante todo o curso, aínda que en 1.º de Bacharelato nótase que traballan máis de forma conxunta conforme avanza o curso, revisando entre todos e todas os diferentes apartados e facendo postas en común de cando en vez. Esa tendencia para dividir o traballo en apartados provoca ás veces tensións no grupo pola falta de traballo ou implicación dalgún membro. Así, resulta habitual que os e as integrantes dos grupos varíen despois do primeiro traballo. Ademais, esa división e a falta dunha boa organización leva a atrasos á hora de facer o traballo, sendo habitual a confección dos traballos ao achegarse a data límite da entrega o que, á súa vez, conleva erros, desorde, diferenzas evidentes na forma de escribir entre apartados, contradicións nos datos usados en dous apartados diferentes, ausencia no traballo dalgún apartado etc. (figuras 16 e 17).

En conclusión, creemos que este traballo no fue una pérdida de tiempo de ningún modo, al contrario, fue un reto que nos enriqueció mucho para mejorar tanto en nuestros conocimientos de matemáticas como en nuestras habilidades de organización.

Figura 15: Traballo do 3.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Al medir la farola con el sextante a 30 metros, cada una obtuvo un resultado diferente, estos fueron:

Altea: 16° 18'
Lucía: 16° 18'
Melanie: 16° 33'

No coincide con el ángulo en tierra.

Figura 16: Traballo do 3.º trimestre. 2.º de ESO. Datos non coincidentes cos recollidos sobre o terreo.

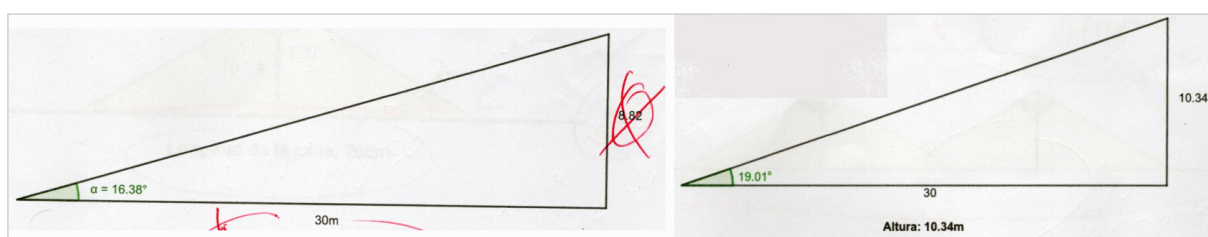


Figura 17: Datos contradictorios nun mesmo traballo (ángulo de elevación diferente).

Outra dificultade que resulta evidente ao ler os traballos refírese a textos ou comentarios que claramente non son obra do alumnado. Unha parte provén dun ‘copia e pega’ de recursos da internet (páxinas web, vídeos, blogs, Intelixencia Artificial etc.) e outra provén da contorna próxima ao alumnado (familiares, coñecidos etc.) (figura 18).

Cuando un sistema se describe mediante ecuaciones, los valores que lo caracterizan se conocen como parámetros. En muchos contextos, llevamos a cabo lo que se conoce como parametrización que sirve para representar distintos elementos matemáticos, como curvas en el plano o en el espacio, trayectorias en movimiento o superficies. Usualmente, se eligen parámetros que varían dentro de un intervalo determinado y permiten definir las coordenadas de los puntos de la curva o superficie en función de estos parámetros.

Figura 18: Uso de textos de fonte externa como resposta a un apartado do traballo.

A razón de que recorran a incluír textos e comentarios que son doutros autores son varias e resulta difícil determinar cales son as fundamentais. Podería pensarse que é porque representa unha forma de aforrar tempo, traballo e esforzos pero resultaría unha simplificación excesiva. Por poñer un exemplo, en xeral os alumnos e alumnas ao ser preguntados polo uso de textos literais doutros non consideran algo negativo usar eses textos ou comentarios porque é unha información dispoñible, incluso no caso en que non cheguen a comprendelos. Sexan cales sexan as razóns, o certo é que o ‘copia e pega’ é unha práctica habitual e que, en xeral, como non é considerada como algo negativo polo alumnado, tende a perpetuarse.

Conclusións

Desde o punto de vista do ensino-aprendizaxe das matemáticas, as vantaxes da realización de actividades de modelización compensan os obstáculos e dificultades. Esa afirmación é certa na reforma LOMLOE e pódese afirmar que é certa tamén no ámbito da didáctica da matemática e para unha parte do profesorado de matemáticas de ensino secundario. Pero non se pode afirmar que sexa certa para o conxunto de profesoras e profesores. Nin sequera se pode afirmar que sexa certa para a maioría.

O problema da introdución da modelización matemática no ensino, de forma que teña a relevancia e importancia que lle concede a reforma, é que a súa introdución depende do profesorado. É dicir, a reforma pode pretender que as actividades de modelización ou outro tipo de actividades sexan algo habitual nas aulas pero se o profesorado non as implementa, simplemente será un desexo que nunca se converterá en realidade. Para que esa implementación sexa algo habitual en todas ou na maioría das aulas dos centros de ensino, faise necesario superar os obstáculos e dificultades xa mencionados por Blum e Niss [3]. Entre eses obstáculos e dificultades, destacan os vinculados aos obxectivos asignados á modelización matemática e os vinculados á organización escolar. A reforma vincula os obxectivos da modelización matemática á adquisición de competencias. O profesorado é posible que tamén a vincule á adquisición de competencias pero pode que lle asigne outros obxectivos. A variedade deses obxectivos asignados á modelización é considerable, tal e como demostra a diversidade de perspectivas sinaladas, por exemplo, por Kaiser e Sriraman [4]. Para empezar, esa duplicidade de obxectivos obriga ao profesorado a chegar a un equilibrio entre os obxectivos para a modelización da reforma e os obxectivos propios. Esa procura de equilibrio pode parecer algo sinxelo de conseguir pero non o é. Se o fose, podería chegarse a un equilibrio tamén entre as diferentes perspectivas sobre a modelización. É evidente que non resulta sinxelo buscar o equilibrio entre dúas perspectivas diferentes. Moito menos sinxelo será atopar un equilibrio entre todas.

A iso súmanse outros obstáculos, dificultades ou limitacións. Por exemplo, o aumento da carga de traballo e dedicación, o número de estudantes por grupo, o número de horas semanais dedicadas ás matemáticas, o acceso aos laboratorios e ás aulas de informática, as dificultades administrativas para realizar actividades fóra da aula etc. Todo iso leva a que á hora de propoñer realizar unha actividade de modelización, interveñan multitude de cuestións, obstáculos, dificultades e limitacións ás que o profesorado debe dar resposta.

Decidir levar á aula unha soa actividade de modelización implica tomar decisións directamente relacionadas co tipo de actividade de modelización e cos seus obxectivos. Por exemplo: podo realizala e dedicar horas de clase tendo en conta a cantidade considerable de contidos que debo impartir en todo o curso? Que obxectivos terá a actividade? Que actividade concreta realizo? A actividade presentarase ao alumnado cun enunciado curto, cunha guía cuns poucos apartados para realizar a actividade, cunha guía que os leve paso a paso desde o inicio do proceso ao final? Organizo ao alumnado para que realice a actividade de forma individual, en pequeno grupo, en gran grupo? Como avalío o traballo do alumnado e que peso terá na avaliación de cada un?

En definitiva, o número de obstáculos e dificultades é considerable e, en moitos casos, non son fáciles de superar. Pouco importará a importancia que lles conceda a reforma. A reforma pode impulsar ou potenciar o seu uso pero non representará a razón fundamental da súa introdución. Se se introducirán ou non de forma real nas aulas dependerá da decisión dos profesores e profesoras sobre se as vantaxes superan os obstáculos e dificultades ou non. Se un profesor ou profesora chega á conclusión de que as vantaxes da realización de actividades de modelización superan os obstáculos e dificultades, tentará implementar actividades de modelización na aula, superando eses obstáculos e dificultades. Pero esa afirmación provirá dun período de reflexión e toma de decisións previo realizado desde o coñecemento de que é unha actividade de modelización, que vantaxes ofrece e que obstáculos e dificultades presenta. Sen esa reflexión e toma de decisións, non será posible decidir se as vantaxes superan os obstáculos e dificultades ou pola contra se as vantaxes non superan os obstáculos e dificultades.

Ante isto, xorde unha pregunta evidente: como conseguir que a maioría do profesorado realice ese proceso de reflexión e toma de decisións?

A proposta habitual para conseguilo é mediante cursos de formación. Pero, é suficiente realizar cursos de formación sobre modelización matemática no ensino para conseguilo?

Ambas son cuestións que non son sinxelas de contestar. Pero se se quere que as actividades de modelización e outro tipo de actividades sexan unha realidade nas aulas, tarde ou cedo haberá que darlles resposta.

Referencias bibliográficas

- [1] Blum, W. e M. Niss (1991): "Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State Trends and Issues in Mathematics Instruction", *Educational*

Studies in Mathematics, 22, pp. 37–68.

- [2] Blum, W. e D. Leiss (2007): “How do students and teachers deal with mathematical modelling problems?”, en C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, e S. Khan, ed., *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, Chichester, Horwood Publishing, pp. 222-231.
- [3] Blum, W. e R. Borromeo-Ferri (2009): “Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?”, *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), pp. 45-58.
- [4] Kaiser, G. e B. Sriraman (2006): “A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education”, *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 38 (3), pp. 302-310.
- [5] Gallart, C., García-Raffi, L. e I. Ferrando (2019): “Modelización matemática en la educación secundaria: manual de uso”, *Modelling in Science Education and Learning*, 12 (1), pp. 71-86.

Referencias en liña

- [6] INECSE (2004): “Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas” (Tradución ao español da publicación orixinal da OCDE: “The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.”): https://www.oecd.org/es/publications/marcos-teoricos-de-pisa-2003_9789264065963-es.html (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).
- [7] MECD (2013): “Marco y pruebas de evaluación de PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias” (Tradución ao español da publicación orixinal da OCDE: “PISA 2012 Assessment and Analytical Framework Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy”): https://www.libreria.educacion.gob.es/libro/marcos-y-pruebas-de-evaluacion-de-pisa-2012-matematicas-lectura-y-ciencias_179747/edicion/pdf-177709/ (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).
- [8] Boletín Oficial del Estado del 30 de marzo de 2022: “Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria.” <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2022-4975> (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).
- [9] Boletín Oficial del Estado del 6 de abril de 2022: “Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato.” <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2022-5521> (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).

Notas

- 1. Poden consultarse as guías das actividades entregadas ao alumnado na seguinte ligazón (2.º da ESO: 3.º trimestre. 1.º de Bach: 2.º trimestre): [Dispoñible nesta ligazón](#). Nesa mesma carpeta de Google Drive poden consultarse as guías das actividades doutros trimestres do curso 2024-2025 e algúns exemplos de guías de outros anos.
- 2. Dispónse de sextantes gracias a un proxecto que consistía precisamente en xerar sextantes de forma sinxela e cun custo por sextante asumible. A seguinte canle de YouTube inclúe vídeos relacionados co uso deses sextantes. Na descrición da canle inclúese unha ligazón a unha carpeta de Google Drive con información sobre o proxecto. https://www.youtube.com/channel/UC56EdqZ2EP83WU_6q0KuJRw
- 3. Na carpeta de Google Drive pode consultarse a guía da actividade realizada polo profesor Jose Luís Rodríguez Alonso (ano 2019, 3.º da ESO) sobre o movemento dun coche solar.
- 4. Para o uso de Tracker, a guía inclúe a ligazón a un videotutorial. Para o uso de GeoGebra, a guía inclúe outro enlace. <https://www.youtube.com/watch?v=deOqODkcww8&t=125s> <https://www.youtube.com/watch?v=2bla7F79IkQ>

Jose Benito Búa Ares

IES Sánchez Cantón (Pontevedra)

[<bua@edu.xunta.gal>](mailto:bua@edu.xunta.gal)

A maxia do ABN: matemáticas vivas

EVA MARÍA EXPÓSITO PRADO

A través das metodoloxías ABN (Aberto Baseado en Números), ABP (Aprendizaxe Baseada en Proxectos) e ABX (Aprendizaxe Baseada no Xogo), presentamos unha visión máis próxima, lúdica e contextualizada da ensinanza matemática. Neste artigo abórdase a importancia de traballar as matemáticas de forma viva, manipulativa e significativa na etapa de Infantil e Primaria. Compartimos a nosa experiencia nun centro educativo onde estas prácticas xa forman parte da rutina de aula, fomentando unha aprendizaxe comprensiva e motivadora para o alumnado.

Palabras chave: matemáticas vivas, educación infantil, primaria, ABN, ABP, ABX, metodoloxías activas, aprendizaxe manipulativa, innovación educativa.

The magic of ABN: living mathematics

Through the use of methodologies such as ABN (Algorithm Based on Numbers), PBL (Project-Based Learning), and Game-Based Learning, we present a more engaging, playful, and contextualized approach to math education. This article explores the importance of teaching mathematics in a lively, hands-on, and meaningful way during the Early Childhood and Primary Education stages. We share our experience at a school where these practices are already part of the daily classroom routine, promoting a deeper and more motivating learning process for students.

Keywords: hands-on mathematics, early childhood education, primary education, ABN, PBL, GBL, active methodologies, manipulative learning, educational innovation.

A ensinanza das matemáticas nas etapas de Infantil e Primaria debe ir máis aló da aprendizaxe mecánica de algoritmos e a memorización de conceptos abstractos.

Numerosos estudos e enfoques pedagóxicos coinciden na importancia de desenvolver o pensamento lóxico, a capacidade para resolver problemas e a comprensión profunda do número dende idades moi temperás. Neste sentido, autores como Jaime Martínez Montero [1], creador do método ABN, sinalan que «o pensamento lóxico-matemático non se transmite: constrúese dende a acción, a manipulación e a descuberta», facendo fincapé na necesidade de propostas metodolóxicas activas e manipulativas. Así mesmo, Emilia Ferreiro [2] destaca que «o desenvolvemento do pensamento lóxico na infancia é a base para a adquisición de aprendizaxes matemáticas significativas», reforzando a idea de que a etapa infantil é clave para establecer uns alicerces sólidos na aprendizaxe das matemáticas.

No noso centro, CEIP Padre Crespo de Xunqueira de Ambía, apostamos de xeito firme por tres metodoloxías que dialogan entre si e se complementan: **ABN** (Aberto Baseado en Números), **ABP** (Aprendizaxe Baseada en Proxectos) e a **ABX** (Aprendizaxe Baseada no Xogo). Estas enmárcanse dentro dunha concepción construtivista da aprendizaxe e comparten unha visión do alumnado como protagonista activo na súa aprendizaxe.

Metodoloxía ABN

A metodoloxía ABN, desenvolta por Jaime Martínez Montero [1], xorde como alternativa aos algoritmos tradicionais pechados, propoñendo unha forma de operar cos números máis natural, flexible e comprensible. En lugar de impor un camiño único para resolver operacións, o ABN permite que o alumnado empregue diferentes estratexias, baseadas na descomposición e recomposición numérica, o cálculo mental e o razoamento lóxico.

Este enfoque respecta o ritmo de cada nena e neno, favorece o desenvolvemento do sentido numérico e potencia a comprensión profunda das relacións matemáticas. Ademais, pon unha forte énfase no uso dos materiais manipulativos e visuais que permiten ao alumnado construír os conceptos dende a experiencia [3].

Aprendizaxe Baseada en Proxectos (ABP)

A metodoloxía ABP [5], pola súa parte, promove a aprendizaxe a través da investigación, a resolución de problemas reais e a conexión entre saberes. A través de proxectos integrados, o alumnado enfróntase a situacións auténticas que lle motivan a buscar solucións, tomar decisións e aplicar os coñecementos matemáticos en contextos funcionais.

Cando integramos as matemáticas dentro dos proxectos, conseguimos darlle sentido práctico e próximo á vida cotiá. Deste modo, os conceptos matemáticos deixan de ser contidos illados e convértese en ferramentas útiles para investigar, planificar, construír, medir, organizar ou representar información.

Aprendizaxe baseada no xogo (ABX)

A ABX introduce dinámicas lúdicas como medio para acadar obxectivos didácticos [4]. No ámbito matemático, os xogos (de mesa, dixitais, simbólicos ou de movemento) axudan a traballar conceptos como o cálculo mental, a xeometría, a resolución de problemas ou a numeración, nun contexto motivador e emocionalmente seguro.

Con esta metodoloxía promovemos a motivación intrínseca, unha aprendizaxe significativa a través da acción, potenciamos o traballo en equipo e as habilidades sociais, e ofrecemos un espazo para o erro como parte da aprendizaxe.

A inclusión do xogo na clase de Matemáticas contribúe a desmitificar a materia, superar crenzas limitantes e crear unha actitude positiva cara ao coñecemento.

Converxencia metodolóxica

A combinación de ABN, ABP e ABX constitúe unha proposta pedagóxica integral, que aborda a aprendizaxe matemática dende tres dimensións complementarias: a comprensión conceptual, a aplicación práctica e a implicación emocional. Esta converxencia permite deseñar secuencias didácticas ricas, inclusivas e motivadoras, onde o alumnado desenvolve competencias clave mentres constrúe coñecemento matemático real e funcional.

Así mesmo, estas metodoloxías revalorizan o papel docente, transformando ao profesorado en facilitador, guía e deseñador de experiencias de aprendizaxe significativas. Apostar por esta liña metodolóxica supón camiñar cara a unha educación matemática máis humana, máis competencial e máis conectada co presente e futuro do alumnado.

Unha aposta compartida: Construíndo unha nova filosofía matemática dende o centro

No noso centro educativo, cremos firmemente que as matemáticas poden e deben ensinársese doutra maneira. Non se trata unicamente de aplicar metodoloxías innovadoras, senón de transformar a mirada pedagóxica, conectando co que verdadeiramente necesita o alumnado: comprensión, sentido, motivación e contexto. Por iso, a nosa aposta metodolóxica non é un conxunto de modas illadas, senón un proxecto de centro coherente e sostido, que busca consolidar unha verdadeira cultura matemática común entre etapas, ciclos e docentes.

Unha aposta colectiva: Implicación, coordinación e formación

A nosa filosofía matemática non sería posible sen un claustro comprometido e sen unha estrutura organizativa que a faga viable. Por iso, traballamos dende varias liñas estratéxicas:

- › **Formación interna e continua:** Desenvolvemos espazos de aprendizaxe compartida para o profesorado, organizando sesións prácticas, observacións entre iguais e reflexión pedagóxica ao redor das tres metodoloxías.
- › **Coordinación docente real e horizontal:** Entendemos a coordinación como unha ferramenta clave para garantir a coherencia metodolóxica. Planificamos xuntas, analizamos resultados, adaptamos propostas e compartimos boas prácticas.
- › **Presenza de dous docentes por aula:** Na maior parte das sesións de Matemáticas contamos con cotitoría, o que permite unha atención máis individualizada, maior seguimento e unha dinámica de traballo cooperativa tanto para o alumnado como para o profesorado.
- › **Especialización docente con visión de centro:** Contamos con dúas docentes especialistas en matemáticas que imparten a materia nas aulas e á vez lideran a coordinación pedagóxica, acompañando aos equipos, axudando a implementar recursos e velando pola continuidade metodolóxica entre cursos.
- › **Unha liña común entre infantil e primaria:** Consideramos moi importante a coherencia metodolóxica entre estas dúas etapas. Dende os primeiros anos respectamos a evolución natural da aprendizaxe matemática. Esta continuidade evita cortes ou retrocesos e consolida aprendizaxes significativas e profundas.
- › **Currículo integrado en proxectos:** Lonxe de funcionar como unha materia illada, as matemáticas entran en diálogo coas ciencias, a lingua, a arte ou a vida cotiá, potenciando a súa funcionalidade e o seu valor social.

A nosa experiencia demostranos que o cambio metodolóxico non é unha carreira individual nin un acto improvisado, senón un camiño colectivo, coidado e progresivo. Apostar por unha nova forma de ensinar matemáticas implica formar, confiar, acompañar, experimentar e revisar continuamente. Con humildade, con rigor e con moita ilusión, continuamos construíndo unha cultura matemática viva, compartida e significativa para o noso alumnado e para toda a comunidade educativa.

Matemáticas en acción

A organización da área de matemáticas no noso centro baséase nunha planificación coidada e colaborativa que permite adaptar a metodoloxía á realidade das aulas. Contamos con 3 ou 4 sesións semanais, que se desenvolven cunha dinámica activa e manipulativa. En cada grupo traballan dúas mestras, o que facilita a atención individualizada e o desenvolvemento de propostas máis ricas.

Antes de comezar cada semana, realizamos unha coordinación previa entre as docentes implicadas, onde deseñamos as actividades, organizamos os materiais e revisamos o avance do grupo. Para garantir unha boa organización e visibilidade do traballo, empregamos un plan semanal compartido a través de Canva (figura 1), que funciona como guía común para o desenvolvemento das sesións e a preparación do material necesario, onde aparecen ligazóns directas a actividades na pantalla ou explicacións de diferentes propostas e contidos.



Figura 1: Plan semanal das aulas de 1.º, 2.º e 3.º de Primaria creado con Canva.

As sesións desenvólvense nun ambiente dinámico e participativo, onde o xogo, a manipulación, a experimentación e a reflexión teñen un papel protagonista. A continuación, amosamos algúns exemplos que ilustran como se viven as matemáticas nas aulas do noso centro:

- › **Cálculo mental e subitización**, traballados a través de xogos manipulativos e actividades visuais que favorecen a axilidade e a comprensión dos números (figura 2).



Figura 2: Tren de cálculo mental, xogo Pasapalabra adaptado ao cálculo e circuitos de cálculo mental.

- › **Resolución de problemas** en contextos reais e cotiáns, promovendo o pensamento crítico e a argumentación. Aproveitamos moito este contido para practicar a aprendizaxe cooperativa, a través de xincanas problemáticas, olimpíadas problemáticas ou concursos de problemas (figura 3).
- › **Gamificación**, con propostas como *escape rooms* ou *breakout* matemáticos que transforman a aula nun espazo cheo de retos e aventuras (figura 4).



Figura 3: Resolución de problemas coa técnica cooperativa de lapis ao centro, concursos de problemas por grupos/parellas e pesca de datos dun problema durante unha olimpiada problemática.



Figura 4: Breakout realizado na época de Samaín, adaptado a todos os niveis de primaria.

- **Proxectos a través do recuncho matemático**, un espazo de exploración onde se conectan as matemáticas co mundo que nos rodea (figura 5).



Figura 5: Familias de números no proxecto das froitas, veciños no proxecto dos bechos e sumas no día da amizade.

- **Contos abnizados**, nos que integramos o cálculo e a lóxica dentro das historias que traballamos na aula, favorecendo a aprendizaxe dende a emoción e a narrativa (figura 6). Cada trimestre, escollimos un conto coa axuda do noso alumnado e, a partir del, traballamos os contidos matemáticos

precisos empregando as súas personaxes protagonistas, elementos atopados na historia, paisaxes etc.

- Os **Venres Xogóns**, unha iniciativa dentro da metodoloxía ABX na que cada venres realizamos diferentes xogos de mesa nos que se fomente a competencia matemática (figura 7).



Figura 6: Abnizando contos.



Figura 7: Venres xogóns.

- **Outras dinámicas**, como as investigacións matemáticas, retos de lóxica, construcións xeométricas, dinámicas en movemento ou xogos tradicionais adaptados. Tamén nos gusta moito cambiar de escenarios de traballo: nos corredores, no patio, no pavillón, no monte que temos moi preto do centro...
- **Avaliación a través de retos matemáticos**, que nos permiten observar o progreso do alumnado de forma natural. Estes retos son rexistrados mediante unha ferramenta que facilita o seguimento personalizado e visual (figura 8).



Figura 8: Retos en Educación Infantil e Primaria.

Para levar a cabo a avaliación empregamos unha aplicación tal e como acabamos de indicar. En concreto, escollemos a aplicación Idoceo que nos permite ir rexistrando os avances de cada alumno/a e puntuando segundo a nosa programación, tal e como se pode apreciar na figura 9. Todo o profesorado do centro emprega a mesma aplicación cun acordo previo sobre a valoración de cada apartado. Pódese ver un exemplo de avaliación empregando esta aplicación na seguinte figura.

Impacto na comunidade educativa

A implementación deste xeito de traballar supuxo un cambio profundo na nosa maneira de entender e vivir a aprendizaxe no centro. Máis alá dun enfoque metodolóxico, tratouse dunha transformación cultural que implicou a toda a comunidade educativa: alumnado, profesorado e familias. No alumnado, observamos un cambio significativo na actitude cara ás matemáticas. O xogo, as dinámicas activas, o uso de materiais reais e do cotián, así como o traballo cooperativo, contribuíron a xerar motivación, comprensión real e gusto pola aprendizaxe. Os nenos e nenas adquiren unha visión máis flexible e creativa das matemáticas, desenvolvendo o razoamento, a autonomía e a capacidade de traballar en equipo. Para o profesorado, este camiño require un compromiso constante coa reflexión e a mellora

[illegible]

Figura 9: Captura de pantalla da aplicación empregada para a avaliación.

continua. Esta maneira de traballar tamén favorece o traballo colaborativo entre mestres, xerando espazos de aprendizaxe compartida e enriquecedora. As familias, pola súa banda, vense máis implicadas no proceso educativo. O feito de empregar materiais próximos á realidade dos nenos e nenas facilita a conexión entre escola e fogar, promovendo unha participación máis activa e consciente por parte das familias, que valoran positivamente este enfoque innovador e vivencial. En definitiva, esta maneira de entender as matemáticas traspasa os límites da aula para converterse nun proxecto común, vivo e en constante evolución, onde todos aprendemos e medramos xuntos.

Referencias bibliográficas

- [1] Martínez Montero, J. e C. Sánchez Cortés (2019): *Enriquecimiento de los aprendizajes matemáticos en Infantil y Primaria con el método ABN*. Madrid. Ediciones Pirámide.
- [2] Ferreiro, E. e A. Teberosky (1979): *Los sistemas de escritura en el desarrollo del niño*. Ciudad de México. Siglo XXI Editores.
- [3] Gómez Andrés, G. (2017): *El método ABN para el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil*. Trabajo de fin de grado, Universidad de Valladolid. UVaDOC. <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/29576>
- [4] Solas Martínez, J.L., Suárez Manzano, S., Martínez Redecillas, T. e A. Ruiz Ariza (2023): *Aprendizaje basado en juegos como metodología activa en la etapa de Educación Primaria*. Sevilla. Wanceulen Editorial S.L.

Referencias en liña

- [5] El País (2025, abril 27). El aprendizaje basado en proyectos... ¿Sabemos si funciona? <https://elpais.com/educacion/2025-04-27/el-aprendizaje-basado-en-proyectos-un-metodo-educativo-que-se-extiende-pero-sabemos-si-funciona.html>
- [6] A maxia do ABN: páxina de Instagram na que se comparten ideas do día a día nas aulas de infantil e primaria sobre a práctica das matemáticas a través de metodoloxía activas como ABN, ABP e ABX. <https://www.instagram.com/amaxiadoabn/?hl=es>

Eva María Expósito Prado

CEIP Padre Crespo (Xunqueira de Ambía)

<evexposito@edu.xunta.gal>

Os proxectos Erasmus+ e a observación de aulas de matemáticas

FABIO JOSÉ GONZÁLEZ EIRAS
ÁNGEL MUÍÑO BLANCO

Este artigo presenta a experiencia dun grupo de traballo intercentros de docentes de Matemáticas de Ferrolterra, creado co apoio do CFR de Ferrol, para mellorar a práctica docente. O proxecto combina a observación de aulas propias mediante protocolos estandarizados e a análise de sistemas educativos europeos a través de estancias Erasmus+ en Turquía e Estonia. Estas visitas permitiron comparar currículos, metodoloxías e organización escolar, así como identificar factores clave de éxito na mellora da competencia matemática: presenza de profesorado especialista, alta comprensión lectora, currículos máis concentrados e probas finais de etapa. Conclúese salientando a relevancia da internacionalización e da observación compartida como ferramentas de mellora educativa.

Palabras chave: competencia matemática, observación, Erasmus+, sistema educativo, currículo

Erasmus+ projects and jobshadowing in mathematics classrooms

This article presents the experience of an inter-school Working Group of mathematics teachers from Ferrolterra, created with the support of the CFR of Ferrol to improve teaching practice. The project combines classroom observation through standardized protocols and the analysis of European educational systems via Erasmus+ visits to Turkey and Estonia. These stays allowed comparisons of curricula, methodologies, and school organization, as well as the identification of key success factors in Mathematics: the presence of subject-specialist teachers, strong reading comprehension, more focused curricula and final exams. The article concludes by highlighting the relevance of internationalization and peer observation as tools for educational improvement.

Keywords: mathematical competence, jobshadowing, Erasmus+, educational system, curricula

A comezos do curso 2024/25, un pequeno grupo de docentes de Matemáticas da comarca de Ferrolterra notou a necesidade de darlle un pulo á docencia da materia en secundaria e bacharelato e solicitou ao CFR de Ferrol a constitución dun grupo de traballo intercentros para avanzar neste eido. Un obxectivo principal era acoller baixo un mesmo paraugas a todo canto docente estiver disposto a compartir e procurar melloras neste noso labor docente. Deste xeito, nas primeiras xuntanzas consideramos primordial facer unha análise de debilidades, ameazas, fortalezas e oportunidades que nos dese unha vista xeral de como estamos a ensinar a materia de Matemáticas nas nosas aulas e de como melloralas.

O grupo de traballo intercentros de docencia das Matemáticas

Unha das consideracións fundamentais partiu dos resultados amosados polos últimos informes PISA (*Programme for International Student Assessment*) [6] e TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) [7]. Aínda que o caso que nos ocupa, o sistema educativo galego, mellora algo a puntuación da media española, si se denota que o noso alumnado rende por debaixo do que lle correspondería polo seu nivel socioeconómico. Amais, é especialmente preocupante a baixa porcentaxe de alumnado situado no segmento máis alto de puntuación nestas probas [1]. Aínda que se poden atopar análises dos datos dun e doutro informe, non fomos quen de atopar datos en bruto que nos permitan correlacionar variables e afondar nas eivas e fortalezas do caso galego. Por exemplo, cales son as competencias específicas onde mellor se desenvolve o noso alumnado? Hai zonas ou centros onde se estean a acadar mellores resultados nun eido concreto? Existe unha fenda de xénero máis acusada nalgún campo? Como evolucionaron estas variables no tempo?

Aínda que existen iniciativas recentes, como o *Global Teaching InSights* da OCDE, que están contribuíndo a xeneralizar unha práctica de enorme efectividade como é a observación de clases de Matemáticas, non atopamos datos concretos ao respecto das aulas propias¹. Nesta mesma liña, o programa Observa-Acción da Consellería está a estender esta práctica a tódalas materias e niveis interesados, pero sempre dende unha concorrència competitiva que limita moito o alcance da actuación.

Así, o grupo de traballo estableceu dúas liñas de traballo para o curso académico 2024/25:

- › Investigar e analizar as aulas propias.
- › Coñecer e analizar casos de éxito en Europa.

Dunha banda, para a investigación das aulas propias deseñamos un protocolo de observación (partindo dos formularios de TALIS, Observa-Acción e do CFR de Ferrol) que nos permitise recoller datos de aulas galegas. Para estandarizar a observación xeramos un *formulario web* que nos permitiu observar e recoller datos de sesións de diferentes niveis de aulas de Matemáticas de 25 compañeiras no terceiro trimestre do curso. Aínda que a mostra non ten a suficiente envergadura nin é representativa, mostrounos que é moi difícil atopar correlacións fortes entre variables. Iso si, atopamos algunhas que teñen un coeficiente de correlación moi próximo a cero. Por exemplo, a valoración que fai o alumnado da calidade da sesión non se relaciona cos anos de experiencia da docente ou coa tipoloxía de estudos universitarios da mesma. Curioso, non si? Así e todo, esta parte da investigación aínda está en proceso e seguramente sexa obxecto doutra eventual recensión.

Doutra banda, pareceunos fundamental o coñecemento doutros sistemas europeos que si teñen acadado bos resultados en ciencia e matemáticas. Que están a facer ben co seu alumnado para que destaquen nestas probas? Pois ben, dentro da acreditación Erasmus+ do CFR de Ferrol, por medio dun proxecto KA121-SCH, optamos por visitar os sistemas estonio (primeiro país europeo no informe PISA 2022 cunha puntuación de 510 puntos) e turco (553 puntos en 4.º de Educación Primaria e 509 puntos en 2.º da ESO no informe TIMSS 2023) para ter información de primeira man sobre os seus sistemas educativos, currículos etc., pero tamén para observar aulas de Matemáticas a través dun *jobshadowing*. O obxectivo último era comparar sistemas, tomando como base o grao 8 (2.º da ESO), pois son as idades avaliadas tanto en TIMSS como en PISA.

A observación de aulas en Mersin (Turquía)

POR ÁNGEL MUÍÑO

Tal e como se comentou, esta viaxe tiña o obxectivo principal de coñecer o porqué dos bos resultados de Turquía nas probas internacionais de TIMSS en Matemáticas no 2023. De xeito previo, ao escudriñar as devanditas probas, observamos que existía un 20 por cento de exclusión de alumnado á hora de realizar as probas nos centros turcos, así como a implementación da proba no alumnado cun ano máis do recoñecido internacionalmente, que sería para os curso 4.º e 8.º grao internacional, que equivalen aos nosos 4.º de EP e 2.º da ESO.

Con entusiasmo por poder implementar modelos nas matemáticas como o modelo de *Building Thinking Classrooms* [2] partimos cara a Mersin para aprender todo o que poderíamos obter e observar da súa cultura e dos seus métodos para ensinar Matemáticas.

Comparativa dos sistemas educativos

Unha vez en Mersin, puidemos observar varios cursos de Matemáticas en centros como o *Perşembe Vakfı Ortaokulu Secondary School* ou o *Çankaya Şehit Mert Kaya Ortaokulu*, onde cubrimos as nosas follas de observación sobre as clases impartidas².



Figura 1: Imaxes da visita ás escolas turcas de Mersin.

Tamén tivemos a sorte de contar con persoal da administración que foi quen de explicarnos diferentes facetas educativas do sistema turco.

- › Lembra, en parte, á nosa antiga Lei Xeral de Educación, na que hai un ensino obrigatorio dende os 5 anos ata os 18, dividido en tres etapas de 4 anos.
- › Na primeira etapa (1.º a 4.º de EP) non contan con exames e as nais, pais e persoas titoras poden decidir sobre a repetición de curso da rapazada.
- › Existe un exame final, único e de nivel nacional, no grao 8 (o noso 2.º da ESO), para cambio de etapa xeral en todo o país, que dá acceso a *high school* ou *vocational training* (cun paralelismo á nosa FP).
- › Un exame final similar á nosa PAU para o seu grao 12, tamén único e nacional.
- › Destacamos, tamén, un horario de 35 minutos de clase máis de 10 de descanso, con 7 sesións no centro, incluíndo unha pausa para comer alí.
- › De xeito xeral, na materia de Matemáticas hai entre 4 e 7 sesións de clase semanais.

En Matemáticas, como nas demais materias, contan con profesorado especialista da materia dende o equivalente ao noso 5.º de EP. Teñen ao seu dispor libros de texto gratis proporcionados polo estado (único e obrigatorio para todo o país), nos que poden escribir e empregar libremente como se foran

seus. Tamén cabe destacar o emprego de diferentes ferramentas tecnolóxicas como Wordwall, ou algo similar ao noso E-Dixgal, pero nótase que teñen uns recursos máis austeros que os que se contan a día de hoxe no sistema educativo galego.

Algo que nos chamou moito a atención foi o traballo que se fai en lingua e literatura turca. Amais da materia propia, puidemos saber que se traballa de xeito transversal e incídese moito na comprensión lectora do alumnado. De feito, é a única materia na que se pide máis dun 50 % para superala, establecéndose o límite no 70 %.

No que se refire ao desempeño profesional do profesorado, comparado cun posible estancamento na ambición do noso profesorado, si se podía observar un control por parte da administración turca cara aos docentes, xa que estes eran avaliados de xeito sistemático, cun control das cualificacións do seu alumnado, e de ser preciso, cun control dentro das aulas por parte dunha figura similar á nosa inspección. Destaca a obriga de todo o profesorado a superar certa formación, cunhas sancións que incluían a expulsión do corpo de docentes para quen non estiver á altura de pasar estes procesos.

Comparativa das matemáticas en 2.º da ESO

Ao ser o curso ao que se fai referencia nas probas TIMSS un dos motivos para escoller este destino como referente educativo nas matemáticas, decidimos facer unha comparativa exhaustiva da programación de contidos en Matemáticas entre o 2.º da ESO actual en Galicia co 8.º grao do sistema educativo turco, o que equivale na idade.

O currículo do noso sistema educativo en Galicia engloba os diferentes contidos segundo varios bloques, onde existen certas similitudes co currículo turco. Os diferentes bloques serían: o sentido numérico, o sentido da medida, o sentido espacial, o sentido alxébrico, o sentido estocástico e o sentido socioafectivo.

No primeiro bloque, sentido numérico, vemos que temos uns contidos moi similares entre os dous sistemas educativos, o único notable é que hai máis contidos dentro do sistema educativo galego, o cal engloba os contidos turcos, engadindo o uso de porcentaxes, a proporcionalidade directa, inversa e composta e a ordenación dos números decimais, fraccións e porcentaxes na recta numérica.

No seguinte bloque, sentido da medida, o sistema turco engade ao sistema galego o tema de movementos no plano e construción de polígonos a través deles, mentres que o sistema galego engade a representación con medios tecnolóxicos e o uso de unidades de medida.

No terceiro bloque, sentido espacial, en Turquía trabállanse o cálculo de bisectriz, mediana e altura dun triángulo e a resolución de triángulos dados algúns lados ou ángulos e unha introdución ao visto na trigonometría nun futuro. Mentres, en Galicia, engádense a parte de representación con medios tecnolóxicos e manipulables e as escalas e a súa aplicación na vida real.

No bloque do sentido alxébrico, o sistema educativo turco engade contidos sobre unha introdución á resolución de inecuacións de primeiro grao cunha incógnita e o uso de desigualdades na vida cotiá, mentres que o sistema educativo galego engade a aplicación de relacións lineais e cuadráticas en problemas; a resolución de sistemas de ecuacións lineais e o uso de medios tecnolóxicos para isto; o uso de representacións simbólicas e calculadoras gráficas para a representación de funcións e a xeneralización de algoritmos para interpretar e resolver problemas relacionados coas funcións.

No seguinte bloque, sentido estocástico, o sistema turco engade a parte de probabilidade que antes estaba na programación de 2.º da ESO (pero que foi retirada recentemente), aínda que en Turquía só teñen uns contidos introdutorios ao tema, estudando as principais características dunha función de probabilidade e o cálculo de situacións moi sinxelas. O sistema educativo galego engade contidos referentes á recollida e organización de datos estatísticos, o cálculo de medidas de centralización e dispersión, o uso de técnicas para grandes cantidades de datos e a contribución destes contidos para a sociedade.

Non hai nada nos contidos turcos referente ao derradeiro bloque no sistema educativo galego, sentido socioafectivo, polo que todos os contidos referentes a este bloque non están recollidos no sistema turco. O sistema educativo galego valora aquí o traballo en equipo, a autoconciencia ou autorregulación, a inclusión, o respecto, a diversidade ou o desenvolvemento cognitivo para aprender dos erros.

En xeral, vemos que aínda tendo máis horas á semana de clase de Matemáticas neste nivel educativo, os contidos no sistema educativo turco en Matemáticas vense reducidos en xeral en tódolos bloques. Obsérvase unha clara desvinculación dos medios tecnolóxicos cos contidos, o que si aparece no sistema galego en case tódolos bloques. Tamén é notable a falta de contidos relacionados cos sistemas de ecuacións ou proporcionalidade, xa que son contidos importantes para o alumnado do sistema galego desta idade.

Por outra banda, o sistema educativo turco engade unha introdución ás desigualdades e inecuacións que parecen a introdución aos intervalos, o que pode ser interesante comezar dende antes; os movementos no plano, que o alumnado galego estuda en 3.º da ESO, e unha introdución á probabilidade. Pero estes tres temas son temas normalmente sinxelos para o alumnado, que non adoitan ter especial problema en entender a súa utilidade e resolver problemas e exercicios cos contidos. Sen embargo, o sistema educativo turco engade tamén unha introdución á trigonometría, á resolución de triángulos, que parece máis interesante, porque así pode ser algo fácil de introducir para eles e que despois lles custa moito entender, así que quizais esta introdución dende máis novos pode ser unha boa práctica para mellorar os resultados máis adiante.

A comparativa completa dos currículos de 2.º da ESO galego e grao 8 turco están dispoñibles nunha táboa comparativa elaborada coa documentación oficial publicada por ámbalas dúas administracións educativas [8].

Con toda esta información, obtivemos unhas conclusións con argumentos a favor e tamén en contra do xeito de traballar a materia de Matemáticas no sistema educativo turco. Por unha banda, vemos como hai parte do alumnado nas clases que está sempre a prestar atención ao docente, con interese e bos resultados nas probas internacionais que motivaran, en parte, esta viaxe. Tamén vemos un sistema cun control sobre a figura docente³. Por outra banda, a exclusión do alumnado para as probas internacionais, a exclusión do alumnado con necesidades especiais nas aulas e a rixidez do sistema educativo cos docentes, tamén dan outra visión deses resultados obtidos.

En resumo, podemos aprender moito do observado e do sistema educativo turco, pero o sistema educativo galego, cos seus problemas, ten un gran valor e impacto na docencia en Matemáticas.

A observación de aulas en Tallin (Estonia)

POR FABIO G. EIRAS

A visita ás escolas estonias na súa capital, Tallin, decorreu entre os días 12 e 16 de maio do ano 2025, ámbalas dúas datas inclusive. Comezamos na Universidade de Tallin (**Tallinna Ülikool**) cunha presentación sobre o sistema educativo estonio [2]. Partindo da base das moitas similitudes que se atopan a día de hoxe entre os sistemas educativos occidentais, imos resaltar as singularidades máis salientables que atopamos:

- › Comezo da primaria aos 7 anos e remate do bacharelato aos 19.
- › A etapa básica (ensino obrigatorio) chega aos 16 anos e sería o grao 9, equivalente ao noso 3.º da ESO.
- › Dos 16 aos 19 anos teñen a opción de cursar os graos 10 a 12 (ensino secundario), equivalente ao noso 4.º da ESO a 2.º de Bacharelato, ou facer formación profesional en diferentes eidos.
- › Exames finais (avaliación externa a nivel nacional) ao remate das dúas etapas principais. Isto é, ao final do grao 9 para a titulación na escola básica e ao final do grao 12 para titular na escola secundaria superior.
- › Presenza da lingua propia (estonio) nos currículos de tódalas etapas, de xeito transversal a todas as materias.
- › Centros educativos de titularidade municipal e con autonomía orzamentaria. Tamén seleccionan ao alumnado e ao profesorado.
- › A formación permanente do profesorado depende en exclusiva da universidade.

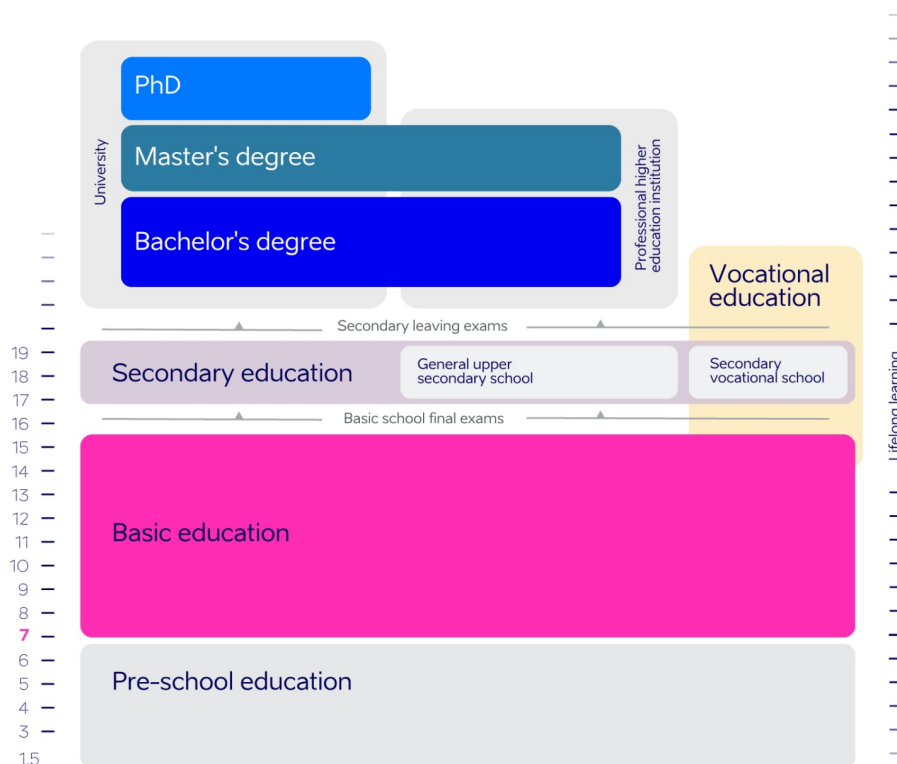


Figura 2: Esquema de etapas do sistema estonio.

Fonte: <https://www.educationestonia.org/about-education-system/>

O final desta xornada e as seguintes foron dedicadas á visita de diferentes centros, onde intercambiamos información cos diferentes equipos directivos e observamos aulas de diferentes niveis (as denominadas *kool* abarcan niveis de 1 a 12, mentres que os *gümnasium* só ofertan os niveis de secundaria superior, é dicir, 10 a 12) : *Tallinna Südalinna Kool*, *Tallinna 21. Kool*, *Tallinna 32. Keskkool*, *Tallinna Prantsuse Lütseum* (*Lycée Français de Tallinn*) e *Mustamäe Riigigümnaasium*. Fóra das singularidades de cada centro, imos destacar os trazos comúns do sistema estonio que máis nos chamaron á atención:

- Existen dúas quendas de comida en tódolos centros. Unha deles ha de ser gratuíta e obrigatoria para o alumnado, en liña coa importancia que existe no currículo para o autocoidado e os hábitos de vida saudables.
- Como a mor parte de casos en Europa, os centros son de titularidade municipal. A súa xestión é máis autónoma e permítense achegas privadas e xestión de instalacións para obter máis ingresos. Cada centro ten unha especialidade (teatro, deporte, arte,...) e algúns deles seleccionan o alumnado en base aos seus méritos académicos nestes eidos.
- Organizado en diversas comisións permanentes, o alumnado ten un sentido de pertenza moi desenvolvido e colabora activamente na vida do centro, dende a organización de eventos ou preparación de aulas ata coidado e limpeza do centro.
- Ligado co punto anterior, o alumnado é moi autónomo. Exemplos poden ser estudantes camiñando sós ao centro con 7 anos, autoxestión do tempo libre ou motivación intrínseca por acadar bos resultados persoais e colectivos.
- Un excelente nivel de inglés por parte do alumnado, o que nos permitiu unha comunicación fluída co alumnado que nos atendeu tanto nas aulas como nas visitas polo centro.
- A metodoloxía nas aulas de Matemáticas non é innovadora. Pouca presenza de medios dixitais, salvo o uso de encerado dixital e uso de manuais teóricos e cadernos de exercicios. Non observamos aprendizaxe baseada en proxectos nin ludificación.

- No que respecta ás ferramentas TIC, destacamos, pola súa presenza en tódalas aulas, a ferramenta **eKool**, que serve como aula virtual pero tamén como ferramenta de xestión integrada para os centros (profesorado, comunicación coas familias, avaliación etc.).
- Aínda que nas programacións se fai referencia á avaliación formativa, a fundamental é a sumativa. Califícase ao alumnado de 1 a 5 e a maior porcentaxe corresponde a probas escritas. A repetición de curso é moi pouco frecuente.
- As ratios permitidas chegan aos 36 estudantes por aula, aínda que a maior parte das aulas presenciadas non sobrepasaban os 30.
- A simple vista, percíbíase pouca presenza de alumnado con necesidades. Preguntando aos equipos directivos, recoñecen que a porcentaxe é moi baixa e inclúen neste grupo ao alumnado con algunha dificultade de aprendizaxe ou con problemas de comportamento. O alumnado TEA ou con dificultades máis severas non está nos centros ordinarios. Así e todo, no currículo nacional prevense adaptacións curriculares para tódalas etapas, baixo unha serie de premisas [9, Artigo 17].



Figura 3: Imaxes da visita ao sistema educativo estonio.

Tamén atopamos un factor moi interesante, que é a **presenza de profesorado especialista dende o grado 4** (o noso 4.º de EP, pero correspondente coa idade do noso alumnado de 5.º de EP). Tal e como expón Beltrán-Pellicer [4], a presenza de mestras e mestres en educación primaria, formados de xeito específico na didáctica da matemática, é determinante para a mellora da competencia do alumnado.

Comparación dos currículos galego e estonio

De xeito xeral, o currículo destaca por ser único para todo o país e é flexible e aberto, de xeito que cada escola debe concretalo para adaptalo a cada nivel e materia, en función das súas particularidades. Así, atopamos un currículo nacional pouco extenso [9]. Centrándonos no currículo de educación básica (graos 1 ao 9), sendo o de secundaria superior (graos 10 a 12) moi similar, distinguimos unha parte xeral onde atopamos 26 artigos que establecen dende obxectivos á avaliación e titulación. Establécense 7 obxectivos xerais de aprendizaxe e 8 competencias básicas (a matemática englobase na STEM) que o alumnado debe acadar ao final do ensino básico. Divídese o sistema en tres etapas e defínese o perfil competencial a acadar ao final de cada etapa, é dicir, graos 3, 6 e 9. Destaca nesta parte a carga horaria dedicada á lingua estonia, que pasa de 19 sesións semanais de 45 minutos na primeira etapa a 12 na terceira. A lingua estranxeira (maioritariamente inglés) pasa de 3 sesións a 18. Matemáticas comeza con 10 sesións na primeira etapa e remata con 13 sesións semanais na terceira etapa.

No que respecta á titulación, o alumnado debe obter un mínimo de 3 en tódalas materias, unha avaliación positiva do traballo creativo e un mínimo dun 50 % nos exames finais (avaliación externa

a nivel nacional) de lingua estonia, de matemáticas e dunha materia de especialidade a elección do alumnado. Amais, tamén é requisito que o alumnado obteña unha cualificación positiva nun **traballo creativo** da súa escola. Xeralmente, este traballo desenvólvese durante o grao 9 e é, quizais, a parte do currículo onde máis carga hai de traballo competencial. Vemos, deste xeito, a importancia capital que se lle dá á matemática e á lingua propia no sistema educativo estonio.

Aínda que non pertence á etapa básica obxecto de análise desta recensión, queremos tamén resaltar un elemento diferenciador que nos chamou a atención, que é a obriga de superar un **traballo de investigación ou prácticas en empresa** para titular a secundaria superior. Xeralmente, o alumnado e os centros elixen facelo no grao 11 (1.º de Bacharelato en Galicia), e cremos que é unha medida moi acertada para ampliar as miras do alumnado e darlle experiencias reais fóra do sistema educativo.

Comparación do grao 8 estonio e o 2.º da ESO galego

O traballo de aula do grao 8 está enfocado ás competencias a acadar ao final da terceira etapa, é dicir, o grao 9. Literalmente, a competencia 7 reza: «é quen de resolver problemas en varios eidos da vida cotiá que requiran o uso de métodos de pensamento matemático (pensamento lóxico e razoamento espacial) e métodos de representación (formulación, modelización, diagramas e gráficos).»

A diferenza do caso galego, onde se especifican tódolos elementos curriculares por curso, todo o entramado curricular está referido ás diferentes etapas de 3 anos. No caso que nos ocupa, o grao 8 está encadrado na terceira etapa de ensino básico. Nesta, a carga horaria é de 13 sesións semanais de 45 minutos, que cada centro ha de repartir nos 3 cursos (a máis estendida é 4 sesións en grao 7, 4 en grao 8 e 5 en grao 9). Establécense unha serie de coñecementos, actitudes e habilidades que o alumnado debe de acadar ao rematar a etapa, numerados do 1 ao 10, tales como “ler, comprender, xeneralizar e explicar textos matemáticos axeitados para a idade” ou “construír modelos matemáticos para resolver problemas en diferentes áreas da vida, resolvelos e xeneralizar os resultados”.

Amais de establecer directrices xerais para o traballo de elementos transversais, ambiente e organización de actividades de aprendizaxe, destacan como elementos fundamentais do currículo **os resultados de aprendizaxe** dentro de cada etapa. Artéllanse en 5 bloques temáticos: cálculo, álgebra, xeometría, datos e resolución de problemas. Este último bloque adoita traballarse de xeito transversal aos outros catro. Non hai presenza de criterios de avaliación nin se ligan estes resultados a competencias ou obxectivos de etapa. Non se pode facer unha comparación directa entre 2.º da ESO e grao 8, pola organización en etapas, pero se poñemos o foco no noso 3.º da ESO vemos como en Estonia non se traballan os conceptos de sucesión e progresión, os movementos e transformacións do bloque espacial e tampouco a parte de inferencia do bloque estocástico. A parte de incerteza abórdase moi lixeiramente como elemento transversal (conceptos sinxelos de probabilidade) no bloque de resolución de problemas. Pola contra, non se atopa ningún eido no que haxa máis nivel de profundidade en Estonia ca en Galicia.

Por último, no que respecta á avaliación, ha de estar baseada nos resultados de aprendizaxe e debe de ser diagnóstica, formativa e sumativa. Non se fai referencia explícita á avaliación competencial no currículo pero entendemos que vai parella ao traballo creativo de final de etapa.

Conclusións

Ante todo, vistos e analizados os sistemas turco e estonio, semella que non hai fórmulas máxicas que desemboquen nunha maior competencia matemática do alumnado. Por exemplo, na análise curricular vemos como os dous sistemas difiren, sendo o caso turco moi dirixido e centralizado (lémbrenos ao currículo da LOMCE cos seus estándares de aprendizaxe) e o estonio moi aberto e flexible (centrado nos resultados de aprendizaxe por etapas e non por curso).

Consideramos como factores determinantes dunha mellora do rendemento académico, por seren comúns aos dous sistemas observados, os seguintes: ambiente de disciplina e respecto na aula, presenza de profesorado especialista en matemáticas dende a etapa de ensino primario, elevada comprensión lectora do alumnado derivada da alta carga de traballo na lingua propia e currículos menos extensos. Análise propia merecería o grande efecto que poden ter os exames finais de etapa (grao 9 en Estonia e grao 8 en Turquía) na preparación e desempeño do alumnado de 14 anos, onde a materia de Matemáticas é capital.

Doutra banda, tamén observamos certos factores que poden facer que os resultados globais melloren pero son, efectivamente, debatibles: as súas aulas non son moi diversas, as ratios son relativamente elevadas, o profesorado non é funcionario de carreira (selección diferente, carreira profesional e avaliación de desempeño) e os elementos dixitais individuais (tabletas e equipos portátiles) son case inexistentes. Sabemos da polémica desta última cuestión, pero a mellora da competencia matemática pode ir ligada á ausencia de dispositivos dixitais nas aulas como suxiren os autores do artigo publicado na *Educa* n.º 87 [5].

Os proxectos Erasmus+ permiten a mobilidade do profesorado a nivel formativo. O exemplo do CFR de Ferrol, como coordinador do consorcio de acreditación escolar (KA120-SCH) onde están incluídos os centros educativos do ámbito ao que pertencemos as e os docentes do grupo de traballo, debería ser estudado polas administracións. Se realmente se quere mellorar a docencia das matemáticas, por que non artellar proxectos de internacionalización que trascendan os centros de ensino ao abeiro de asociacións máis amplas como pode ser a AGAPEMA?

Para rematar e a modo de resumo, unha pequena reflexión, en formato podcast, sobre das achegas do grupo de traballo está dispoñible na canle de iVoox do CFR de Ferrol, **Café e didáctica**. Tamén está dispoñible na canle de YouTube do CFR de Ferrol, unha mesa redonda sobre competencia matemática que se organizou no **Encontro Internacional Erasmus+ 2025** na que se aborda a temática tratada.

Agradecementos

A todas e tódolos profesores de matemáticas que compoñen o grupo de traballo, que desinteresadamente achegan tempo, ganas e ilusión, en prol da mellora das nosas aulas.

Non podemos deixar de agradecer a oportunidade e as facilidades outorgadas polo CFR de Ferrol. Nomeadamente, ao director Manuel Losada e ao secretario Miguel de Castro, pola súa teima en internacionalizar todo o ámbito do ensino de Ferrolterra. Grazas ao voso labor, decenas de docentes de tódolos niveis educativos viaxaron, observaron e formáronse nos máis diversos recunchos da xeografía europea. Tamén, a Lucía Penabad e a todo o equipo de persoas asesoras do CFR, polo seu traballo coordinando e artellando os acordos coas diferentes organizacións europeas.

Referencias bibliográficas

- [1] Rodríguez-Muñiz, L. J., Ferrando, I. e J. Montejó-Gámez (2022): “Oportunidades, retos y necesidades de la educación matemática”. *Cuadernos de Pedagogía*, 531, pp. 14–19.
- [2] Liljedahl, P. (2021): *Building Thinking Classrooms in Mathematics*, Thousand Oaks (California), Corwin Mathematics Series.
- [3] Muñiz-Rodríguez, L., Ferrando, I., Ramos, P. e L. J. Rodríguez-Muñiz (2023): “La observación de aula como herramienta de desarrollo profesional: el caso del OCDE Global Teaching Insights”. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 67, pp. 1–12.
- [4] Beltrán-Pellicer, P. (2025): “No hay docentes especialistas en matemáticas en los colegios”, entrevista de Fernando Andrés Rubia, *Fórum Aragón*, 44, pp. 59-64.
- [5] Patiño, O., Macía, B. e I. C. Area (2024): “Reflexión logo dos resultados en matemáticas do informe PISA”. *Educa: revista galega do ensino*, 87, artigo 12.

Referencias en liña

- [6] PISA 2022: <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2022.html>
- [7] TIMSS 2023 : <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/timss/timss-2023.html>
- [8] Táboa comparativa entre os currículos galego e turco: https://docs.google.com/spreadsheets/d/1TiozcsrjUyzb-WXB_5hz9hK3_INH4V-W/
- [9] Estonian National Curriculum: <https://www.riigiteataja.ee/en/eli/529042024002/consolide>

Notas

1. A mencionada iniciativa da OCDE pon a disposición do profesorado fragmentos de clases reais comentadas por equipos de profesorado en activo e persoas expertas en didáctica da matemática, abrindo tamén a posibilidade de que se suban novas clases ou se comenten con outra perspectiva os fragmentos xa subidos [3].
2. O CFR de Ferrol esixe, en cada experiencia de observación dentro dun proxecto E+, a entrega dunha recollida de información nun formulario estandarizado sobre a clase observada.
3. En conversas co profesorado turco, ven inverosímil que non exista carreira profesional e critican do noso sistema o estancamento dos nosos docentes ao aprobar un exame.

Fabio José González Eiras

CFR de Ferrol (Ferrol)

<fgeiras@edu.xunta.gal>

Ángel Muíño Blanco

IES de Ortigueira (Ortigueira)

<angelm@edu.xunta.gal>

Artemáticas 3 Gaudí: Integración do currículo de Matemáticas en proxectos interdisciplinares

CAROLINA FLORES ANEIRO
M.^A DE LAS MERCEDES ORBANEJA FERNÁNDEZ

Artemáticas 3 é unha experiencia interdisciplinar entre Matemáticas e Educación Plástica, Visual e Audiovisual (EPVA) desenvolvida en 3.º da ESO no CPR Ayala (Narón). O proxecto busca integrar aprendizaxes significativas en aulas heteroxéneas, promovendo a inclusión a través da arte, a xeometría e a creación audiovisual. Durante oito sesións por materia no terceiro trimestre, o alumnado traballa en equipos de tres persoas, aplicando conceptos de xeometría plana, movementos no plano e debuxo técnico inspirados na obra de Antoni Gaudí. O proceso inclúe o trazado manual de hexágonos e volutas, a creación dunha peza audiovisual explicativa e un sistema de avaliación cooperativa. O proxecto combina metodoloxías activas (ABP, DUA, Aulas de Pensar) e fomenta a motivación, a creatividade e a inclusión.

Palabras clave: interdisciplinariedade, ABP, DUA, arte, xeometría, inclusión, vídeo educativo.

Armathics: Integration of the mathematics curriculum into interdisciplinary projects for diverse groups in secondary education.

Artemáticas 3 is an interdisciplinary project between Mathematics and Visual Arts (EPVA) in 9th grade at CPR Ayala (Narón, Spain). It aims to integrate meaningful learning in diverse classrooms by connecting geometry, art, and audiovisual creation. Over eight sessions per subject, students work in teams of three to design hexagonal tiles and volutes inspired by Antoni Gaudí, combining technical drawing, geometric transformations, and digital production. The project employs active methodologies (PBL, UDL, Thinking Classrooms) and a cooperative assessment system that enhances motivation, creativity, and inclusion.

Keywords: interdisciplinarity, PBL, UDL, Gaudí, geometry, inclusion, educational video.

Contexto e orixe

O proxecto nace da vontade compartida das docentes de Matemáticas e Educación Plástica, Visual e Audiovisual (EPVA) por conectar saberes aparentemente afastados e dar resposta á diversidade do grupo. O CPR Ayala é un centro comprometido coa innovación e a integración competencial en contornos STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*). As aulas de Polos Creativos serven de espazo común, permitindo combinar materiais analóxicos e ferramentas dixitais. A primeira edición da experiencia, no curso 23/24, tivo como fío condutor a obra de Escher e desenvolveuse entre Matemáticas e Educación Dixital, onde Orbaneja era a docente de ambas materias. O alumnado deseñou desde cero as súas teselas inspiradas na fauna mariña, traballando a visualización xeométrica, a perseveranza e a comunicación do proceso (figura 1).



Figura 1: Produtos Artemáticas 3 – Escher (curso 23/24): deseño libre e teselados mariños.

No curso 24/25, a proposta orixinal non encaixa debido á diversidade do grupo, con grandes diferenzas de nivel académico e alumnado con barreiras idiomáticas. É entón cando se reformula a actividade para adaptarse a un grupo moi diverso, incorporando o contexto artístico de Gaudí e a colaboración entre Flores dende o departamento de Matemáticas e Orbaneja no departamento de EPVA. O lema que a inspira é: “A arte como contexto, a aprendizaxe significativa como fin”.

Da experiencia Escher á proposta Gaudí

A transición entre ambos os proxectos marca unha aprendizaxe profesional importante: comprender que o deseño dunha actividade debe adaptarse ao grupo e non á inversa. Se en Artemáticas 3 Escher predominaba a liberdade creativa, en Artemáticas 3 Gaudí o obxectivo era garantir accesibilidade e éxito compartido. O alumnado traballa sobre o pavimento hexagonal do Passeig de Gràcia, onde sete teselas compoñen a chamada cela unidade, que revela o motivo completo deseñado por Gaudí (figura 2).

Despois de amosar o pavimento de Gaudí, introdúcese os tres métodos de xeración de hexágonos regulares e o trazado da voluta de tres centros en AutoCAD (figura 3) para que o alumnado entenda o obxectivo final do proxecto.



Figura 2: O pavimento hexagonal de Gaudí exposto no MOMA. Fonte: Wikipedia.

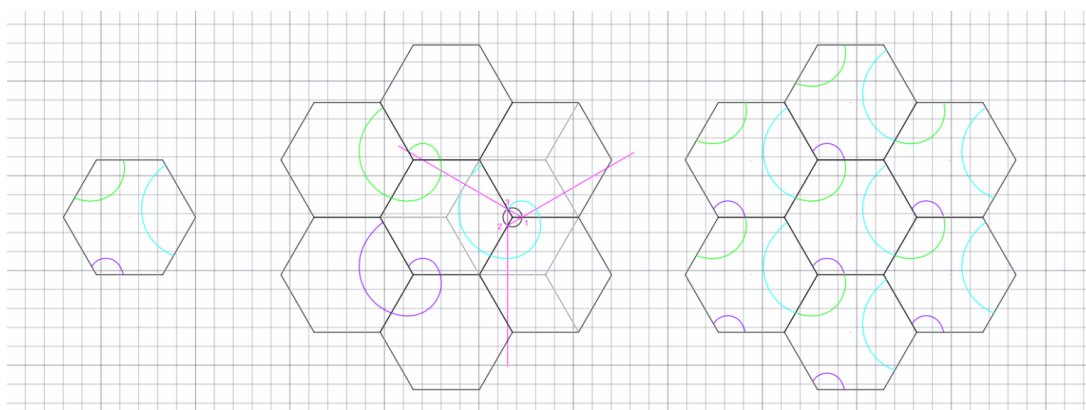


Figura 3: Modelo xerado en AutoCAD para o alumnado.

Estrutura e espazos da actividade

A actividade desenvólvese ao longo de 16 sesións (oito en Matemáticas e oito en EPVA) no terceiro trimestre. Matemáticas ten catro sesións semanais e EPVA ten dúas. EPVA inicia antes para abordar a parte de trazado xeométrico, logo Matemáticas introduce vectores e movementos no plano e EPVA remata finalmente coa gravación do vídeo didáctico (figura 4).

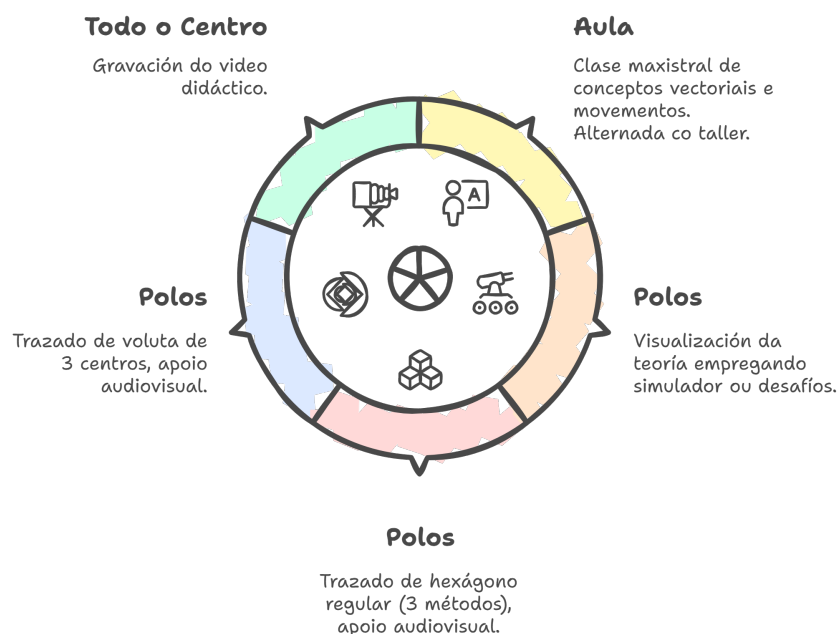


Figura 4: Secuencia de espazos e fases da actividade. Fonte: Elaboración propia con Napkin AI (2025) [4].

Metodoloxía e fundamentación teórica

A metodoloxía combina a Aprendizaxe Baseada en Proxectos (ABP), o Deseño Universal para a Aprendizaxe (DUA) e o enfoque de Aulas de Pensar descrito por Liljedahl [1], adaptado ás condicións da aula. O traballo en grupo fundaméntase na teoría socioconstrutivista de Vygotsky [2], que defende que a aprendizaxe acontece na zona de desenvolvemento próximo (ZDP): o espazo entre o que o alumnado pode facer por si mesmo e o que pode lograr coa axuda de compañeiros e compañeiras e docentes.

Desta maneira, a organización dos equipos segue o principio de heteroxeneidade, equilibrando as intelixencias múltiples (figura 5) segundo Gardner [3]. As tarefas están deseñadas para que todos os estudantes poidan contribuír desde as súas fortalezas, aprendendo de e con outros.

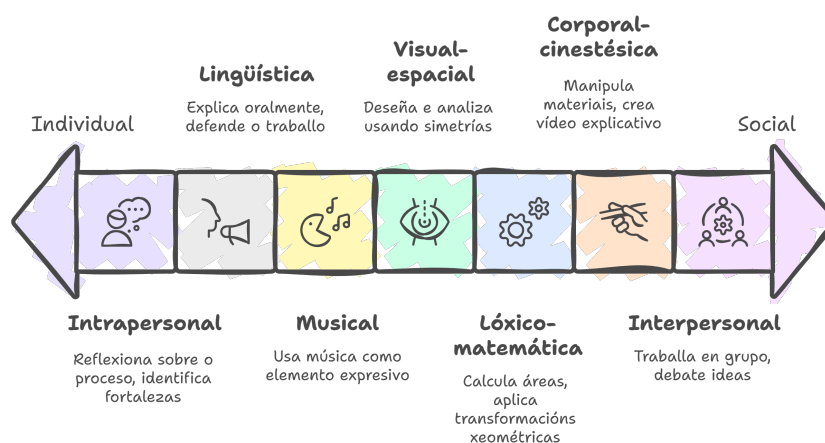


Figura 5: Intelixencias múltiples implicadas no proxecto. Fonte: Elaboración propia con Napkin AI (2025)[4].

O alumnado traballa competencias lóxico-matemáticas, visoespaciais, lingüísticas, corporais e musicais, xa que os vídeos inclúen narración e música escollida polo propio grupo. O acompañamento constante e a axuda entre iguais fan visible a ZDP: o alumnado máis competente guía o avance doutros, xerando aprendizaxes compartidas (figura 6).

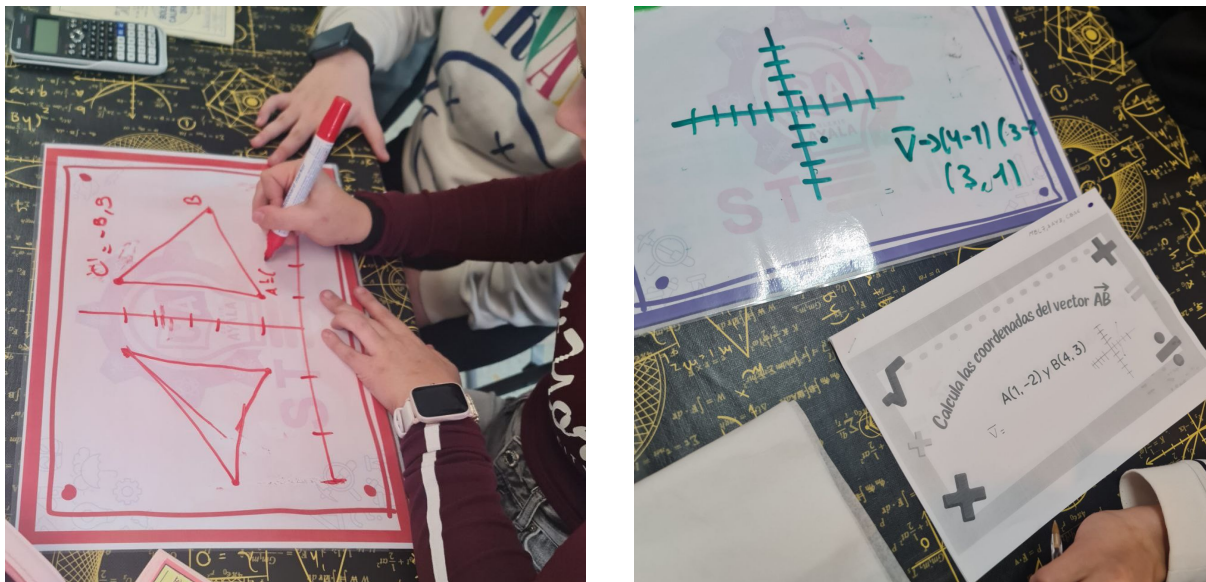


Figura 6: Dinámicas tipo Aulas de Pensar e retos cooperativos.

Desenvolvemento da actividade

Nas sesións de EPVA, por grupos de tres persoas, a tarefa consiste en trazar e recortar un hexágono regular en cartolina e decoralo trazando unha voluta de tres centros (figura 7), empregando ferramentas propias do debuxo técnico como o compás, a regra e o escuadro. O obxectivo é construír curvas simétricas e modulares, explorando o equilibrio visual e a precisión xeométrica. Cada integrante do grupo utiliza unha cor distinta para facilitar a identificación das súas achegas individuais, sendo responsable dun terzo do deseño global e do seu propio hexágono.

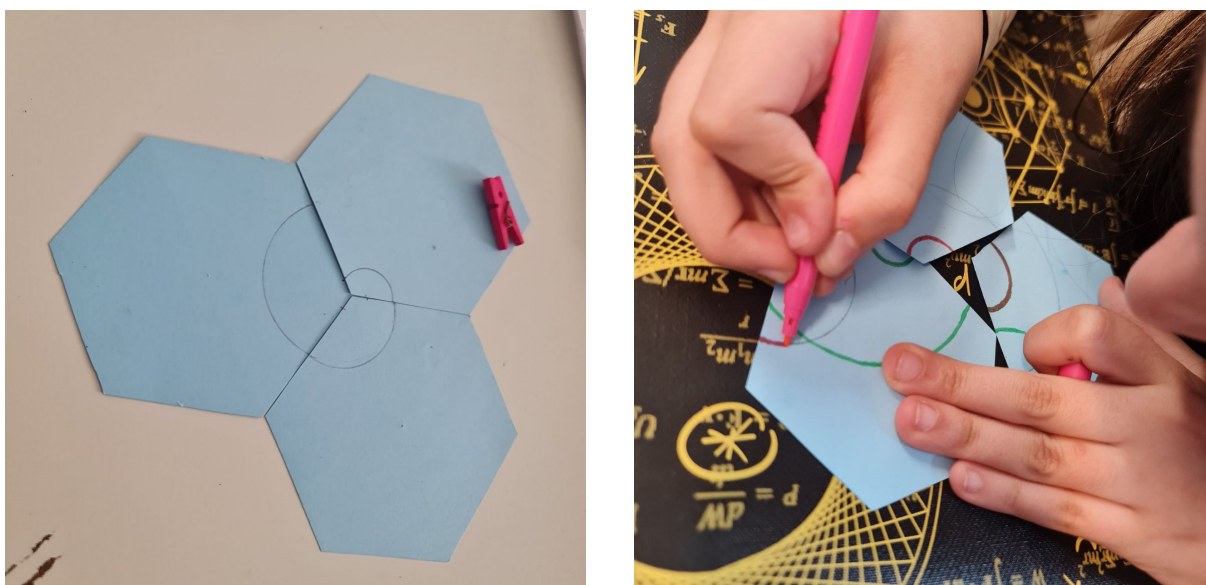


Figura 7: Proceso e resultado final das volutas realizadas polo alumnado.

O proceso segue os principios do DUA, ofrecendo tres niveis de acceso á tarefa para garantir a participación de todo o alumnado.

- › Método 1: Construción do hexágono co compás mediante o raio, accesible e directo.
- › Método 2: Construción co uso de compás, escuadro e cartabón trazando eixes perpendiculares.
- › Método 3: Construción de polígonos regulares polo método xeral que integra Tales, para alumnado avanzado.

Esta diferenciación metodolóxica permite que cada estudante avance desde o seu nivel inicial, mantendo un obxectivo común e compartido. O alumnado máis autónomo pode explorar opcións máis complexas mentres aquel con maiores necesidades de apoio traballa con modelos guiados ou tutoriais audiovisuais. As explicacións combínanse con exemplos visuais proxectados e vídeos dispoñibles na canle educativa do centro, que o alumnado pode consultar en calquera momento a través das tabletas da aula de Polos Creativos.

Nas sesións de Matemáticas, trabállanse de forma explícita as transformacións no plano —traslacións, xiros e simetrías—, así como os conceptos de vector, módulo, dirección e sentido. Para reforzar a comprensión destes contidos, emprégase o recurso *Proyecto Descartes — Movimientos en el plano* (2023) [5], desenvolvido pola *Red Educativa Digital Descartes*, asociación docente sen ánimo de lucro que promove o uso de materiais interactivos abertos para o ensino das matemáticas. As animacións deste proxecto (figura 8) resultan especialmente útiles para o alumnado con barreiras idiomáticas ou dificultades de aprendizaxe, ao permitir visualizar as transformacións no plano de forma dinámica e intuitiva, sen depender unicamente da linguaxe verbal. Este enfoque visual, empregado por Flores, facilita a accesibilidade e potencia a aprendizaxe significativa das relacións espaciais e os movementos no plano.

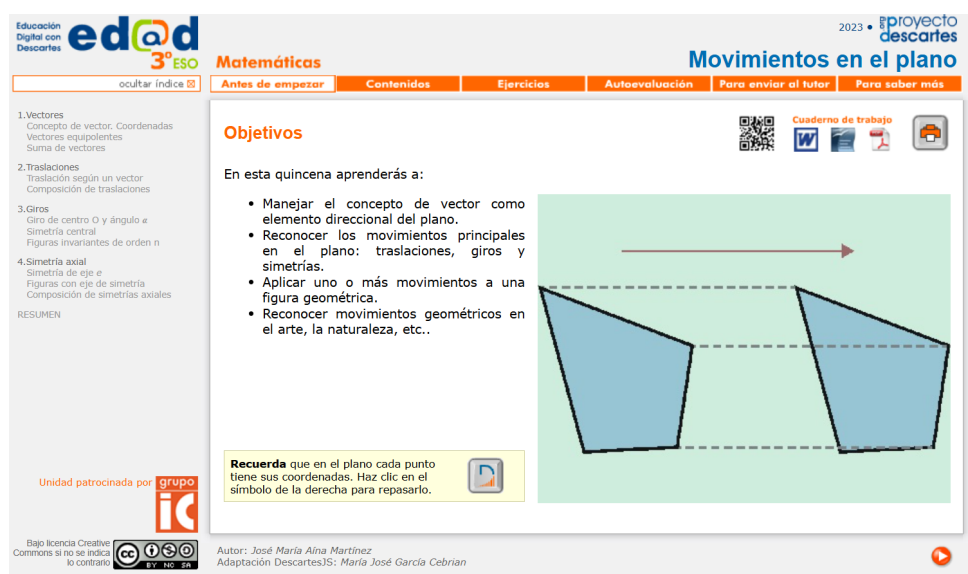


Figura 8: Visualización dos movementos no plano mediante o Proxecto Descartes (2023). Fonte: Red Educativa Digital Descartes [5].

Para consolidar a aprendizaxe, en EPVA, o alumnado grava vídeos educativos curtos nos que, manipulando as súas propias teselas, explica a translación, o cálculo do vector correspondente, o xiro e a simetría, posicionando os hexágonos sobre eixes cartesianos trazados en taboleiros brancos. Estes vídeos axudan a verbalizar o proceso seguido, consolidar os conceptos e compartir o produto final coa comunidade educativa. Cada grupo grava un vídeo didáctico no que cada membro explica unha das tres transformacións xeométricas, integrando narración, imaxe e xesto matemático. As gravacións realízanse tanto na aula de Polos Creativos como noutros espazos do centro. A montaxe final faise con Canva [6], ferramenta dixital que permite integrar imaxes, narración e música, fomentando así a competencia dixital e a creatividade. A elección da banda sonora require tamén sensibilidade estética

e criterio comunicativo para acompañar o contido matemático, convertendo o resultado nun produto audiovisual completo que combina comunicación matemática, tecnoloxía e expresión artística. Este traballo desenvólvese de maneira cooperativa, fomentando o diálogo matemático, a avaliación entre iguais e a autoavaliación durante o proceso de construción e exposición. A interacción constante entre as materias de Matemáticas e EPVA reforza o sentido de unidade do proxecto e promove a aprendizaxe significativa. Esta fase marca a conexión entre a comprensión conceptual e a aplicación práctica no produto final audiovisual, establecendo unha ponte real entre o pensamento matemático e a expresión artística. O proceso pecha así o ciclo de aprendizaxe competencial antes de pasar á análise da integración curricular do proxecto.

Avaliación e instrumentos

As ferramentas e dinámicas presentadas a continuación son utilizadas por Orbaneja e herdadas das dinámicas empregadas habitualmente nas materias de EPVA e Tecnoloxía. Estas materias, eminentemente prácticas, traballan a meirande parte dos seus contidos en modo colaborativo.

Puntuación grupal e sistema de cores

A organización da aula mantén unha estrutura fixa durante todo o curso, baseada en equipos cooperativos de tres persoas formados intencionalmente atendendo ás intelixencias múltiples [3] para garantir a complementariedade de perfís. Cada grupo recibe un código de cor que se conserva en todas as materias e proxectos, converténdose nunha identidade visual e funcional ao longo do curso.

Esta codificación cromática resulta especialmente beneficiosa para o alumnado con TEA e outros perfís que precisan rutinas estables e referencias visuais claras. Ademais, aforra tempo nas transicións entre actividades e favorece a autorregulación, xa que cada estudante sabe sempre onde sentar, con quen traballar e que material empregar. Cada equipo dispón de:

- › Un pulsador da súa cor, empregado para dinámicas de resposta rápida e retos cooperativos.
- › Unha lámina A3 plastificada, con bordo da mesma cor, utilizada en actividades tipo Aulas de Pensar [1].
- › Unha subcarpeta de aula onde se garda o material individual e grupal, da cor correspondente.
- › Un lugar fixo na Aula Maker de Polos Creativos, o que facilita a organización, o control visual do espazo e o traballo autónomo.

A estas dinámicas engádese un elemento motivador transversal: o uso do Contador de puntos (figura 9), unha ferramenta dixital para premiar o pensamento crítico, a creatividade e a colaboración. O contador permite asignar puntos positivos en tempo real cando se detectan achegas valiosas, sen empregar sancións negativas, reforzando así unha cultura de participación positiva e recoñecemento colectivo. Este sistema reforza a avaliación formativa e a motivación intrínseca, proporcionando *feedback* inmediato e visible. O alumnado visualiza o progreso colectivo, percibe o valor do esforzo compartido e entende que a contribución de cada membro é esencial para o éxito do grupo.



Figura 9: Ferramenta dixital: Contador de puntos empregado no proxecto. Fonte: Elaboración propia [7].

Avaliación para a aprendizaxe (AfL)

Avaliamos continuamente, combinando observación directa, retos curtos e Plickers para a detección inmediata de erros. Isto permite adaptar explicacións e asegurar comprensión. A avaliación é, pois, unha ferramenta de mellora máis que de control.

Rúbrica e táboa de indicadores

A rúbrica (escala 1–4; 2 como mínimo de consecución) avalía precisión matemática, terminoloxía, representación gráfica e cooperación (figura 10). As evidencias recóllense nunha táboa de indicadores que serve de base para cualificación e retroalimentación.

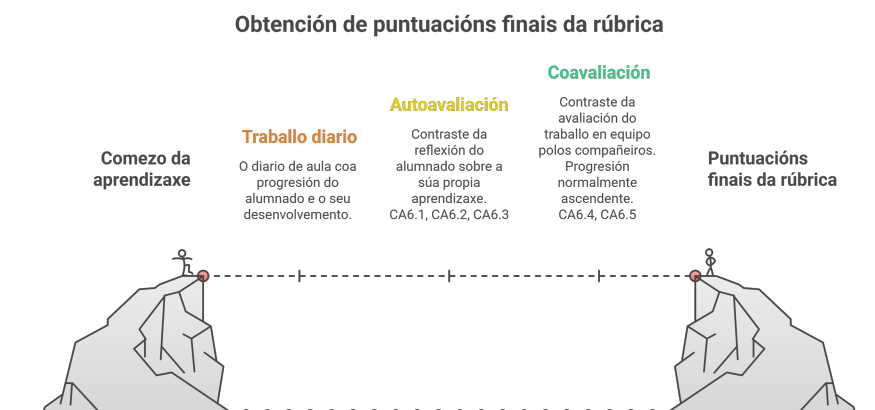


Figura 10: Exemplo de consolidación de evidencias na táboa de indicadores. Fonte: Elaboración propia con Napkin AI (2025) [4].

Coavaliación e autoavaliación

A coavaliación realízase ao final de cada sesión: cada grupo de tres puntúase mutuamente mediante escala Likert do 1 ao 4, segundo esforzo e cooperación, baixo supervisión cruzada co grupo de en fronte. A nota non pode diferir máis dun punto respecto á observación docente. A autoavaliación en liña ao final do proxecto fomenta a reflexión metacognitiva sobre aprendizaxes, dificultades e estratexias de mellora (figura 11 e figura 12).

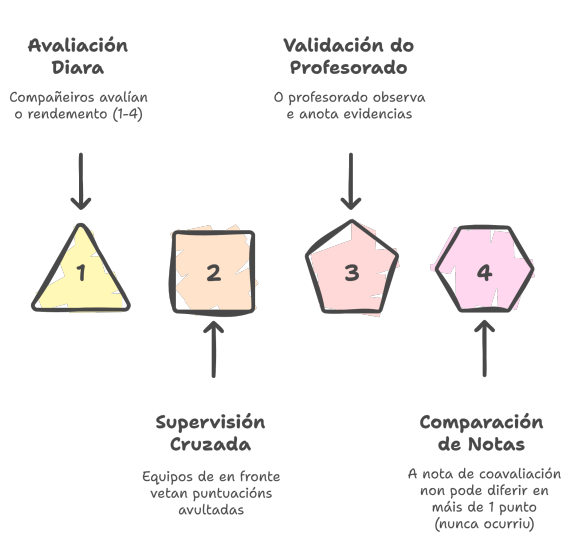


Figura 11: Proceso de coavaliación diaria supervisada. Fonte: Elaboración propia con Napkin AI (2025) [4].

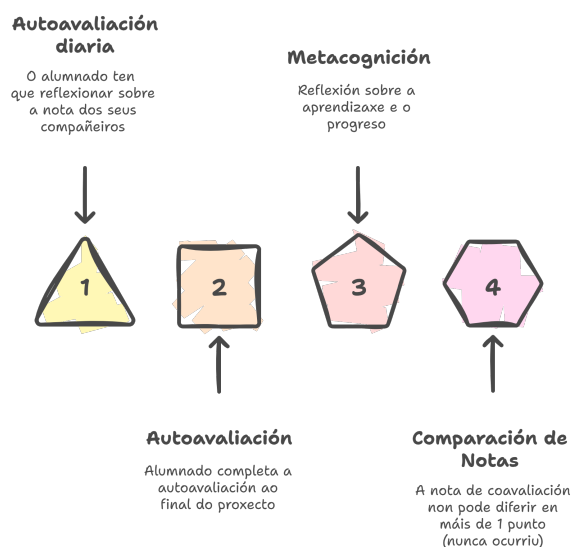


Figura 12: Autoavaliación e reflexión metacognitiva. Fonte: Elaboración propia con Napkin AI (2025)[4].

Avaliación da aprendizaxe (AoL) e triangulación

Finalmente, realízase unha proba escrita sobre movementos no plano e vectores complementada pola táboa de indicadores. A proba confirma as evidencias obtidas previamente e reforza a fiabilidade da avaliación. A triangulación entre produto, proceso e reflexión garante unha visión completa do progreso do alumnado.

Coordinación docente

A coordinación é continua e horizontal: planificación, seguimento e avaliación realízanse de maneira compartida (figura 13). As docentes axustan tarefas en tempo real e reflexionan sobre dificultades observadas en cada materia. Este diálogo permanente, como sinala Vygotsky [2], é tamén unha forma de aprendizaxe profesional: a ZDP prodúcese tamén entre docentes facendo a experiencia moito máis dinámica e enriquecedora e trasladando ese dinamismo ao alumnado.



Figura 13: Elementos clave da coordinación docente. Fonte: Elaboración propia con Napkin AI (2025)[4].

Conclusións e reflexión final

Tralas reflexións finais e a pesar dos erros, pódese afirmar que este tipo de actividades mellora a motivación, a comprensión e a percepción da competencia persoal. Así mesmo, descontextualiza a clase tradicional de matemáticas eliminando os prexuízos entre o alumnado con máis dificultades na área matemática. Por outro lado, en relación ao alumnado con dificultades, obsérvase unha mellora na autoestima e no grao de satisfacción e implicación coa materia. O proxecto revela que a aprendizaxe compartida e a atención á diversidade son claves para o éxito: cando o alumnado deixa de saber en que clase está —Matemáticas ou EPVA—, é que a interdisciplinariedade se fixo realidade.

Referencias bibliográficas

- [1] Liljedahl, P. (2016): *Building Thinking Classrooms in Mathematics*, Vancouver, CreateSpace.
- [2] Vygotsky, L. S. (1978): *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*, Cambridge, Harvard University Press.
- [3] Gardner, H. (1983): *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*, New York, Basic Books.

Referencias en liña

- [4] Napkin (2025). *Napkin AI*. Dispoñible en: <https://napkin.ai>
- [5] Red Educativa Digital Descartes (2023). *Movimientos en el plano (3.º ESO)*. Dispoñible en: https://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_3eso_movimientos_plano-JS-LOMCE/index.htm
- [6] Canva Pty Ltd. (2025) *Canva for Education*. Dispoñible en: <https://www.canva.com/education>
- [7] Orbaneja Fernández, M.^a de las M. (2025). *Contador de puntos*. Dispoñible en: <https://sites.google.com/view/contador-de-puntos/inicio>

Carolina Flores Aneiros
M.^a de las Mercedes Orbaneja Fernández
 CPR Ayala (Narón)
 <mercedesorbaneja@gmail.com>

As matemáticas que fixeron Ordes

ALBA CANDAL PARAFITA
GONZALO CASTIÑEIRA VEIGA

Neste artigo preséntase unha proposta didáctica dirixida a un grupo de estudantes de 2.º da ESO, centrada nos contidos e competencias relacionados co sentido espacial e o sentido da medida. O obxectivo principal é favorecer unha aprendizaxe significativa da materia mediante a introdución de elementos vinculados ao concello de Ordes, ao tempo que se promove unha actitude máis positiva do alumnado cara ás matemáticas.

Palabras clave: proposta didáctica, dominio afectivo, aprendizaxe situada, sentido espacial, sentido da medida.

The mathematics that shaped Ordes

This article presents a didactic proposal aimed at a group of students in the second year of compulsory secondary education (ESO), focused on content and competencies related to spatial sense and measurement sense. The main objective is to foster meaningful learning of the subject through the introduction of elements linked to the municipality of Ordes, while also promoting a more positive attitude towards mathematics among students.

Keywords: didactic proposal, affective domain, situated learning, spatial sense, measurement sense.

As matemáticas non son prato de bo gusto para todo o mundo e mesmo teñen fama de desgustar máis que calquera outro. Algúns poderían describilas como unha caldoadada de toque amargo que repugna e que parece non achegar nada bo ao corpo máis que unha indigestión que marea e dá dores de cabeza: nin interesantes, divertidas ou gustosas, nin con outra utilidade máis que a de facer sufrir.

A proposta que contén este artigo é un extracto dun traballo de fin de mestrado elaborado no curso 2024-2025 como parte do Mestrado en Profesorado da USC e ten por obxectivo presenta-las matemáticas de maneira que resulten máis saborosas e nutritivas. A idea principal consiste en agregar ingredientes de proximidade, neste caso do concello de Ordes, que poidan resultar familiares para os comensais, que teñan un aporte intrínseco positivo e que sirvan para potenciar o sabor do elemento principal: xeometría e medida para 2.º de ESO.

Marco teórico

Diversas publicacións dentro do ámbito da educación e da didáctica das matemáticas respaldan as afirmacións escondidas na metáfora anterior. Os informes PISA do 2024 poñen de manifesto a existencia de certas dificultades no ensino e aprendizaxe das matemáticas, tanto no rendemento académico do alumnado como na súa actitude cara á materia [1]. Esta atención cara ás actitudes ten as súas raíces na década dos 80, cando a dimensión afectiva do ensino comezou a gañar protagonismo ata converterse nun tema de interese tanto no ámbito académico como nos medios de comunicación [2].

A autora Inés Gómez Chacón inclúe dentro do denominado dominio afectivo as crenzas, actitudes e emocións suscitadas pola materia no alumnado. No caso das crenzas, estas poderán referirse tanto á relación entre un mesmo e as matemáticas, como ás crenzas sobre matemáticas en si como disciplina. As actitudes, pola súa banda, farán referencia ás valoracións ou intereses cara á materia; mentres que as emocións se entenderán como respostas a estímulos como poden ser un problema de matemáticas, unha determinada actuación do profesorado ou unha mensaxe social [3]. Os elementos que se acaban de describir relaciónanse entre si de maneira cíclica, de forma que se un individuo se somete varias veces a un mesmo estímulo e a súa resposta emocional se repite esta acción emocional pode automatizarse e solidificarse en actitudes. Á súa vez, as actitudes que desenvolve o individuo a raíz da súa experiencia na aprendizaxe das matemáticas teñen a capacidade de modificar as crenzas previas [4].

Parte da importancia da atención ao dominio afectivo ten que ver coa súa relación co dominio cognitivo, isto é, coa propia aprendizaxe das matemáticas. No caso da ansiedade matemática, un termo referido ao pánico, a impotencia, a parálise e a confusión mental que se manifesta nalgúns persoas cando se lles pide que resolvan un problema matemático, esta pode resultar nunha caída do rendemento e incluso no abandono da materia [5] [6]. Cando unha emoción negativa se prolonga no tempo pode paralizar o proceso de almacenaxe e recuperación de información do estudante, afectando negativamente ao seu rendemento e á súa aprendizaxe [3]. Paralelamente, os malos resultados poden derivar en reaccións emocionais negativas que danan á afectividade, caendo nun círculo vicioso que recorda a aquela “caldoada indixesta” que se mencionaba ao inicio. A cuestión reside entón en como romper o bucle e poder construír tanto actitudes positivas como aprendizaxes significativas. Neste momento toman especial protagonismo a figura do profesorado e as diferentes formas de ensino.

Antes de falar de como ensinar é preciso matizar que tipo de aprendizaxe se quere promover no alumnado. No caso de metodoloxías tradicionais centradas na memorización, a mecanización ou a repetición de exercicios tipo, a aprendizaxe que se deriva é útil para enfrontar unha selección moi concreta de problemáticas, mais o feito de que sexa superficial fai que non se poida extrapolar a outras casuísticas [7]. En contraposición, a aprendizaxe que se busca promover neste caso é unha aprendizaxe significativa e situada, que permita empregar o coñecemento adquirido en múltiples situacións. Existen diferentes recomendacións a seguir no ensino das matemáticas para mellorar a aprendizaxe do alumnado: adecuar os contidos ao nivel do alumnado, dar pé a interaccións coas que detectar as dificultades que vaian aparecendo ou empregar recursos adecuados. Estes e outros son algúns dos criterios de idoneidade didáctica que inclúe Juan Díaz Godino dentro do marco da teoría do Enfoque Ontosemiótico (EOS) [8]. Con todo, os que tomarán maior protagonismo nesta proposta serán o afectivo, que fai referencia ás actitudes que antes se mencionaban, e o ecolóxico, que trata a coherencia da materia co contexto educativo e social.

Unha abordaxe da aprendizaxe de maneira contextualizada é unha forma de cumprir co criterio ecolóxico, pero tamén de conseguir un impacto positivo no dominio afectivo do alumnado. A inclusión do contexto sociocultural do alumnado ten o potencial de motivar e de xerar un sentimento de apropiación. Ao mesmo tempo, ao presentar as matemáticas como unha disciplina estreitamente vinculada á contorna do alumnado estanse a combater directamente algunhas crenzas comúns que entenden as matemáticas como alleas ou pouco útiles [9]. Se ademais de establecer conexións co contexto se establecen con outras áreas do saber ou disciplinas, contribúese a enriquecer o significado dos contidos matemáticos e a poñelos en práctica dentro de problemáticas diversas permitindo, en definitiva, a construción dun sistema de coñecemento estruturado e conectado [10].

No caso desta proposta trabállanse principalmente contidos e competencias incluídos como propios dos sentidos espacial e da medida (empregando a terminoloxía curricular). A aplicabilidade e a presenza da vida cotiá do sentido da medida facilitan o establecemento de relacións entre o contido

matemático e elementos da contorna ou propios doutras áreas do coñecemento [11]. No caso do sentido espacial, a comprensión dos aspectos xeométricos do mundo que nos rodea ofrece múltiples oportunidades de conexión directa con campos como a ciencia, a tecnoloxía, a enxeñaría, a arquitectura ou as artes. Neste sentido, a introdución de material manipulativo pode resultar de axuda nos procesos clave de visualización e de representación gráfica. A interacción física con este tipo de material tende tamén a impactar positivamente na actitude do alumnado, conectando de novo coa compoñente afectiva que se mencionaba ao comezo [12].

En definitiva, o establecemento de conexións coa contorna, a adopción dunha perspectiva interdisciplinar e a introdución de materiais físicos son ferramentas que se poden empregar para promover unha aprendizaxe significativa e producir un impacto positivo nas actitudes do alumnado de cara ás matemáticas. Seguindo estas liñas teóricas, elaborouse a proposta didáctica que se presenta a continuación.

A proposta

A proposta, titulada *Matemáticas na contorna: figuras planas dende Ordes*, está dirixida a un grupo de 2.º de ESO dun centro da vila de Ordes e comprende un total de nove sesións. Ao longo destas sesións trabállanse obxectivos e competencias vinculadas aos sentidos espacial, da medida e socioafectivo mediante contidos relacionados coas figuras planas e o teorema de Pitágoras recollidos no Decreto 156/2022 que regula o currículo da etapa.

Tal e como se mencionaba ao comezo deste artigo, a clave da proposta reside na introdución dunha serie de “ingredientes de proximidade” que permitan que os contidos antes referidos resulten máis atractivos e se asimilen mellor, en consonancia co exposto no marco teórico. Póñense en valor os elementos xeométricos e de medida presentes en diversas profesións ou actividades, concretamente na construción, a medida de terreos e a costura. A elección destas disciplinas non é arbitraria, senón que todas elas manteñen ademais algún tipo de relación coa vila ou concello de Ordes:

► A construción.

Entre algunhas das edificacións máis facilmente recoñecibles do centro da vila de Ordes atópanse o edificio da Casa do Concello de Ordes e a igrexa parroquial, ambos enfrontados de cara á estrada N-550 que vertebra a vila e a conecta coas cidades de A Coruña e Santiago de Compostela. Algúns dos elementos arquitectónicos presentes nestas edificacións, xunto cun toldo que se coloca ás veces na Alameda durante algunhas festividades, servirán como base para a elaboración de varias actividades.

► A medida de terreos.

Así mesmo, a toma ou cálculo de medidas de superficie e distancia nos terreos son actividades directamente relacionadas co sentido espacial e da medida. No caso da comarca de Ordes, ata principios do século XX a economía da zona estivera baseada case exclusivamente na agricultura e na gandaría, afectando tanto á distribución territorial da propiedade como á estrutura da sociedade da época. Na actualidade, a distribución minifundista da terra herdada destes tempos está a sufrir un proceso de transformación a través de medidas de concentración parcelaria, ás veces polémicas, nas que é clave a medición precisa dos terreos.

► A costura.

Durante a segunda metade do século XX, produciuse un cambio no desenvolvemento industrial da comarca cun notable impacto sobre a sociedade e a economía deste territorio. O asentamento de diversas empresas dedicadas á confección de prendas propiciou que moitas persoas (principalmente mulleres) pasaran de traballar no campo a facelo na industria téxtil [13]. Na actualidade, esta industria está completamente desaparecida [14], mais persisten rastros do seu pasado, ben sexa naquelas familias que dunha ou doutra maneira se viron involucradas neste proceso de aux e declive ou nas antigas naves industriais que aínda hoxe se mencionan nos periódicos locais.

Metodoloxía

Para dar comezo á proposta propónse unha avaliación inicial que permita indagar sobre os coñecementos que o alumnado xa ten asimilados e presentar a materia de maneira coherente co seu nivel (tal e como se recomenda nun dos criterios de idoneidade didáctica mencionados no marco teórico). No desenvolvemento posterior inclúense diferentes actividades que poderán ser avaliadas a través de entregas ou mediante a observación docente. As nove sesións incluídas na proposta están formadas normalmente por unha parte expositiva, na que se presentan os conceptos teóricos, e unha parte práctica, na que o alumnado traballa sobre actividades ou exercicios deseñados para aplicar e consolidar o aprendido.

Como xa se mencionou anteriormente, optouse por un enfoque contextualizado e interdisciplinar co que se pretende que o alumnado integre o coñecemento matemático presentado dentro dunha estrutura máis complexa, relacionándoo con elementos da súa contorna ou ligados ao seu contexto social. Sumado a isto, procúrase que as actividades presentadas inclúan á súa vez algún dos seguintes elementos:

- **Cuestións abertas:** cuestións con diferentes respostas posibles que deben ser argumentadas. Con estas preguntas preténdese favorecer o razoamento e a creatividade fronte ao cálculo mecánico, presentando as matemáticas como unha disciplina flexible.
- **Uso de materiais manipulativos:** permiten facilitar a visualización e motivación do alumnado. O uso adecuado destes recursos pode relacionarse tamén cun dos criterios de idoneidade didáctica de Juan Díaz Godino. Ademais, preténdese que estes materiais sirvan de axuda á hora de realizar certos procesos indutivos, pasando do concreto ao xeral.
- **Actividades individuais e grupais:** foméntanse tanto o traballo autónomo como a colaboración e a posta en común de ideas.

Materiais e recursos

Para o desenvolvemento das explicacións e actividades precísase dun encerado, un proxector ou pantalla dixital co que presentar os documentos de apoio (presentacións de diapositivas e boletíns) e un ordenador con conexión a Internet. Pola súa banda, o alumnado deberá contar con material co que escribir e recoller notas ou exercicios. Ademais, serán necesarios unha serie de recursos materiais creados ad hoc para esta proposta (un crebacabezas e cordas de nós para cada par de alumnos) e tamén outros menos habituais nas clases de matemáticas (papel kraft, tesoiras, cintas de medir, regras e cinta de carroceiro).

Secuencia de sesións

Sesión 1. Introducción.

O obxectivo desta primeira sesión é o de descubrir que coñecementos relacionados coa xeometría resultan familiares para o alumnado e poder analizar o seu nivel de dominio. Os primeiros minutos dedícanse a traballar sobre catro breves cuestións relacionadas coa xeometría e as súas aplicacións, que deberán ser respondidas por escrito e entregadas. A continuación, aproveitando que xa se utilizaron algúns minutos para reflexionar e recordar, intentarase construír co grupo clase unha definición de xeometría escribindo no encerado palabras relacionadas propostas polo alumnado. Con esta dinámica preténdese fomentar a participación do alumnado e dar pé a introducir a materia sobre a que se vai a traballar nas seguintes sesións.

Durante a segunda metade da sesión realizarase unha actividade grupal. O alumnado, organizado en grupos de 4 ou 5 persoas, deberá medir a área dun pupitre empregando libros de matemáticas como unidade de medida. O obxectivo desta actividade é analizar o manexo do concepto de área a través do uso de unidades non convencionais, así como traballar aspectos relacionados coa medida e a precisión. Para finalizar, comentaranse os resultados obtidos na anterior actividade por cada un dos grupos, analizando en conxunto os posibles fallos ou imprecisións cometidas.

Sesión 2. Construción I.

Esta segunda sesión servirá para traballar sobre a definición de polígono, a súa clasificación e a identificación dalgúns dos seus elementos principais. Ao inicio da sesión expóranse os conceptos de polígono, lado, vértice, ángulo interno e ángulo externo, que servirán de axuda para a levar a cabo a seguinte actividade titulada *Teléfono estragado xeométrico*. O xogo, de dinámica semellante á do xogo do teléfono estragado, vira arredor dun conxunto de polígonos irregulares ocultos no envés dunhas cartas da baralla francesa (ver figura 1).



Figura 1: Material da actividade *Teléfono estragado xeométrico*.

O alumnado debe organizarse por parellas, asignándose un rol a cada integrante: relator ou debuxante. O relator recibirá a carta e deberá describir a figura que vén pegada; o debuxante, pola súa parte, intentará debuxar a figura que se lle está a describir. A idea é que os debuxantes tomen despois o papel de relatores e que describan a figura que antes debuxaran, formando así unha cadea. O obxectivo desta actividade é traballar a identificación e análise de propiedades das figuras planas, así como a expresión e comprensión verbal da linguaxe matemática. Despois dunhas tres roldas, o alumnado poderá expoñer en público algúns dos resultados coa fin de comentar entre todos os posibles erros ou imprecisións cometidas. Finalmente, para dar remate á sesión instarase ao alumnado a que empregue as figuras coas que estivera traballando para construír un elemento arquitectónico da vila de Ordes: un dos arcos da Casa do Concello (ver figura 2).

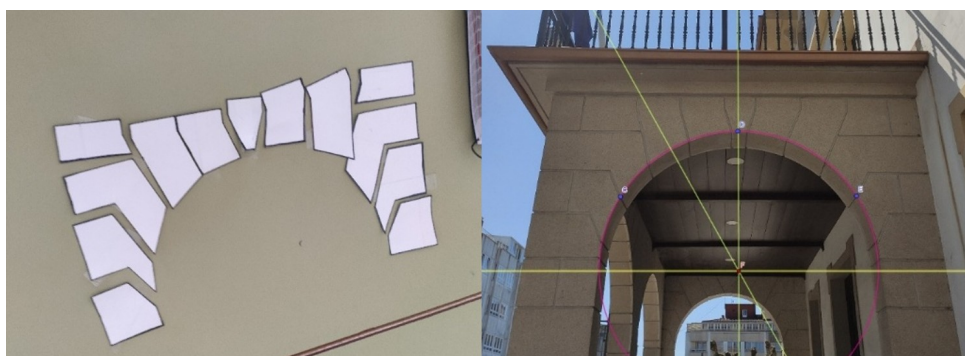


Figura 2: Crebacabezas e arco da Casa do Concello.

Sesión 3. Construción II.

O obxectivo desta sesión é traballar sobre os diferentes tipos de triángulos e observar algúns fenómenos que permitan introducir máis adiante a relación pitagórica nun proceso indutivo guiado. Preténdese que esta sexa unha sesión de experimentación e de carácter manipulativo na que o alumnado poida ademais experimentar diferentes formas de enfrontar un problema. Para isto, darase comezo á sesión presentando unha corda pechada de 12 nós como as que se empregaban no Antigo Exipto para a construción de triángulos rectángulos e abrindo o misterio sobre a súa utilidade. De seguido, farase un repaso sobre polígonos e explicaráse a clasificación segundo ángulos e lados que, neste caso, serán equiláteros, isosceles, rectángulos ou escalenos.

Durante a segunda parte da sesión o alumnado traballará organizado por parellas na actividade titulada *Cordas triangulares*, na que se lle asignará unha corda pechada cun determinado número de nós (que poderá ser de 9, 12, 13 ou 24). O obxectivo será construír tódolos triángulos posibles tensando a corda e garantindo que cada vértice do triángulo coincida cun nó, para despois clasificalos segundo o número de nós ou espazos entre nós de cada lado. A través da posta en común dos resultados e a manipulación das cordas, preténdese que o alumnado chegue a descubrir a utilidade particular da corda de 12 nós como ferramenta para construír triángulos rectángulos.

Sesión 4. Construción III.

Seguindo o fío da sesión anterior, nesta cuarta sesión presentarase o teorema de Pitágoras, que servirá para ver como tanto a corda de 12 nós como a de 24 permiten a construción de triángulos rectángulos. Tomando estes exemplos poderá enunciarse o teorema no encerado, indicando nun debuxo os distintos elementos do triángulo rectángulo (hipotenusa, catetos, ángulo recto). Ademais, resolverase un exemplo sinxelo facendo fincapé na resolución de ecuacións de segundo grao.

A continuación, traballarase sobre dous pequenos exercicios cos que poñer en práctica o teorema. O primeiro consistirá no cálculo das polgadas da pantalla táctil instalada na aula, un elemento que se pode visualizar a tamaño real e que permite verificar o resultado. Deste xeito recórrese á contorna máis próxima ao alumnado, buscando unha posible aplicación real e practicando á vez a conversión de unidades. O segundo exercicio consistirá en determinar a altura do frontón da Igrexa de Ordes.

Sesión 5. A Festa do Champiñón de Ordes.

Esta sesión ten por fin que o alumnado empregue a relación pitagórica para a resolución de dous problemas de maior complexidade. A fonte de inspiración para o deseño destes problemas é a Festa do Champiñón que no ano 2025 tivo lugar entre os días 25 e 27 de abril e que reúne en cada edición a novos e adultos a través de diferentes actividades de carácter lúdico, gastronómico e cultural. A problemática que se presenta ten que ver coa montaxe dunha carpa para estas festas, seguindo o fío da arquitectura e construción das derradeiras sesións.

Inicialmente, farase un repaso do visto na anterior sesión e presentarase a *regra do 3-4-5* ou *regra do 60-80* empregada en albanería (e semellante á da corda de 12 nós) mediante a proxección dun breve vídeo ¹ no que se explica o modo de proceder nun escenario real de construción na cal o uso doutros aparatos como o escuadro non é axeitado. A continuación, presentarase a actividade titulada *Preparando unha carpa para a Festa do Champiñón de Ordes* e composta por 3 exercicios.

O primeiro dos exercicios ten que ver co cálculo da lona necesaria para cubrir a carpa (ver figura 3) e búscase con el que o alumnado tome unha decisión sobre as partes da carpa que considera necesarias cubrir e que aplique o teorema de Pitágoras dunha forma menos directa que nos exercicios propostos na sesión anterior. No segundo exercicio propónse unha pregunta aberta relacionada cunha das pezas da carpa e que non require dun cálculo senón dunha reflexión. Aínda que hai múltiples respostas posibles, o que se pretende é ver se o alumnado recorre a algunha técnica baseada nunha terna pitagórica como a presentada ao inicio da sesión. Por último, o exercicio 3 é tamén de resposta aberta e require dunha estimación sobre o número de persoas que poderían coller baixo a carpa.

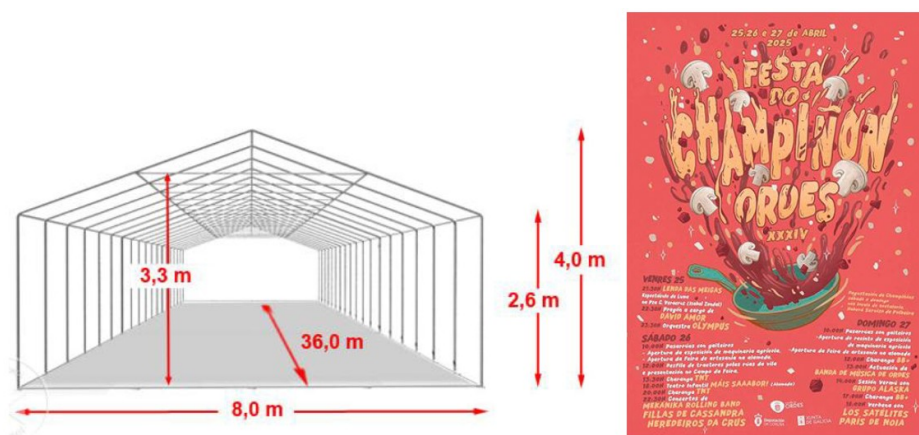


Figura 3: Diagrama da carpa e cartel das Festas do Campiñón do ano 2025.

Sesión 6. Medida de terreos.

O que se pretende con esta sesión é introducir o cálculo de áreas de figuras planas. A proposta contextualízase na medición de áreas de terreos, un paso clave dentro do mundo da construción. A natureza da sesión é principalmente expositiva, con pequenas cuestións ou tarefas intercaladas e empregando como material de apoio unha presentación de diapositivas.

Comezarse dando unha explicación sobre o cálculo da área dunha figura rectangular e unha presentación do concepto de unidade de área. Isto dará pé a mencionar diferentes unidades de medida de área, podendo facer fincapé no ferrado, empregado como medida de superficie no sector agrícola. Será interesante comentar a súa orixe, as variacións que existen entre os diferentes concellos de Galicia e reflexionar sobre a produtividade da terra nas distintas localidades. O que se pretende con esta exposición é presentar diferentes referentes de medida dunha mesma magnitude, neste caso a área, e amosar a utilidade do Sistema Internacional de Unidades (SI) para unificar criterios e facilitar a comparación.

A continuación, traballarase sobre o cálculo da área dun triángulo e sobre a descomposición en triángulos e rectángulos de figuras máis complexas. Poderán empregarse como recurso as formas dos terreos da contorna que se poden consultar na páxina web do catastro². As formas particulares dalgúns terreos poderán dar pé a falar sobre a concentración parcelaria e cuestións relacionadas.

Sesión 7. Costura I.

O obxectivo desta sesión é traballar a medida, o cálculo de áreas e revisar o teorema de Pitágoras mediante unha tarefa avaliable. Faise un cambio na temática, pasando a falar da xeometría presente na costura e na patronaxe: dúas profesións que foron chave no desenvolvemento industrial da vila na segunda metade do século XX. Coa idea de crear unha proposta o máis realista posible, contouse co consello e colaboración de tres costureiras da comarca de Ordes, que cederon ademais un libro sobre corte e confección coa idea de poder amosalo na aula.

A sesión dará comezo cun percorrido polo pasado industrial téxtil da vila de Ordes e o seu impacto social, poñendo en valor a profesión de costureiras e xastres, que permiten adaptar a roupa aos distintos corpos, a diferenza do que ocorre na chamada *fast fashion*. De seguido, presentarase a actividade *A xeometría dun chaleco*, coa que se pretenden revisar varios puntos dos xa traballados. Nesta sesión tocaranse as dúas primeiras cuestións. A primeira delas ten que ver coa toma de medidas corporais que permitan adaptar a un mesmo o patrón simplificado dun chaleco de pico. Con estas medidas débese calcular a lonxitude de tódolos lados do chaleco, para o cal é preciso aplicar o teorema de Pitágoras. A segunda das cuestións refírese aos metros de tela que é necesario cortar dun rolo para elaborar o chaleco. A resposta non require dun cálculo, senón dunha explicación detallada, e podería ter distintas solucións.

Sesión 8. Costura II.

Continuando coa actividade da sesión anterior, afondarase neste caso no cálculo de áreas de polígonos irregulares. A última das cuestións da actividade *A xeometría dun chaleco* consiste no cálculo da porcentaxe de tela desperdiciada ao construír o chaleco. Para isto é necesario empregar algúns dos resultados das actividades anteriores, descompoñer unha figura complexa en triángulos e rectángulos e calcular a súa área. Para rematar a actividade establecerase unha discusión sobre as formas nas que se podería reducir a cantidade de tela desperdiciada.

Na última parte da sesión presentarase o círculo como polígono de infinitos lados, así como as fórmulas para o cálculo da súa área e perímetro tomando como apoio o seguinte recurso de GeoGebra <https://www.geogebra.org/m/nffdzpwa>. Esta explicación servirá para apoiar a actividade a realizar na seguinte sesión.

Sesión 9. Costura III.

A última sesión ten por obxectivo dar peche á proposta coa confección dun produto final, que neste caso será unha prenda de roupa. Os materiais a empregar na elaboración das prendas son papel a modo de tecido e cinta de carroceiro para simular as costuras (ademais de tesoiras, regras e cintas de medir). A actividade, titulada *The Math Gala*, está inspirada no evento da MET Gala que tivo lugar o 5 de maio de 2025 en Nova York.

Ao inicio da sesión presentarase a actividade coa que se pretende recrear na aula o evento da MET Gala dándolle un xiro matemático, isto é, confeccionando as prendas botando man dos coñecementos xeométricos que foron aparecendo ao longo das sesións anteriores. Como apoio empregárase unha presentación de diapositivas, pode verse a primeira na figura 4.

Nesta imaxe aparecen varias persoas coñecidas asistentes á MET Gala en alternancia con figuras relevantes no mundo das matemáticas e da xeometría que se poderán mencionar na aula. Nesta selección inclúense: Pitágoras, en relación co teorema traballado nas sesións; Hipatia de Alexandría, como exemplo histórico dunha muller con achegas relevantes á xeometría; Tales de Mileto, vinculado co teorema homónimo recollido no currículo de 2.º da ESO; Euclides, considerado o pai da xeometría; e Maryam Mirzakhani, como representante da investigación en xeometría máis actual.



Figura 4: Diapositiva *The Math Gala*.



Figura 5: Exemplo de chaleco.

De seguido preséntanse dúas posibles prendas a confeccionar por parellas: o chaleco co que estiveran traballando nas sesións precedentes ou unha saia de media capa. A opción da saia de media capa serviría sobre todo como opción para aqueles que tiveran algún problema coas medidas do chaleco, mais require dun cálculo previo empregando a fórmula para o cálculo da lonxitude da circunferencia. Unha vez determinada a prenda que se quere facer e quen a vai a levar posta pasarase á confección das prendas con papel (pode verse un exemplo na figura 5). Para axilizar o proceso será importante empregar as simetrías das prendas e desenvolver algún método para debuxar os arcos de circunferencia no caso da saia. Finalmente, realizarase un desfile no que se poidan ver tódalas prendas e valorárase conxuntamente a actividade.

Avaliación

Segundo se recolle no Decreto 156/2022, a avaliación das aprendizaxes do alumnado deberá ter «carácter formativo» e servir como «un instrumento para a mellora tanto dos procesos de ensino como dos procesos de aprendizaxe». Para esta proposta a avaliación dividiríase en tres partes:

- › Observación directa (30 %).

Durante toda a proposta avaliaranse a participación, traballo, implicación do alumnado nas diferentes actividades, manexo da linguaxe matemática, recoñecemento de figuras e o enfrontamento de problemas.

- › Actividade *Unha carpa para a Festa do Champiñón* (10 %).

A actividade na que se traballa coa relación pitagórica poderá ser entregada por escrito para a súa avaliación.

- › Actividade *A xeometría dun chaleco* (60 %).

Esta actividade está pensada como unha actividade de avaliación final, estruturada en 3 sesións. A primeira parte está dedicada á elección das medidas dun chaleco personalizado, buscando que o enunciado da actividade sexa único para cada estudante. Posteriormente, inclúense cuestións relacionadas co teorema de Pitágoras, o cálculo de áreas e a cantidade de material desperdiciado que se deberán entregar de forma escrita. Ademais, poderá terse en conta tamén o desenvolvemento na actividade realizada na última sesión *The Math Gala*.

Conclusións

A proposta didáctica que se presentou neste artigo está contextualizada na vila e concello de Ordes e ten por obxectivo favorecer a aprendizaxe significativa do alumnado nas áreas de xeometría e medida, ademais de contribuír positivamente ao seu dominio afectivo con respecto ás matemáticas. Aínda que, evidentemente, non é directamente aplicable a calquera centro, é un exemplo de como integrar elementos da contorna ou doutras disciplinas como parte das clases de matemáticas podería axudar a amosar a súa utilidade e, así, a facelas máis amenas e produtivas para todos e todas.

Referencias bibliográficas

- [1] OCDE (2023): *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*. Paris, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.
- [2] Jiménez Jiménez, A. (2021): “Afectividad en la educación matemática: El caso de la ansiedad por las matemáticas”. *I Congreso CIEDHU: Desarrollo humano y educación socioemocional*, pp. 53–84. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- [3] Gómez-Chacón, I. M. (2000): *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.
- [4] Gómez-Chacón, I. M. (1997): “La alfabetización emocional en Educación Matemática: actitudes, emociones y creencias.” *Revista de Didáctica de las Matemáticas UNO*, 13, pp. 7–22. <https://hdl.handle.net/20.500.14352/58512>
- [5] Tobias, S. (1978): *Overcoming math anxiety*. Boston, Massachusetts. Houghton Mifflin.
- [6] Palacios, A., Hidalgo, S., Maroto, A. e T. Ortega (2013): “Causas y consecuencias de la ansiedad matemática mediante un modelo de ecuaciones estructurales”. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 31(2), pp. 93–111. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v31n2.891>
- [7] Herrera Villamizar, N. L., Montenegro Velandia, W. E e S. Poveda Jaimes (2012): “Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (35), pp. 254–287. <https://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/revistaucn/article/view/361>

- [8] Godino, J. (2011): “Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*, pp. 1-20.
- [9] Díaz Obando, C., Arguedas, A. e J. Porras (2012): “Contexto sociocultural del estudiante como facilitador de su aprendizaje sobre conceptos de funciones en matemática”. *Uniciencia*, 26(1), pp. 113–124.
- [10] Tytler, R., Mulligan, J., Prain, V., White, P., Xu, L., Kirk, M., Nielsen, C. e C. Speldewinde (2021): “An interdisciplinary approach to primary school mathematics and science learning”. *International Journal of Science Education*, 43(12), pp. 1926-1949. <https://doi.org/10.1080/09500693.2021.1946727>
- [11] Godino, J. D. e F. Ruiz (2003): *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada. <https://hdl.handle.net/10481/95698>
- [12] Arrieta, M. (1998): “Medios materiales en la enseñanza de las matemáticas”. *Revista de Psicodidáctica*, 5, pp. 107-114. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2001952>
- [13] Rodríguez Giadás, M. I. (2001): *La industria de la confección en la comarca de Ordes: la importancia de la mano de obra femenina*. Universidade de Santiago de Compostela. Facultade de Xeografía e Historia.

Referencias en liña

- [14] Historias de Ordes (e comarca), por Ferreiro Boquete, J.J. <http://ordestories.blogspot.com/2019/06/empresas-de-ordes-2015.html>

Notas

1. Ligazón ao vídeo sobre a regra do 60-80: <https://www.youtube.com/watch?v=mwNwcyRW86Q>
2. Sede electrónica do catastro: <https://www.sedecatastro.gob.es/>

Alba Candal Parafita

Graduada en Matemáticas

<albacandal@gmail.com>

Gonzalo Castiñeira Veiga

Departamento de Didácticas Aplicadas, Facultade de Ciencias da Educación (Campus Norte), USC

<gonzalo.castineira.veiga@usc.es>

Bailei co meu robot!

Unha proposta STEAM proafectiva para Educación Primaria

CLAUDIA COMESAÑA GONZÁLEZ
GONZALO CASTIÑEIRA VEIGA
JORGE ALBELLA MARTÍNEZ

Neste artigo preséntase unha proposta de innovación cunha metodoloxía STEAM en 5.º de Educación Primaria, co obxectivo principal de fomentar unha aprendizaxe significativa, revalorizar o papel das artes e evidenciar a estreita relación entre a música e as matemáticas, buscando un efecto positivo no dominio afectivo do alumnado cara ás matemáticas. A proposta aborda contidos como fraccións, figuras musicais, programación e robótica empregando a canción de *A Saia da Carolina* de maneira transversal. O seu desenvolvemento fundaméntase na importancia do dominio afectivo, a metodoloxía STEAM e as conexións entre as matemáticas e a música.

Palabras chave: STEAM, matemáticas, música, proposta didáctica, dominio afectivo.

Bailei co meu robot! A pro-ffective STEAM proposal for mathematics and music in Primary Education

This article presents an innovation proposal based on a STEAM methodology in 5th grade of Primary Education, with the main objective of promoting meaningful learning, revaluing the role of the arts, and highlighting the close relationship between music and mathematics, seeking a positive effect on students' affective domain toward mathematics. The proposal addresses contents such as fractions, musical notes, programming, and robotics, using the song *A Saia da Carolina* in a cross-curricular way. Its development is based on the importance of the affective domain, the STEAM methodology, and the connections between Mathematics and Music.

Keywords: STEAM, mathematics, music, teaching proposal, affective domain.

A sociedade actual atópase nun proceso de cambio constante, caracterizado, entre outros aspectos, polo uso xeneralizado das tecnoloxías da información e da comunicación (TIC) en múltiples aspectos da vida cotiá. Estes cambios tamén afectan á educación e á percepción que a sociedade ten desta, o que demanda enfoques pedagóxicos innovadores que deben reflectir na aprendizaxe das persoas ao longo da súa vida [1].

Neste contexto, xorde a necesidade de implementar metodoloxías motivadoras e eficaces que aborden as novas necesidades educativas e melloren a implicación do alumnado, especialmente en áreas onde se perciben maiores dificultades ou barreiras. Un exemplo destas metodoloxías pode ser mediante a concepción de propostas interdisciplinares que aborden a área de Música e Danza e a área de Matemáticas a través dunha aprendizaxe significativa conectada coa vida cotiá [2]. Este tipo de integracións fomentan actitudes máis positivas cara ás matemáticas, ao asocialas coas emocións gratificantes que xera a música [3] e, ao mesmo tempo, revalorízase o papel das artes [4].

Así, este traballo céntrase no deseño dunha proposta de innovación pedagóxica baseada nunha metodoloxía STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*). Esta intervención didáctica, dirixida a estudantes de 5.º de Educación Primaria, integra a área de Música e Danza e a área de Matemáticas. A través dela, trabállanse diferentes conceptos como as fraccións, as figuras musicais, a programación ou a robótica.

A estrutura do traballo é como segue: en primeiro lugar, preséntase un marco teórico no que se leva a cabo unha revisión bibliográfica dos principais documentos existentes relacionados coas dificultades e percepcións das matemáticas, resaltando o papel do dominio afectivo no proceso de ensino-aprendizaxe, a metodoloxía STEAM, o emprego das TIC a través desta metodoloxía e a interrelación entre as matemáticas e a música. A continuación, descríbese a proposta de intervención desenvolvida en 5.º de Educación Primaria. Para finalizar, preséntanse as conclusións obtidas a través deste traballo, así como posibles liñas futuras.

Marco Teórico

Dificultades e percepcións das matemáticas: o papel do dominio afectivo

A realidade, hoxe en día, da ensinanza e aprendizaxe das matemáticas segue sendo preocupante, evidenciada polas dificultades persistentes e os baixos desempeños académicos en probas obxectivas [5]. Este desafío para o alumnado e profesorado, representado historicamente, débese ao alto nivel de abstracción e á necesidade de metodoloxías didácticas axeitadas para facilitar a súa comprensión [6].

Eccius-Wellmann e Lara-Barragán [7] sinalan que esta percepción negativa comeza dende idades temperás, alimentada polas mensaxes familiares e por un sistema educativo que premia o éxito e castiga o erro. Así, para o alumnado, as matemáticas representan non só un obstáculo académico, senón tamén cognitivo e emocional [8], xerando rexeitamento, frustración ou evitación [9]. O profesorado debe, por tanto, atender tamén ás dimensións emocionais e contextuais [10].

Estes descubrimentos poñen sobre a mesa a necesidade de estudar o dominio afectivo dentro desta área, co fin de chegar a prácticas que cambien as percepcións e emocións do estudiantado fronte ás matemáticas.

O papel do dominio afectivo na aprendizaxe matemática

Unha vez recoñecida a importancia intrínseca de ligar os devanditos aspectos, e recoñecido o interese do seu estudo, cómpre detallar o concepto de dominio afectivo nas matemáticas. Unha das principais dificultades que presenta esta temática é a falta dunha definición clara e consensuada deste concepto [11]. En consecuencia, nas vindeiras liñas proporase unha definición que comprende diferentes achegas dos autores e autoras máis relevantes dentro do estudo do dominio afectivo.

McLeod [12] introduce o termo dominio afectivo como sentimentos que transcenden o cognitivo. Posteriormente, defíneo en tres eixes: actitudes, crenzas e emocións [13]. Gómez Chacón [11] amplíao, engadindo valores e apreciacións, e subliña a importancia do contexto sociocultural.

En consecuencia, grazas ás primeiras referencias de McLeod e á conceptualización de Gómez Chacón, hoxe en día pódense definir os tres descritores máis destacables do dominio afectivo, anteriormente especificados, a prol de comprender en profundidade o concepto. As actitudes son predisposicións cara ás matemáticas, adquiridas e modificables pola experiencia [14], cunha compoñente cognitiva, afectiva e de comportamento [9].

Por outro lado, as crenzas son coñecementos subxectivos, conscientes ou non, influídos pola experiencia [15]. Finalmente, as emocións son respostas rápidas e intensas que integran dimensións cognitivas, motivacionais e fisiolóxicas [11].

A relación entre actitudes, crenzas e emocións é cíclica: as positivas favorecen o rendemento, mentres as negativas o dificultan [11] [15] [16]. A lexislación reconece por primeira vez este dominio [1], aínda que sen cambios metodolóxicos significativos [17]. Por iso, é clave promover propostas innovadoras como o enfoque STEAM.

STEAM como motor de innovación educativa

A metodoloxía tradicional debe transformarse nun enfoque integrador. Así xorde STEM (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*), ao que se engadiu a Arte creando STEAM [18] [4]. Este modelo fomenta a curiosidade, o pensamento crítico, a creatividade e a xestión positiva do erro [19].

A pesar de non existir unha metodoloxía única, considérase un enfoque integral adaptable a diversos contextos [20].

O emprego das TIC dentro da metodoloxía STEAM

Seguindo con esta concepción do enfoque STEAM como unha ferramenta valiosa para fomentar a innovación pedagóxica, estúdase o emprego das TIC e o seu interese para a consecución destes obxectivos [20].

O crecemento das TIC transformou a sociedade e a educación [21] [22]. O currículo incorpora a competencia dixital [1], defendendo o seu uso transversal dende primaria.

Un exemplo desta incorporación da competencia dixital nas aulas é o emprego da ferramenta Scratch, creada polo MIT en 2007. É unha ferramenta de programación visual, gratuíta e accesible, que favorece as aprendizaxes dixitais e a interdisciplinariedade [23] [24]. A súa versatilidade permite integrar áreas como Matemáticas e Música, xerando propostas educativas innovadoras [25].

Matemáticas e Música

Partindo da concepción exposta anteriormente por Yakman [4], na súa integración das artes dentro da competencia STEM podería crearse unha interrelación entre a música e as matemáticas, dende un punto máis holístico da ensinanza. Concíbense as matemáticas como «a ciencia que se ocupa das propiedades dos números, das figuras xeométricas etc., das súas relacións e da súa aplicación a outras ciencias e na que se engloban a aritmética, a xeometría, a álgebra, a trigonometría etc.». Con todo, a música defínese pola Real Academia Galega como a «arte de combinar os sons harmonicamente seguindo unhas determinadas regras».

É innegable a cantidade de aspectos en común que comparten estas dúas disciplinas, como poden ser as proporcións nas escalas musicais, os padróns numéricos no ritmo ou as frecuencias correspondentes ás notas musicais, entre outros [26]. Debido a esta intrínseca relación que recolle por primeira vez Pitágoras en relación coas proporcións das notas musicais na escala diatónica [27], pode resultar comprensible a integración destas dúas áreas na educación, fomentando habilidades cognitivas, emocionais e sociais esenciais [28], contribuíndo a aprendizaxes significativas conectadas coa vida cotiá [2] [29]. Ademais, mellora a percepción do alumnado ao asociar emocións positivas da música coas matemáticas [3]. Como afirma Bautista Jiménez [28], a sinerxia entre ambas as áreas transforma a aula e empodera ao alumnado.

Proposta de Intervención

Nesta sección xustifícase a proposta e detállase o seu deseño para unha aula de 5.º de Educación Primaria. Nesta proposta didáctica integráronse as áreas de Música e Matemáticas, a través da realización dunha proposta significativa, para traballar os aspectos cognitivos e afectivos do grupo.

Xustificación da proposta

Esta proposta está deseñada de acordo co currículo de Educación Primaria na Comunidade Autónoma de Galicia [1], concretamente coa área de Música e Danza, e coa de Matemáticas. A proposta aborda contidos relevantes destas áreas, contribuíndo á adquisición das competencias clave e ao desenvolvemento dos obxectivos establecidos para cada unha delas.

Segundo Alemany Arrebolada e Lara Castaño [9], unha parte significativa do alumnado de Educación Primaria manifesta unha notable desmotivación cara á área de Matemáticas, ao percibila como allea á súa realidade e carente de aplicación práctica. Esta situación xera desinterese e dificultade para comprender a utilidade dos conceptos traballados dentro desta disciplina.

A partir desta idea, deseñase unha innovadora proposta didáctica que integra a área de Música e Danza e a área de Matemáticas cunha metodoloxía STEAM. Mediante o uso de ferramentas dixitais como o ordenador e o robot, abordanse contidos que conectan ambas disciplinas, como as fraccións e as figuras musicais, demostrando a súa relación intrínseca e a relevancia para o alumnado.

Contexto do centro e aula

Esta proposta foi deseñada para unha escola pública da contorna rural galega, en dous grupos de 5.º de Educación Primaria cunha razón de aproximadamente 15 estudantes por clase e un nivel socio-económico medio-alto.

O deseño desta proposta ten en conta dous ambientes: a aula de música e a aula ordinaria. A aula ordinaria, equipada co seu encerado dixital interactivo, é indispensable para a realización das sesións de programación en Scratch, mentres que a aula de música dispón do espazo necesario para as dinámicas de danza e a manipulación do robot. Ademais, o alumnado conta cunha computadora Abalar persoal.

Deseño da Proposta

Neste contexto, formúlase unha proposta con enfoque STEAM, centrada na área de Música e Danza e a área de Matemáticas, deseñada para favorecer os afectos do alumnado. Nas seguintes subseccións expóñense todos os detalles relativos ao deseño da proposta.

Obxectivos

Con esta proposta búscase contribuír a alcanzar os obxectivos 4, 5, 6, 7 e 8 da área de Matemáticas e os obxectivos 4 e 5 da área de Música e Danza, recollidos no Decreto 155/2022 [1]. A partir dos obxectivos xerais, formúlanse os seguintes obxectivos didácticos co fin de adaptarse á proposta, nomeando tamén aqueles obxectivos xerais do currículo cos que se poden relacionar.

Na área de Matemáticas:

- OE.1.** Programar, de maneira guiada, a melodía da obra *A saia da Carolina* e a secuencia de movementos da muiñeira no robot, mediante a descomposición de tarefas, a identificación de padróns e a creación de algoritmos sinxelos. (OBX.4)
- OE.2.** Resolver problemas de equivalencias mediante fraccións, evidenciando a presenza das matemáticas na área de Música e Danza. (OBX.5)
- OE.3.** Desenvolver destrezas persoais que axuden a identificar e xestionar emocións, aceptando o erro como parte do proceso de aprendizaxe na programación do robot. (OBX.7)
- OE.4.** Desenvolver destrezas sociais mediante a participación activa en equipos de traballo heteroxéneos, mixtos e diversos con roles asignados, fomentando a creatividade e o traballo cooperativo no proceso de aprendizaxe. (OBX.8)

Na área de Música e Danza:

- OE.1.** Expresar e comunicar ideas, sentimentos e emocións mediante a creación colaborativa dunha peza musical con instrumentos de percusión, empregando as fraccións e as figuras rítmicas. (OBX.4)
- OE.2.** Participar de maneira activa na difusión da peza tradicional *A saia da Carolina*, mediante a interpretación vocal e a execución da danza da muiñeira en interacción cun robot, valorando o proceso creativo, a colaboración e o emprego das novas tecnoloxías como ferramenta artística. (OBX.5)

Contidos

Os contidos que se abordan na proposta didáctica establécense no Decreto 155/2022 [1]. Trabállanse contidos referentes á área de Matemáticas e da área de Música e Danza. Na área de Música e Danza trabállanse:

- › **Bloque 2.** Educación musical: creación e interpretación.

A práctica instrumental, as linguaxes musicais e o silencio.

- › **Bloque 4.** Educación en artes escénicas e performativas: creación e interpretación.

O corpo e as súas posibilidades motrices, as técnicas dancísticas básicas, a expresión corporal e a avaliación de producións.

En relación coa área de Matemáticas, os contidos céntranse en:

- › **O sentido numérico.**

Fraccións: identificación, lectura, escritura e expresión.

- › **O sentido da medida.**

Resolución de problemas con medicións, estimacións e relacións de medidas.

- › **O sentido socioemocional.**

Xogos matemáticos para a motivación, autonomía, estratexias de resolución de problemas e traballo en equipo con actitudes empáticas e colaborativas.

Competencias Clave

As competencias clave aparecen recollidas no Decreto 155/2022 [1], no artigo 8 que se relaciona co perfil de saída do alumnado. Estas competencias vincúlanse cos principais retos e desafíos do século XXI, e deben acadarse ao rematar o ensino básico. Nesta proposta didáctica trabállanse as seguintes competencias:

- › **Competencia matemática e competencia en ciencia, tecnoloxía e enxeñaría (STEM).**

Esta proposta céntrase no desenvolvemento das competencias STEM, integrando de maneira interdisciplinar as matemáticas, as ciencias, a tecnoloxía e a enxeñaría, e incorporando ademais as artes, conformando así un enfoque STEAM. En particular, nesta proposta abordaranse as seguintes áreas: as artes a través da danza e da música; a tecnoloxía mediante o uso de robots; a enxeñaría a través da programación das cancións e dos movementos do robot; e as matemáticas mediante o manexo das fraccións e da medida.

- › **Competencia dixital (CD).**

O alumnado iníciase no desenvolvemento de solucións dixitais sinxelas e sustentables, a través da programación informática por bloques, na plataforma Scratch, para realizar a melodía da obra *A saia da Carolina* e os pasos do baile no robot.

- › **Competencia persoal, social e de aprender a aprender (CPSAA).**

O alumnado traballa por grupos e utiliza estratexias como o ensaio e erro para acadar os seus obxectivos buscando axuda no proceso, tanto entre eles como coa mestra, se é necesaria.

- › **Competencia en conciencia e expresión culturais (CCEC).**

O alumnado expresa ideas, opinións e sentimentos a través da creación dunha peza musical. Ademais, explora de forma creativa distintas linguaxes como o corpo, a voz, o ordenador e o robot, mediante a experimentación artística e cultural da muiñeira coa peza *A saia da Carolina*, favorecendo a participación activa, a valoración desta expresión cultural e a apreciación da cultura galega en particular.

Disciplina	Como se traballa
<i>Technology</i>	A través do uso dos robots e as computadoras.
<i>Engineering</i>	A través da programación dos robots para a realización da danza e a programación da canción coa aplicación de Scratch.
<i>Arts</i>	A través da danza e da música coa interpretación vocal e dancística de <i>A saia da Carolina</i> .
<i>Mathematics</i>	Por medio da interrelación de conceptos da música, facendo especial fincapé nas fraccións a través das figuras musicais e na importancia dun sistema de medida común na magnitude do tempo.

Cadro 1: Disciplinas STEAM implicadas na proposta.

Metodoloxía

O traballo ten como eixe central a realización dun proxecto STEAM, cuxa finalidade consiste na interpretación dancística de *A saia da Carolina* co acompañamento dun robot programado. En consonancia coa metodoloxía empregada, intégranse de maneira interdisciplinar as áreas de tecnoloxía, enxeñaría, artes e matemáticas (cadro 1). Cabe destacar que as siglas STEAM fan referencia a unha metodoloxía que amplía a competencia recollida no currículo como STEM [1]. Como se considera importante a posta en valor das artes, adóptase a devandita metodoloxía na competencia exposta, xa que a unión destas disciplinas xeran unha relación de codependencia [4]. Ademais, grazas á incorporación desta nova materia, intégranse todas as áreas dunha maneira eficaz e motivadora para a aprendizaxe do alumnado, fomentando así a súa creatividade [30].

Na proposta é o alumnado quen marca o ritmo de adquisición do coñecemento, colocándose no papel protagonista do proceso. Neste marco, a docente ten un papel de guía para que o alumnado logre alcanzar o obxectivo final da proposta, a realización conxunta do baile de *A saia da Carolina*, no que participarán tanto o alumnado como os robots programados.

En relación coa dinámica das sesións, estas desenvólvense de forma activa, a través de materiais manipulativos e interactivos, como son as regreas de Cuisinaire, para poder ofrecer unha aprendizaxe significativa e contextualizada. Ademais disto, emprégase a aprendizaxe por proba e erro, buscando o cambio da concepción que ten o alumnado do erro como xerador de castigo, que moitas veces promove o sistema educativo [7], para trasladalo a unha nova concepción onde é concibido como punto de partida para a consecución dos obxectivos. Grazas a esta metodoloxía xeramos prácticas e hábitos de autoaprendizaxe, partindo da aceptación, análise e corrección dos seus erros [31]. A proposta tamén busca traballar de diversas formas: individualmente, en equipo e en gran grupo, realizando as actividades a través do traballo colaborativo para que o alumnado entenda que xuntos aprenden máis. A creación de equipos de traballo é fundamental para poder cultivar no estudantado a capacidade para progresar tanto individualmente como en sociedade [32].

Por último, cómpre destacar que esta proposta se creou tendo especialmente en conta o dominio afectivo do alumnado cara ás matemáticas, debido a que non é moi habitual a preocupación polo eido emocional na práctica docente [17].

Recursos

Os recursos para a realización da intervención son os seguintes:

› Dixitais:

- vídeo en YouTube
- a aplicación mBlock
- a páxina web Scratch.

► **Materiais:**

- Tarxetas con figuras musicais e números, 10 aros, 50 regretas Cuisenaire adaptadas.
- Instrumentos: 14 tambores, un clarinete e unha pandeireta.
- Material escolar básico: folios, pegamento, cartolinas, lapis, bolígrafos e gomas.
- A partitura de *A saia da Carolina* sacada dun vídeo de YouTube [45], encerado, proxector, pantalla dixital, computador, catro tabletas e catro robots programables mBot1.

Actividades e temporalización

A proposta estrutúrase en cinco fases, divididas en oito sesións de 50 minutos. Ao finalizar cada fase, nos últimos 5 minutos, o alumnado completa unha ficha de reflexión emocional como forma de autorregulación e concienciación das súas emocións. Ao longo das diferentes sesións as actividades realizaranse de xeito individual, en parellas, en gran grupo ou por equipos. Grazas a estes agrupamentos traballaranse contidos socioafectivos a través da interacción coas compañeiras e compañeiros [33].

Primeira fase: 1.ª sesión

A aprendizaxe a través do xogo é esencial no estímulo do desenvolvemento emocional, intelectual e social, tendo grande influencia nas estruturas do coñecemento e nas relacións co ambiente [33]. Así, trabállase o ritmo en relación coas figuras musicais e os seus silencios a través dos pulsos. A rítmica musical consiste en proporcións exactas e numéricas, e polo tanto pódense realizar infinitas combinacións de figuras e superposicións destas [34]. Para o traballo do ritmo, o alumnado realiza dúas actividades relacionando o número de pulsos con cada figura e silencio e as respectivas equivalencias.

Na primeira actividade (10 minutos) entrégase a cada persoa unha tarxeta que pode conter unha figura musical ou un número. Despois, explícase que deben atopar a súa parella, é dicir, o número de pulsos que equivale á figura musical mentres estea soando a música, interpretada pola docente. Despois de que todas as parellas estean formadas, compróbase se as correspondencias son correctas e cada parella debe xustificar a súa elección. Posteriormente, débatese en grupo para chegar a unha conclusión conxunta sobre os valores das figuras musicais.

Na segunda actividade (35 minutos), dividida en nove (aproximadamente catro minutos cada unha), colócanse no chan varios aros co obxectivo de que o alumnado sexa capaz de agrupar distintas figuras musicais para establecer equivalencias con outras. Para calcular a equivalencia entre as duracións das diferentes figuras, realízanse operacións matemáticas que as relacionan fraccionalmente: unha branca equivale a media redonda, unha negra a media branca e así sucesivamente, o que implica que unha corchea equivale a un oitavo de redonda. Este sistema de divisións e proporcións inherente ás figuras musicais subliña que o sistema musical se fundamenta en proporcións [35]. Ao comezo de cada rolda, indícase a figura musical que representan e a que representa cada aro; despois móvense ao ritmo da música interpretada pola docente. Cando a música se detén, deben situarse dentro dun aro seguindo as equivalencias correctas. Por exemplo, se entran no aro de redonda e teñen o valor de negras deben agruparse de catro en catro, xa que unha redonda equivale a catro negras. Se a equivalencia non é correcta, a acción non será válida.

Segunda fase: 2.ª e 3.ª sesións

Durante esta fase o alumnado vai traballar coas regretas de Cuisenaire adaptadas. Estas regretas representan diferentes figuras musicais ou silencios; dependendo do valor da figura a regreta será de maior ou menor medida. Por exemplo: unha regreta que representa unha branca vai ter a metade de lonxitude da que represente unha redonda. Esta actividade é unha adaptación da proposta de Liern Carrión [36] na que se traballan as figuras musicais a través das fraccións. O uso das regretas de Cuisenaire para o traballo de fraccións fai que as matemáticas deixen de ser abstractas e se convertan en algo concreto. O alumnado pode manipular eses conceptos matemáticos a través dunha aprendizaxe activa e de descubrimento onde son eles mesmos os que constrúen o seu coñecemento, o que facilita a interiorización dos conceptos e aumenta a súa motivación. Ao realizar esta sesión en equipos, o alumnado ten que chegar a un acordo, explicando o seu razoamento aos demais e podendo así aprender uns dos outros [37].

Nesta fase trabállanse catro actividades que se describen a continuación. Na primeira actividade (cinco minutos), compróbase como mide o alumnado. Repártese ao alumnado unha regreta de cada

medida e pídeselle que as ordenen de maior a menor lonxitude, o que se relaciona coas fases iniciais, percepción e comparación da aprendizaxe da medida [38]. Posteriormente, na segunda actividade (15 minutos) o alumnado busca as equivalencias entre regrestas, organizándoas xerarquicamente: arriba as de maior valor e abaixo as de menor, para poder así extrapolar estas equivalencias ás figuras musicais e aos seus respectivos silencios. Na terceira actividade (cinco minutos) modifícase a unidade de medida habitual que o alumnado ten na música: a negra, co valor dun pulso. Representando o ritmo a través das matemáticas, comparando as figuras musicais e os seus silencios correspondentes con fraccións. A partir desta actividade, a redonda é a unidade de medida común e úsase como referencia para calcular o resto de fraccións. O alumnado realiza diferentes equivalencias para calcular as fraccións das figuras musicais. Por exemplo, se a redonda representa unha unidade, a branca representará 0,5 unidades ou $\frac{1}{2}$ unidade. Finalmente, na última actividade (20 minutos), o alumnado crea e representa, con instrumentos de percusión, a súa propia partitura de catro compases, pegando as figuras que escollan nunha folla, e escribindo por enriba o seu valor equivalente en fraccións. Neste sentido, o alumnado relaciona as ideas abstractas: as fraccións e as figuras musicais, xerando unha comprensión profunda e duradeira [39].

Terceira fase: 4.ª sesión

Na terceira fase, o alumnado achégase á muiñeira a través da interpretación de *A saia da Carolina*. A sesión organízase en tres etapas, co obxectivo de introducir de maneira progresiva os pasos básicos deste baile e a súa posta en escena. Ao integrar a danza tradicional galega e as cancións populares do entorno dos discentes, ponse de relevancia o patrimonio e a cultura galega [40]. Ademais, favorécense a expresión de emocións e a interacción social a través da danza, o que contribúe a un desenvolvemento integral do alumnado [41].

Na primeira etapa, realízase un breve quecemento corporal (cinco minutos) no que o alumnado executa pequenos saltos para activar o corpo. Inicialmente, estes saltos fanse libremente, sen ningún tipo de indicación. A continuación, introdúcese a estrutura rítmica característica da muiñeira, marcando os saltos en grupos de tres. Esta dinámica permite que o alumnado tome conciencia de que a muiñeira se basea nun compás ternario, é dicir, organizado en tres tempos. Na segunda etapa (20 minutos) explícanse os puntos básicos da muiñeira, facendo especial fincapé naqueles que se empregan no baile. Comézase cunha versión simplificada de cada paso, co obxectivo de garantir a inclusión e a participación activa de todo o alumnado. Despois de adquirir a base, introdúcese a versión completa do punto. Os puntos que se traballan nesta etapa son: diante-atrás, picado cara aos lados, picado cara adiante, picado cara atrás, patada-couce, apoio xeonllo, picado cara á esquerda ou dereita e picado con xiro. Na última etapa, o alumnado visualiza o baile de *A saia da Carolina*, interpretado polo Rancho de Mogadouro, na plataforma YouTube [46], para observar a danza. A continuación, realízase un repaso colectivo da estrutura do baile, identificando os distintos pasos que a compoñen e o número de repeticións correspondente a cada un deles. Para rematar, realízase o baile completo mentres a docente interpreta en directo a canción acompañándose da pandeireta.

Cuarta fase: 5.ª e 6.ª sesións

Nesta fase, estruturada en tres etapas, o alumnado traslada os coñecementos musicais adquiridos á linguaxe da programación, mediante a creación da melodía de *A saia da Carolina* na plataforma Scratch. Esta aplicación, caracterizada pola súa facilidade de uso e por non requirir coñecementos previos de programación, resulta moi intuitiva para o alumnado [23]. O seu emprego axuda a desmitificar a programación, facendo que deixe de percibirse como unha actividade difícil e ríxida [42]. A través da programación dunha canción coñecida, o alumnado constrúe coñecementos de forma máis próxima á súa realidade, favorecendo unha aprendizaxe máis significativa e motivadora [43]. Ademais disto, na última etapa, emprégase a aprendizaxe por proba e erro, onde este é concibido como punto de partida para encontrar o tempo da redonda e poder así escoitar a obra ao ritmo orixinal [31].

A primeira etapa (cinco minutos) consiste nunha breve introdución á actividade. Divídese ao alumnado en grupos de tres ou catro persoas e explícase a tarefa a realizar: programar a melodía de *A saia da Carolina* empregando a aplicación de Scratch. Simultaneamente, o alumnado accede á páxina web dende os seus ordenadores e inicia un novo proxecto. Na segunda etapa (20 minutos) créanse os bloques das notas e das figuras musicais. Realízase unha demostración guiada no ordenador que estea conectado ao proxector, programando unha nota musical. Repítese dúas veces, detallando o paso a paso de como crear o bloque, seleccionar o son axeitado e integralo no proxecto. Despois de finalizar a explicación, recóllese no encerado o paso a paso utilizado para crear cada bloque, de maneira que

o alumnado poida empregalo como guía para crear o resto das notas da melodía. Realízase o mesmo procedemento (explicación, repetición e paso a paso no encerado) para a programación das figuras musicais que aparecen na obra. Cada grupo debe decidir o tempo que asigna á redonda no seu proxecto, xa que esta é a unidade de medida a partir da cal se establecen as duracións das demais figuras musicais. Na terceira etapa (20 minutos) o alumnado debe programar os primeiros tres compases da canción. Ao finalizar, selecciónase un ordenador por grupo e execútase a peza de forma simultánea. Durante esta execución, o alumnado escoita que a melodía soa a diferentes ritmos en cada ordenador. Isto dá pé a unha reflexión conxunta do motivo desta situación, onde se fala da importancia de establecer unha unidade de medida común, neste caso no valor asignado á redonda. O alumnado ten que acordar o tempo que lle asigna á redonda, realizando varias probas con diferentes tempos ata encontrar o que máis se axuste. Finalmente, o alumnado remata a programación da melodía e reproducése en alto.

Quinta fase: 7.^a e 8.^a sesións

Na última fase, o alumnado debe programar os robots mBot1 para que bailen con eles *A saia da Carolina*. O alumnado emprega as tablets e programa os robots coa aplicación mBlock; esta aplicación ten o mesmo funcionamento que Scratch. O emprego dos robots a través da danza favorece a motivación e o desenvolvemento integral do alumnado, mellorando competencias cognitivas, emocionais e físicas [44]. O alumnado programa por proba e erro a través da experimentación coa aplicación mBlock no robot, onde esta é concibida como punto de partida para lograr a realización do baile [31].

Na primeira etapa (cinco minutos), comézase cunha breve explicación da tarefa. Divídese ao alumnado nos mesmos grupos da sesión anterior (tres ou catro persoas por grupo) e asígnaselles un fragmento do baile que deben traducir aos movementos do robot. Os puntos son: picado cara aos lados, picado cara adiante, picado cara atrás, picado cara á esquerda ou dereita e picado con xiro. Explícase que deben adaptar o baile ás limitacións de movemento do robot. Na segunda etapa (30 minutos), cada grupo comeza a programar a coreografía do seu robot. A docente actúa como guía, mais é o propio alumnado quen, mediante proba e erro, determina o movemento, o tempo e a potencia que debe realizar o robot para representar o punto. Despois de rematar a súa programación, cada grupo explica o procedemento que seguiu, as decisións tomadas e as instrucións que o resto dos grupos deben seguir para programar ese punto nos seus robots. Na terceira etapa (10 minutos), realízase o baile de *A saia da Carolina* e o alumnado é acompañado polos robots. Despois da primeira execución, realízanse pequenos axustes para corrixir erros de tempo, movemento ou sincronización que se detectan, e repítese unha última vez para obter unha posta en escena final máis coordinada e precisa.

Avaliación do alumnado

No Decreto 155/2022 recóllese no capítulo IV, no artigo 21 [1], como debe ser a avaliación tanto do alumnado como da proposta.

En relación coa avaliación do alumnado, esta debe ser global, continua e formativa, tendo en conta o grao de desenvolvemento das competencias clave e o seu progreso no conxunto dos procesos de aprendizaxe [1]. Para a avaliación continua do alumnado faise uso dunha rúbrica de observación a través da observación directa e dos rexistros de cada sesión. Esta rúbrica avalía diferentes contidos da área de Música e Danza e da área de Matemáticas: a linguaxe musical e artística, as conexións entre a música e as matemáticas, a expresión e produción musical, o emprego de ferramentas tecnolóxicas e a participación e actitude. A rúbrica baséase na adaptación dos criterios de avaliación establecidos no Decreto 155/2022 [1], estruturados segundo tres niveis de logro: mal, a mellorar e ben.

Avaliación da proposta

Para avaliar a proposta, o alumnado cubre unha diana de avaliación ao finalizar cada sesión. Os aspectos que se avalían son: o nivel de dificultade da sesión, o nivel de implicación no grupo e o nivel de aprendizaxe. Isto complétase cunha reflexión continua en cada sesión a través dun diario de aula. O anterior resulta nunha análise da posta en práctica da intervención e das tarefas realizadas, en relación co proceso de aprendizaxe do alumnado e os obxectivos, contidos, criterios de avaliación e competencias do Decreto 155/2022 [1].

Conclusións

Este artigo presenta unha proposta didáctica baseada na metodoloxía STEAM, dirixida a un grupo de estudantes de 5.º de Educación Primaria dun colexio público. Esta integra a área de Música e Danza coa área de Matemáticas, abordando contidos relacionados coas fraccións, as figuras musicais, a programación e a robótica. O traballo inclúe unha revisión bibliográfica que serve de soporte teórico e metodolóxico, para xustificar o deseño das actividades e o seu foco cara a unha aprendizaxe significativa e holística. Ademais, e seguindo os traballos presentes na literatura, a proposta pretende ter un efecto positivo no dominio afectivo do alumnado en relación coas matemáticas, mellorando o seu gusto e relación con elas. Así, poderase comprobar a relación intrínseca entre as matemáticas e a música a través dunha metodoloxía STEAM.

As actividades deseñadas con esta metodoloxía, a través do traballo interdisciplinar entre as áreas de Matemáticas e Música e Danza, permitirán a adquisición dos obxectivos, competencias e contidos propostos, ao mesmo tempo que mellorarán a motivación e o interese do alumnado.

Ademais, esta proposta podería ampliarse tanto a nivel de contidos, integrando, por exemplo, conceptos de xeometría a través da danza (xiros, translacións, simetrías...), como involucrando outras áreas de coñecemento como a Lingua e Literatura Galega coa creación de letras para as composicións musicais ou adaptación das letras á actualidade.

Finalmente, cómpre destacar que este tipo de propostas contribúe a mellorar o proceso de ensino-aprendizaxe do alumnado, ao mesmo tempo que pode servir para as e os docentes como modelo ou base para o deseño de intervencións educativas futuras, sempre na procura dunha aprendizaxe significativa e do benestar integral do alumnado.

Referencias bibliográficas

- [1] Decreto 155/2022, de 15 de setembro, polo que se establecen a ordenación e o currículo da Educación Primaria na Comunidade Autónoma de Galicia. *Diario Oficial de Galicia*, 183, de 26 de setembro de 2022, pp. 49595-50009. Dispoñible [nesta ligazón](#)
- [2] Casals Ibáñez, A., Carrillo Aguilera, C. e C. González Martín (2014): “La música también cuenta: Combinando matemáticas y música en el aula”, *Electronic Journal of Music in Education*, 34, pp. 1–17.
- [3] Gouzouasis, P., Guhn, M. e N. Kishor (2007): “The predictive relationship between achievement and participation in music and achievement in core grade 12 academic subjects”, *Music Education Research*, 9(1), pp. 81–92. Dispoñible en: <http://dx.doi.org/10.1080/14613800601127569>
- [4] Yakman, G. (2008): *STEAM education: An overview of creating a model of integrative education*. Dispoñible [nesta ligazón](#)
- [5] Vanegas Ibáñez, N. C., Valbuena Duarte, S. e J. D. Berrío Valbuena (2024): “Matemática escolar digital e interactiva”, *Rastros Rostros*, 26(2), pp. 1–16. Dispoñible en: <https://doi.org/10.16925/2382-4921.2024.02.03>
- [6] Cáceres-Mesa, M. L., Pelcastre-Benítez, Y., García-Robelo, O. e M. G. González-Esquivel (2025): “Las estrategias didácticas del docente y su relación con el aprendizaje significativo en matemáticas”, *Revista Mexicana de Investigación e Intervención Educativa*, 4(S1), pp. 124–134. Dispoñible en: <https://doi.org/10.62697/rmiie.v4iS1.155>
- [7] Eccius-Wellmann, C. C. e A. G. Lara-Barragán (2016): “Hacia un perfil de ansiedad matemática en estudiantes de nivel superior”, *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 7(18), pp. 109–129. Dispoñible en: <https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2016.18.179>
- [8] Gamboa Araya, R. (2014): “Relación entre la dimensión afectiva y el aprendizaje de las matemáticas”, *Revista Electrónica Educare*, 18(2), pp. 117–139. Dispoñible en: <https://doi.org/10.15359/ree.18-2.6>
- [9] Alemany Arrebola, I. e A. I. Lara Castaño (2010): “Las actitudes hacia las matemáticas en el alumnado de ESO: Un instrumento para su medición”, *Publicaciones: Facultad De Educación Y*

- Humanidades Del Campus De Melilla*, 40, pp. 49–71. Disponible en: <http://hdl.handle.net/10481/24720>
- [10] Molera Botella, J. (2012): “¿Existe relación en la educación primaria entre los factores afectivos en las matemáticas y el rendimiento académico?”, *ESE: Estudios Sobre Educación.*, 23, pp. 141–155. Disponible en: <https://doi.org/10.15581/004.23.2054>
 - [11] Gómez Chacón, I. M. (2000): *Matemática emocional: Los afectos en el aprendizaje matemático*, Madrid, Narcea.
 - [12] McLeod, D. B. (1989): “Beliefs, attitudes, and emotions: New views of affect in mathematics education”, en D. B. McLeod e V. M. Adams, eds., *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*, Nova York, Springer, pp. 245–258. Disponible en: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3614-6_17
 - [13] McLeod, D. B. (1992): “Research on affect in mathematics education: A reconceptualization”, en D. A. Grows, ed., *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Nova York, Macmillan Publishing Company, pp. 575–596.
 - [14] Muñoz Cantero, J. M. e D. Mato Vázquez (2006): “Diseño y validación en un cuestionario para medir las actitudes hacia las matemáticas en alumnos de ESO”, *Revista Galego-Portuguesa de Psicoloxía e Educación: Revista de Estudos e Investigación en Psicoloxía y Educación*, 13, pp. 413–424.
 - [15] Gil Ignacio, N., Blanco Nieto, L. J. e E. J. Guerrero Barona (2006): “El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas”, *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 4(8), pp. 48–74.
 - [16] Prada Núñez, R., Mariño, L. F. e C. A. Hernández Suárez (2021): “Transición de la educación primaria a la secundaria. Una mirada desde el dominio afectivo hacia las matemáticas”, *Boletín Redipe*, 10(12), pp. 385–403. Disponible en: <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i12.1597>
 - [17] Marcos Sánchez, R., Manzanal Martínez, A. I. e C. Gallego Domínguez (2023): “Las competencias socioemocionales y la gestión del aula del profesorado de Educación Secundaria, Bachillerato y Formación Profesional”, *Profesorado: Revista de Curriculum y Formación del Profesorado*, 27(2), pp. 287–307. Disponible en: <https://doi.org/10.30827/profesorado.v27i2.21467>
 - [18] English, L. D. (2016): “STEM education K-12: Perspectives on integration”, *International Journal of STEM Education*, 3, pp. 1–8. Disponible en: <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0036-1>
 - [19] Sánchez Alarcón, G. (2023): *Implementación de la metodología STEAM en educación infantil para su introducción en el aprendizaje a través de las TIC*, Trabajo Fin de Mestrado, Universitat Oberta de Catalunya, Albacete. Disponible [nesta ligazón](#)
 - [20] Urgiles Rodríguez, B. E., Tixi Gallegos, K. G. e M. E. Allauca Peñafiel (2022): “Metodología STEAM en ambientes académicos”, *Dominio De Las Ciencias*, 8(1), pp. 41.
 - [21] Hernandez, R. M. (2017): “Impacto de las TIC en la educación: Retos y perspectivas”, *Propósitos Y Representaciones*, 5(1), pp. 325–347. Disponible en: <http://orcid.org/0000-0003-1263-2454>
 - [22] Ayala Aragón, O.R. (2012): “Las tecnologías de información y comunicación como recursos educativos en la formación para el ejercicio ciudadano”, *Integra Educativa*, 2, pp. 105–118.
 - [23] López Escribano, C. e R. Sánchez-Montoya (2012): “Scratch y necesidades educativas especiales: Programación para todos”, *Revista De Educación a Distancia (RED)*, 34. Disponible en: <https://www.um.es/ead/red/34/scratch.pdf>
 - [24] Gutiérrez Rodríguez, Á. (2022): “Scratch: Herramienta para el aula de clase”, en Á. Gutiérrez Rodríguez et al., eds., *Las tecnologías de la información y la comunicación en el contexto educativo Pedagogía, prácticas y experiencias*, Bogotá, Corporación Universitaria Minuto de Dios, pp. 77–100. Disponible en: <https://doi.org/10.26620/uniminuto/978-958-763-565-2>

- [25] García Perales, R., Palomares Ruiz, A., Martín García, M. I. e E. López Parra (2022): “Funcionalidad de la inclusión de la educación en programación en la etapa de educación primaria”, en E. Elena Aveleyra e M. A. Proyetti Martino, eds., *Escenarios y recursos para la enseñanza con tecnología: desafíos y retos*, Barcelona, Octaedro, pp. 997–1005. Disponible en: <https://doi.org/10.36006/16361>
- [26] Mall, P., Spychiger, M., Vogel, R. e J. Zerlik (2016): *European music portfolio (EMP) - Maths: 'Sounding ways into mathematics': Teacher's handbook*, Frankfurt Am Main, Frankfurt University of Music and Performing Arts. Disponible en: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hebis:30:3-418297>
- [27] Peralta Coronado, J. (2011): “Modelos matemáticos del sistema de afinación pitagórico y algunos de sus derivados: Propuesta para el aula”, *Educación Matemática*, 23(3), pp. 67–90. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40521124004>
- [28] Bautista Jiménez, E. Y. (2024): “El poder de la música y las matemáticas en la educación infantil: Más que simples números y notas”, *Dialéctica*, 2(24). Disponible en: <https://doi.org/10.56219/dialectica.v2i24.3500>
- [29] Fauvel, J., Flood, R. e R. J. Wilson (2006): *Music and mathematics: From pythagoras to fractals*, Oxford, Oxford University Press.
- [30] Henriksen, D. (2014): “Full STEAM ahead: Creativity in excellent STEM teaching practices”, *The STEAM Journal*, 1(2), artigo 15. Disponible en: <https://doi.org/10.5642/steam.20140102.15>
- [31] Guerrero Benavides, J. I., Castillo Molina, E. J. S., Chamorro Quiroz, H. G. e G. Isaza de Gil (2013): “El error como oportunidad de aprendizaje desde la diversidad en las prácticas evaluativas”, *Plumilla Educativa*, 12(2), pp. 361–381. Disponible en: <https://doi.org/10.30554/plumillaedu.12.388.2013>
- [32] Santandreu Mayol, A. e J. R. Gamo (2023): “Los elementos esenciales de la educación, una mirada humanística de la neuroeducación”, *Journal of Neuroeducation*, 4(1), pp. 145–147. Disponible en: <https://doi.org/10.1344/joned.v4i1.42979>
- [33] Chao-Fernández, R., Mato Vázquez, D. A. e A. Chao (2015): “Actividades interdisciplinares de matemáticas y música para educación infantil”, *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación*, extra 6, pp. 32–36. Disponible en: <https://doi.org/10.17979/REIPE.2015.0.06.123>
- [34] Spang, K. (1983): *Ritmo y versificación: Teoría y práctica del análisis métrico y rítmico*, Murcia, Universidad.
- [35] Martínez Cerdá, J. F. (2016): “La música y las matemáticas: Generando las notas musicales”, *Aularia: Revista Digital De Comunicación*, 5(1), pp. 29–32.
- [36] Liern Carrión, V. (2011): “Música y matemáticas en educación primaria”, *Suma*, 66, pp. 107–112.
- [37] Aguilera Quevedo, M. e S. E. Rodríguez Castañeda (2017): *Uso de las regletas de cuisenaire para el aprendizaje de las fracciones*, Trabajo Fin de Grao, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá. Disponible en: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/150>
- [38] Figueroa Sestelo, R., González Sequeiros, P. e D. Rodríguez Vivero (2015): “Laboratorio de aprendizaje de la medida en la formación de maestros”, en *17.ª Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*, Cartagena, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).
- [39] Ausubel, D. (1983): “Teoría del aprendizaje significativo”, *Fascículos de CEIF*, 1, pp. 1–10.
- [40] López Fernández, C. (2022): “Roles de género en la música tradicional gallega: De la tradición a la actualidad: Análisis y posibilidades didácticas”, *Human Review: International Humanities Review / Revista Internacional De Humanidades*, 14(3), pp. 1–8. Disponible en: <https://doi.org/10.37467/REVHUMAN.V11.4122>

- [41] Saiz Colomina, P., Giménez Meseguer, J., García Martínez, S. e A. Ferriz Valero (2021): “Beneficios de la danza sobre las habilidades sociales y emocionales en educación física en la etapa de educación primaria. Un análisis cualitativo”, *Transformar*, 2(4), pp. 35–46. Disponible [nesta ligazón](#)
- [42] Freitas de Torres, L. (2023): “Las TIC en la educación musical: Una propuesta de herramientas digitales para la enseñanza-aprendizaje de la música”, *Dedica. Revista de Educação e Humanidades*, 21, pp. 1–28. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.30827/dreh.vi21.24626>
- [43] Lavy, I. (2019): “Enjoyable learning of programming via music”, en *11th International Conference on Education and New Learning Technologies*, actas de EDULEARN19, Palma, IATED Academy, pp. 912–922.
- [44] de las Heras Fernández, R. e P. Cisneros Álvarez (2021): “La tecnología y la educación en danza: una revisión bibliográfica en WOS (2011-2021)”, *Etic@net: Revista Científica Electrónica de Educación y Comunicación en la Sociedad del Conocimiento*, 21(1), pp. 193–213. Disponible en: <https://doi.org/10.30827/eticanet.v21i1.18424>

Referencias en liña

- [45] YouTube: Aprende música con Pablo. Disponible en: <https://youtu.be/-vSR8Fy4TKY>
- [46] YouTube: O baile *A saia da Carolina*, interpretado polo Rancho de Mogadouro. Disponible en: <https://youtu.be/3IHozhD-7HM>

Claudia Comesaña González

Mestra de Educación Primaria

<claudia.comesana.gonzalez@gmail.com>

Gonzalo Castiñeira Veiga

Departamento de Didácticas Aplicadas, Facultade de Ciencias da Educación (Campus Norte), USC

<gonzalo.castineira.veiga@usc.es>

Jorge Albella Martínez

Departamento de Didácticas Aplicadas, Facultade de Ciencias da Educación (Campus Norte), USC

<jorge.albella@usc.es>

How do we learn maths?

ANTÍA PEDROSA MARIÑO
LAURA SÁNCHEZ FERNÁNDEZ

Este artigo reflexiona sobre a experiencia de aprender e ensinar matemáticas nun contexto moi diferente ao galego, en Canadá. A partir da vivencia persoal como profesora visitante e do testemuño dunha alumna galega nese mesmo sistema, explóranse as diferenzas culturais, organizativas e pedagóxicas que afectan á transmisión do coñecemento matemático e o desenvolvemento das competencias básicas. Abórdase a cuestión da flexibilidade profesional, a adaptación ás linguas de ensino, a sobrecarga docente e a organización das materias, así como a avaliación e o enfoque competencial. Finalmente, analiza unha experiencia de formación en *Thinking Classroom*, unha metodoloxía innovadora para crear aulas activas que promoven o pensamento matemático profundo. O presente texto pon en valor o diálogo entre diferentes perspectivas e a importancia de cuestionar o sentido da aprendizaxe nunha educación matemática de calidade.

Palabras chave: Matemáticas, educación bilingüe, profesorado visitante, sistema educativo canadense, competencias, Thinking Classroom, aprendizaxe matemática

HOW DO WE LEARN MATHS?

This article reflects on the experience of learning and teaching mathematics in a context very different from Galicia, in Canada. Based on personal experience as a visiting teacher and the testimony of a Galician student in the same system, it explores the cultural, organizational, and pedagogical differences that affect the transmission of mathematical knowledge and the development of core competencies. Issues such as professional flexibility, adaptation to languages of instruction, teacher workload, subject organization, assessment, and competency-based approaches are discussed. Finally, the article analyzes a training experience in the Thinking Classroom methodology, an innovative approach to creating active classrooms that promote deep mathematical thinking. The text highlights the value of dialogue between different perspectives and the importance of questioning the purpose of learning in quality mathematics education.

Keywords: Mathematics, bilingual education, visiting teacher, Canadian educational system, competencies, Thinking Classroom, mathematical learning

Así comezaba a carta de presentación coa que, en decembro de 2023, me presentei ao programa de profesorado visitante do Ministerio de Educación para Canadá [3]. Naquel momento era só unha frase que buscaba expresar a miña curiosidade profesional, pero aquel curso en Calgary ensinárame que algo que para min resulta tan básico, a necesidade de pensar sobre como aprendemos matemáticas, non o é en sistemas educativos. Alí incluso chegaron a considerar o meu empeño en presentarme como profesora de matemáticas, e non simplemente como profesora, coma unha limitación.

Antes de continuar quero facer unha breve aclaración: todo o que vou contar é no contexto de Calgary, na provincia de Alberta, nos centros bilingües da cidade. É un contexto moi concreto, Canadá é un país moi grande e pode haber realidades educativas moi diferentes. Aclarado isto, comezo.

O comezo

O proceso comezou con moita ilusión. Cando me comunicaron que me contrataban, non puideron evitar pensar que aquela oportunidade tería un claro sentido profesional. Co paso do tempo acabaría comprendendo que, en Alberta, o concepto de «ser profesora de matemáticas» non significa o mesmo que en Galicia. O que para nós é unha especialidade, alí redúcese a unha simple etiqueta, porque o profesorado é, ante todo, un *teacher*, e punto. Non é un matiz menor: traballar nun sistema no que a materia ou nivel que impartes parece ter pouca relevancia fronte á capacidade de adaptarte a calquera aula foi un dos primeiros choques culturais e profesionais.

O tipo de contrato que nos fan alí é un tanto peculiar, a verdade é que na entrevista deixan entrever algo, pero no meu caso, con todo o entusiasmo nas matemáticas que mostrei e o interese por agradar que teñen os canadenses, non se me comunicaron as cousas de xeito claro. A realidade é que nos contrataban como profesorado substituto, temos asignado un centro, un *home school*, pero non é porque sexamos profes dese centro, é porque alí tiñamos que ir nos días non lectivos ou cando non houbera substitución para cubrir nalgún dos colexios públicos bilingües en español da cidade. Se acabas tendo praza é porque pode aparecer algunha praza de máis tempo por unha substitución longa nalgún destes centros, non porque ti teñas praza nun centro.

Na miña cabeza imaxinei que ía poder observar como traballaba o profesorado canadense, pero a realidade é que ser profesor substituto é unha combinación entre facer gardas e estar nas listas de substitucións. Cada día, porque si, vai por días, pode tocarche nun centro diferente dunha cidade inmensa. Ademais, como para eles as especialidades de nivel ou materia non existen (en teoría), un profesor pode substituír un día (ou cubrir unha baixa de meses) en infantil ou en grao 12, o equivalente ao noso 2.º de bacharelato, con total normalidade, mesmo dando ética ou carpintería. Cando unha vez alí fun consciente disto comezaron as primeiras dúbidas sobre o sentido do sistema, pero mantiven o espírito positivo: aprender tamén pasa por adaptarse e participar.

O distrito no que fun contratada era o Calgary Board of Education (CBE), encargado das escolas públicas da cidade. Entre elas están as chamadas ISA, International Spanish Academies, centros recoñecidos polo goberno de España e que ofrecen ensinanza bilingüe en español, eses son os centros nos que o profesorado visitante traballamos.

O meu *home school* era un *middle school*. En Canadá, a estrutura educativa organízase en tres niveis: *elementary*, que vai dende infantil ata 5.º ou 6.º de primaria dependendo do centro; *middle*, que abrangue aproximadamente de 6.º de primaria ou 1.º da ESO a 3.º da ESO; e *high school*, correspondente a 4.º da ESO e bacharelato.

Durante os primeiros días en Calgary seguí atrapada no proceso de papeleo, o que impedía asumir aínda responsabilidades docentes plenas. No meu centro de referencia permitíronme entrar nas clases doutros docentes para observar, e eu, coa miña idea clara de aproveitar ao máximo a experiencia, entrei nas aulas de matemáticas. Aproveitei ese tempo para observar clases de todo tipo. Vin profesores de matemáticas excelentes, outros que o facían de modo distinto ao que eu faría pero cun propósito claro e unha visión ampla das matemáticas, e tamén algúns que, sinceramente, me custou non interromper para corrixir erros ou aclarar explicacións que se complicaban tanto que facían imposible o entendemento do alumnado, porque nin eu era quen de seguilas. Co paso do tempo descubrín que moitos deses docentes eran magníficos profesores de ciencias, pero non de matemáticas, o cal tamén explicaba moitas cousas.

O meu empeño en visitar só clases de matemáticas resultaba molesto e estraño para algunha xente, pero sinceramente non podía entender que me levaran a impartir materias das que eu non mostrara nin coñecemento nin interese. Pero non todo son críticas, hai cousas que creo que poderíamos darlle unha pensada, por exemplo en *middle school* o alumnado ten cada día inglés, español, matemáticas, ciencias, ciencias sociais e educación física, ademais dunha hora para música, plástica ou optativas. Non cheguei a ningunha conclusión aínda, pero ás veces o número desproporcionado de materias que temos nós en algúns niveis non o vexo como algo positivo en alumnado que está nunha transición. Máis cousas sobre os *middle school*, xa non tan positivas: o profesorado ten 30 sesións lectivas semanais e só unha sesión ao día chamada de preparación, como se en 45 minutos se puidesen preparar seis clases diferentes. Os xefes de departamento dispoñen de dúas. Ese ritmo intensísimo fai que o cansazo e a frustración sexan parte da rutina.

Por iso, ante a típica frase de «alí traballan máis», respondo «alí traballan peor». Non polo compromiso do profesorado, que é como aquí, senón porque o propio sistema forza un rendemento continuo e ineficiente. Preparar unha sesión de matemáticas lévame habitualmente certo tempo; preparar unha de español ou inglés, o triplo. Iso non é traballar máis, é traballar sen sentido. E o máis grave é que iso ten consecuencias visibles no ensino.

Volvendo ao meu periplo, cando por fin soluciónei todo o papeleo, comecei as substitucións. Pasei por aulas moi distintas: un día cubrín plástica, outro carpintería, incluso educación física. Inda que aquí facemos gardas de profes varios, non é o mesmo, alí é unha mistura entre garda e ser un interino ao que chaman para cubrir a un docente: non é o teu alumnado pero tes que dar a clase do que estás a cubrir. Para dar esa clase habitualmente o profesorado deixa preparado un *lesson plan* co que tes que facer e explicar. Tamén tiven ocasión de ir a un colexio de primaria, a un 5.º curso con máis de trinta alumnos pero con dúas profesoras á vez, algo que me resultou especialmente interesante, porque estou moi interesada na codocencia, pero como só estiven un día nese centro, tampouco o puider explorar moito, así que non podo achegar moitas conclusións.

Tras dúas semanas de periplo, por fin me ofreceron unha praza. Mais... que praza! Preguntei varias veces se estaban seguros, porque non o vía claro, pero era iso ou seguir facendo gardas sesión tras sesión, día tras día. Ademais, era no meu propio *home school*, e temía que, de rexeitala, me puxesen unha cruz e perdesse a posibilidade de obter outra. Alí para as prazas contrátante as direccións do centro, cargos que están profesionalizados, e non vou abrir ese melón, pero na miña experiencia non o vin como algo positivo.

Era unha praza para todo o curso, porque chegaron uns cartos extra ao centro e con eses cartos decidiron reducir a ratio de alumnado de grao 6, para facerlles máis fácil a transición. Así, dos 5 grupos que había, quitaban 5 de cada grupo e pasaba a haber 6 grupos de 25, máis ou menos, (si, botáchedes ben as contas, as ratios habituais son de 30 por grupo máis ou menos, nada idílico). Iso si, para non alterar horarios, tocoulle dar de todo. Así foi como, a comezos de outubro, comecei como profesora titora dun grao 6 (6.º de primaria) nun *middle school*. Ensinaba inglés, español, matemáticas, ciencias naturais e ciencias sociais (figura 1); a piques estiven tamén de impartir educación física, aínda que un cambio de última hora fixo que finalmente tivese outro grupo de español no meu horario.



Figura 1: Horario da miña titoría, os venres saen antes por iso outra columna marcando horas. Os luns e os mércores eran día 1, os martes e os xoves día 2 e os venres íamos alternando.

Ser profe en Canadá

A verdade é que a oferta daquela praza fíxome sentir completamente fóra de lugar. Eu, explicando inglés a alumnado de Canadá... se nunca fun de idiomas! Resultaba absurdo ter que falarlles de figuras literarias dunha lingua que non domino.

Recoñezo que pasei o ano improvisando as clases de matemáticas. Non as preparei, xa que pasaba o tempo preparando cousas que non dominaba e preparalas requiría máis tempo do habitual: non só por preparar os contidos, senón por tratar de atopar conexións coa realidade do alumnado e transformar cada sesión en algo significativo para todo o mundo, incluída para min como docente que non se especializa nin en lingüística nin en ciencia experimental. Moitas veces preguntábame se de verdade aquilo era pedagogía ou auténtico malabarismo, porque buscar recursos para explicar temas nos que nunca me formara era, cando menos, extenuante.

E se cadra, isto foi o que máis me fixo reflexionar: que mentres que institucionalmente me trataban de vender a adaptación como virtude, a realidade é que é sinónimo de precariedade. Non se trata de

cuestionar a capacidade do profesorado, senón de remarcar que a versatilidade extrema que se esixe no sistema pode estar máis próxima á improvisación que á profesionalidade.

Seguindo co despropósito, vou comentar un tema, que inda que se vai do foco do falado ata agora, penso que é relevante mencionar, porque penso que estamos a levar unha deriva nesa dirección aquí e é un camiño que non queremos seguir. O sistema educativo alí é un sistema clientelar no que as familias son os clientes a contentar, e iso pesa máis que educar con profesionalidade. Inda que traballaba na educación pública, alí as familias teñen un papel activo poñendo cartos, organizando recollidas de fondos; incluso pasa o das pelis de que colocan placas recordatorias nas instalacións pola financiación dunha pista de baloncesto, por exemplo. Esta realidade convértenos en peóns dun sistema onde o sorriso está por enriba do coñecemento.

Cando finalmente recibín a praza, escribín ás familias presentándome cun correo no que expresaba todo o que sentía: a ilusión por traballar cos seus fillos e fillas. Recibín moitos parabéns, pero chegou o día no que tiven que redactar un correo menos amable. Xa sabía que, aínda que un alumno se porte mal habitualmente, non faga a tarefa e sexa disruptivo, non podo dicirlllo á familia dese xeito. Así que dediquei tres parágrafos para expresar algo que en España resolvería con dúas liñas (de xeito profesional e con respecto, pero sendo clara): comecei destacando as virtudes do alumno, falando do seu interese pola aprendizaxe (inda que tras un mes de clase seguira sen material), e de que era un bo rapaz (inda que non tiña base para afirmalo). Logo, comentei que quizais estaba a perder o foco nas expectativas, pero de xeito suave, suxerindo que iso era máis culpa de factores alleos que do propio alumno (porque alí o alumnado non ten culpa de nada). Rematei reforzando o valor do alumno e a satisfacción de telo na clase.

Recibín unha resposta airada. Quedeí atónita. Fun falar con unha compañeira, que leu os dous correos e díxome simplemente «claro, fuches demasiado directa». Directa? Miña nai, nunca tan pouco directa fun cunha familia. Sorprendida, preguntei que debía facer, e ela recomendoume usar ChatGPT para redactar os correos ás familias. Así o fixen e o resultado foron textos onde o rapaz aparecía como un futuro Nobel da Paz e da Ciencia. Dende entón, usei esas máquinas para comunicarme coas familias, o que, a pesar de evitarme problemas, me produce unha tristeza profunda. Á fin e ao cabo, estaban a substituír a persoa coa que tivera aquel primeiro contacto tan humano e, segundo dixeran, auténtico que lles parecera marabilloso, por unha máquina cun discurso milleiros de veces máis florido pero sen alma. Resultou ser mellor renunciar a comunicarnos como persoas adultas.

De tantas anécdotas que teño coas familias, podería escribir eu soa unha revista, pero volvamos ao tema. Docente de Matemáticas en Canadá.

Eramos tres as persoas que dabamos matemáticas en grao 6. Recordo a primeira reunión para tratar de coordinarnos. Tiñamos que dar divisibilidade, o mesmo tema que se dá aquí en 1.º de ESO pero sen dar mínimo común múltiplo e máximo común divisor. Quedo algo sorprendida pero dixeran «vale», inda que ese vale duroume nada. A miña compañeira con máis experiencia seguiu falando, pero eu non escoitaba, a miña cabeza estaba procesando... pregunto «perdón, díxeches que non damos mcm? Pero imos dar suma de fraccións logo, non?», responde que si sen entender a onde quero ir. Pregunto entón «pero só sumamos e restamos co mesmo denominador?» e dime «non, calquera denominador». Ajá... E non vemos un problema? Non, ningunha das miñas compañeiras vía que non explicar o mcm tiña consecuencias en como explicabamos a suma de fraccións. Podo culpalas? Non, eu estaba tratando de averiguar as consecuencias que tiña saltar en español explicar excepcións dos plurais en exercicios futuros.

E isto era só un exemplo da desorde que atopaba en máis aspectos da materia, pero non quero entretervos con mil anécdotas. O fondo da cuestión é como o profesorado pode ensinar a pensar cando é o profesorado o que non entende o valor da ferramenta? Nun marco de aprendizaxe competencial, os contidos deberían ser ferramentas para alcanzar esa aprendizaxe profunda, pero, como se desenvolven competencias se o alumnado nunca aprende a usar as ferramentas de xeito eficiente? E o erro xa vén do principio: dar matemáticas nunha lingua que os estudantes non dominan. Sinceramente pensaba que o alumnado dominaría mellor a lingua española, posto que son ISA, levan un nome do ministerio, na miña cabeza interpretei algo así como os centros de titularidade española no estranxeiro, pero a realidade é que non, o seu dominio do español é igual ou menor que o dominio do inglés do noso alumnado de sexto. Ao chegar preguntei por que as matemáticas en español? A resposta foi que total para as palabras que se usan en matemáticas... Quedeí un pouco sorprendida a verdade, porque

non son as palabras, é a complexidade do pensamento. Razoar, facernos preguntas, achegar ideas é o que precisamos cando resolvemos problemas, para iso precísanse máis que unhas poucas palabras.

Outra pista de que nas matemáticas o peso competencial é escaso, a pesar do que diga o papel, como pasa aquí, foron os *report cards*, que son os boletíns de notas. Vou primeiro a falar do positivo destes boletíns. Para os *middle school*, é dicir, a ESO ou ata 3.º da ESO: envíanse notas dúas veces ao ano, en xaneiro e en xuño, non existe unha nota xeral da materia, senón que as notas van por ítems da materia, as notas inda que son numéricas son 1, 2, 3 e 4, non teñen valor numérico real, é como un moi ben, ben, regular, mal. O de reducir o número de veces, o de valorar diferentes ítems e o de non poñer a nota numérica, perfecto. Agora as cousas non tan boas, que son dúas ideas que podían ser boas e tornaron malas. A primeira é que en teoría hai unha avaliación formativa, pero é unha cousa que acaba sen ter sentido, convértese nunha burocracia máis con comentarios bastante estandarizados que non achegan nada e só dan traballo. E o outro é a metedura de pata cos ítems de matemáticas, mentres que en todas as outras materias tiñan unha intención competencial, en matemáticas había dúas notas, unha para a aritmética, padróns e álgebra e outra para medida, xeometría e estatística, a única materia na que nos ítems campos de coñecemento era Matemáticas, nin en Linguas falan de gramática ou sintaxe, nin en Ciencias Naturais ou Sociais falan de bioloxía, física, historia, xeografía... Falan de desenvolver habilidades para a indagación, a resolución de problemas ou a comunicación. Por que as outras materias son quen de facelo e matemáticas non? Non teño resposta baseada en evidencias para isto, penso que o explicado previamente xa mostra síntomas dun sistema que parece non entender que é a competencia matemática.



Figura 2: Portada do podcast As do Casares en Canadá.

Ser alumna en Canadá

Ata o de agora é a miña percepción, quizais sempre moi crítica coa ensinanza das matemáticas. Tiven a sorte de compartir ano no estranxeiro cunha alumna miña. Ela tamén estaba en Canadá cursando grao 11 (o noso 1.º de bacharelato) polo tanto nun *high school*, bastante diferente ao que é un *middle school*. E estaba na outra punta do país (podedes saber máis das nosas aventuras se escoitades o

podcast As do Casares en Canadá [4] (figura 2 ou seguides a conta co mesmo nome en Instagram [5]). Pois ben, fixenlle algunhas preguntas sobre como foi para ela a experiencia da aprendizaxe das matemáticas en Canadá e isto é o que me conta.

A miña experiencia coas matemáticas en Canadá estivo marcada pola organización do curso e polo contraste de nivel respecto a España. No meu instituto de Prince Edward Island, que ía desde infantil ata grao 12, as materias dividíanse en dous semestres: en total facíamos oito por curso, pero só catro á vez. No primeiro semestre tiven Pre-Calculus(a materia do ano seguinte chamábase Calculus). Ademais, participei en Peer Helping, onde me asignaron un grupo máis novo para axudalo nunha materia; no meu caso foi matemáticas de grao 5, así que pasei de ter oito sesións semanais de mates no primeiro semestre (sumando as de grao 5) a non ter ningunha na segunda metade do curso. Fíxoseme curioso que algúns dos meus compañeiros puidesen pasar practicamente un ano sen dar nada de matemáticas.

No que respecta aos contidos, o que traballei en Pre-Calculus foi, na práctica, un gran repaso do que xa aprendera en España. Dedicámonos á trigonometría (ángulos en posición estándar e regras do seno e do coseno), ás ecuacións cuadráticas (factorización e fórmula), aos radicais (pasar de enteiros a mixtos e facer operacións básicas), ao valor absoluto (funcións e ecuacións) e a sistemas de ecuacións e inecuacións con unha ou dúas variables, todo iso cousas que eu vira anteriormente. Chamoume moito a atención a pouca memorización que se esixía: nos exames tiñamos unha ficha con todas as fórmulas, incluída a da ecuación de segundo grao, e tanto o profesor como os meus compañeiros quedaron abraiados cando lles contei que en España a temos que saber de memoria. Tamén me resultou curiosa a cantidade de regras mnemotécnicas que viñan xa nos libros de texto, como o famoso ASTC (All Students Take Calculators) para lembrar en que cuadrantes son positivas as funcións trigonométricas. Como anécdota, o meu profesor preguntoume como factorizaba e eu faleille de Ruffini. Quedou sorprendidísimo e dixo que creía telo visto na universidade, pero que non se lembraba de nada. Alí factorizan con outro método, máis rápido pero que non sempre serve.

Gustoume que o apartado final de cada un dos temas sempre era “resolución de problemas” porque podes ver a aplicación práctica e usas datos reais. Nos exames tiñamos un par de problemas parecidos aos de clase e outro cun pequeno *original twist*; por exemplo, se na aula calculabamos a altura dun edificio, no exame pedíannos calcular a altura da antena que había enriba. Antes de empezar calquera tema novo, repasabamos o que xa sabíamos e logo tentabamos deducir entre todos o novo concepto ou procedemento, o que me facía sentir que se razoaba máis. Cando algo non saía ou se volvía demasiado longo, o profesor repetíanos que ese era precisamente o motivo polo que había que seguir aprendendo.

Á hora de compararme cos compañeiros, cústame situarme porque eles se enfrontaban por primeira vez a contidos que eu xa dominara dous cursos antes en España. Vía que ao principio tiñan dificultades con aspectos que para min eran básicos, pero tamén vía como ao final de cada tema sabían facer todo, axudados por unha forma de ensinar na que o profesorado estaba moito máis pendente de cada estudante e repetía as explicacións moitas máis veces. Penso que se tiveran que facer un curso en España non saberían por onde comezar a estudar, igual que me pasaba a min cando tiña que desenvolver proxectos alí, porque non estaba acostumada a ese tipo de tarefas.

En xeral, o ritmo no meu instituto canadense pareceume moito máis relaxado que o que levaban os meus amigos en España. Aínda así, unha das miñas amigas canadenses fixo un proxecto falando precisamente da enorme presión e da alta esixencia que sentían o alumnado de graos 11 e 12, o que me fixo ver que, ao final, todo depende da perspectiva desde a que o mires.

Cando volví e tiven que recuperar o ritmo aquí, notei moito o impacto dos dez meses en Canadá, moi intensos a nivel persoal, de inglés e de experiencias, pero tamén de certa desconexión co estudo e cun nivel académico máis baixo do que estaba afeita. Esa diferenza noteina en todas as materias, especialmente en matemáticas, porque algunhas das cousas que aprenderan os meus amigos en 1.º de Bacharelato non tiñan nada que ver co que eu dera en 4.º, e o que estábamos vendo agora en 2.º apoiábase xusto neses novos conceptos.

Os meus amigos deixáronme apuntes do curso pasado e eu practiquei algo no verán, pero si que noto que teño menos práctica ca eles e, sobre todo ao principio, sentínme bastante perdida cos ritmos. A finais do primeiro trimestre conseguín centrarme máis e espero non notar tanto a diferenza nos próximos meses, aínda que seguramente teña que seguir estudando un pouco máis ca eles para poñerme completamente ao día.

Escoitar a Antía tamén me fai reflexionar, sempre me parece moi interesante escoitar a visión do alumnado. E cando leo como resume cousas que xa tiña falado con ela, fágome novas preguntas, como profe en España e tamén como profe en Canadá. Posiblemente iso é o que me traio de Canadá como profe de matemáticas, facerme máis preguntas das que me facía.

A experiencia canadense ensinoume a valorar máis aínda os debates profesionais que temos aquí sobre currículo, competencias e práctica real, sempre inacabados, ás veces frustrantes, pero indispensables e que noutros sitios, nos que pesa máis a administración, non hai tempo para ter.

O final

Por sorte para min o ano non rematou tan mal, algo positivo trouxen do outro lado do Atlántico. Tiven a sorte de asistir en xullo ao *3rd Annual Conference of Building Thinking Classrooms* (BTC de agora en diante, polas súas siglas en inglés) en Renton (Seattle - EEUU) [6]. Vou facer primeiro unha pequena introdución ao BTC para aquelas persoas que non saben de que falo e que ten iso que ver coas clases de matemáticas.

As Aulas para pensar, como o chamamos en galego e castelán e do que hai un grupo moi activo en Telegram [7], podemos dicir que teñen a súa orixe no libro *Diseñando Aulas para Pensar en Matemáticas* de Peter Liljedhal [1], publicado en castelán por Ned Ediciones, inda que xa moito antes da súa publicación posiblemente moito profesorado estaba tratando de que o seu alumnado pensase nas súas clases. Peter Liljedhal, que foi profesor de matemáticas en *high school*, actualmente é un profesor de Educación Matemáticas na Facultade de Educación da Simon Fraser University en Canadá e dedicou varios anos en colaboración con múltiple profesorado de tódolos niveis a facer unha investigación sobre que é o que facilita nunha aula que o alumnado pense. Despois desta investigación publicou o libro antes mencionado no que dá 14 claves para facilitar isto na aula, as claves van desde a disposición da aula ata como avaliamos, pasando polo tipo de problemas que se propoñen. O libro é práctico e concreto, non terás que darlle moitas voltas a como levar á aula o que está propoñendo porque basicamente é o que che conta, e tamén pasos que dar, porque todo dunha vez pode ser abafador.

Así que o encontro foi diso, de docentes poñendo en marcha todas ou parte das prácticas do libro e como lles está a funcionar. Sorte para min que viña dun ano en Canadá, o que me axudou a entender algo máis certos contextos que doutro xeito non entendería, como profesorado que non ten claro que o 1 é divisor de tódolos números ou problemáticas de *high school* que aquí non estarían nunca entre o listado de preocupacións. Non entrarei nestes temas, isto é un remate bonito a un ano peculiar. É un raio de esperanza ver profesorado que a pesar dos impedimentos profesionais que lle poidan poñer, se preocupa e forma co obxectivo de que o seu alumnado aprenda ben. Van máis aló da superficialidade de “é que pasan moito tempo sentados, fai un *Just Dance* de cando en vez”, como me chegou a dicir a min o meu director como metodoloxía para que estivesen en mellor disposición de aprender na clase (non sei se en todas partes de Norteamérica é como acabo de relatar para Alberta, pero estou segura de que Alberta non é un caso aillado).

O encontro era o 30 de xuño e o 1 de xullo, pero o día 29 de xuño había unha sesión para novatos. Eu, que sabía do BTC antes de ir a Canadá, contaba que o meu curso alí me fixera algo de inmersión nestas prácticas, pero, nada máis lonxe da realidade, así que me apuntei á sesión para inexperimentados do 29. A chegada é o esperado, rexistro, bolsa con agasallos e publicidade, zona de stands comerciais... Collín a miña bolsiña, a miña credencial e lista, moitas ganas de comezar a pesar das 3 horas de sesión á hora da sesta.

A primeira sesión, como non podía ser doutro modo, foi unha simulación do que sería unha clase na que se aplica BTC, así que pouco duramos sentados. Comezamos co problema das taxas que sae no libro, eu de alumna cos deberes feitos xa sabía por onde ir. Teño que dicir que esta primeira sesión me

pareceu que estaba moi ben organizada, os facilitadores modelizan perfectamente a dinámica con diferentes problemas.

Día 30, agora si que si, comeza a marcha, e comeza ás 7:30 da mañá... Esta xente está tola. E ademais comezan coa enerxía a tope, como bos norteamericanos montan un *show*, que ao final te anima a pesar das horas. A sesión inaugural *Das marxes ao centro: cubrindo as necesidades do alumnado marxinalizado con ICUCARE & BTC* está a cargo de Pamela Seda. ICUCARE é un marco referencial de equidade creado pola poñente que dá unha conferencia espectacular, facendo que calquera desexase tela como profesora. Na súa conferencia vai relacionando principios de igualdade, os que ela marca no seu ICUCARE (*I: Include others as experts, C: be Critically conscious, U: Understand your students well, C: use Culturally relevant curricula, A: Assess, activate and build on prior knowledge, R: Release control, E: Expect more*¹), con diferentes accións do BTC, de xeito que vas vendo como as Aulas para pensar fan as clases máis inclusivas.

Tras iso, comeza o movemento, sesións simultáneas e xente polos corredores preguntando onde está esta ou aquela sala... Recordo recibir o programa con todas estas sesións simultáneas, como nas JAEM, que non sabes cal elixir, con ganas, ler todas e querer ir a moitas. Agora chegaba o momento da verdade, tería elixido ben? Penso que si, pois o que vin foi un variado de cousas, dende xente que ía por libre, departamentos completos que leron o libro xuntos e logo o implementaron, xente con moita experiencia, xente de primeiro ano... Recoñezo que non fun a sesións de niveis baixos, inda que algunha era interniveis, pero despois dun ano de grao 6 moi variado, tiña gañas de *high school* cara arriba, quería comprobar que isto non é unha desas metodoloxías que vai moi ben para 1.º da ESO pero logo «toca poñerse serios». Incluso fun a unha dunha profe de análise da facultade que nos pillou a todos por sorpresa, que despois pensas «como non o vin vir». Ela reproducíu unha das súas clases con nós e quedamos todos encantados. Outra que resultou curiosa é a que deron un par de compañeiros que ela tiña, un grupo destes que dis «miña nai, que fago eu con eles?» e el tiña os grupos do bacharelato internacional, pois ben, programaban xuntos e elixían os problemas para os dous, que eran os mesmos, que obviamente non chegaban ao mesmo punto nas clases, pero diso vai o das actividades de chan baixo e teito alto, non? Diso vai o poder atender a diversidade sen morrer no intento con 20 boletíns diferentes. O caso do departamento que leron o libro xuntos modo club de lectura, e logo deseñaron un plan de traballo teño que recoñecer que me deu moita envexa, si, botáronlle horas de traballo, as dúas representantes que estaban alí non o negaron, pero o alumnado nas clases de matemáticas sabía xa ao que ía e non lles tocou a profe «especial». Dicar que obviamente todos os que estaban alí eran xente que a pesar das dificultades atopadas, estaba disposta a seguir e que pensa que o cambio non é rápido pero vai estando aí, dende logo, o de sempre non estaba a funcionar. Entre as dificultades sinalaron especialmente a avaliación, parece que é unha preocupación universal entre o profesorado, había quen tiña unha folla de cálculo destas ben complexas e quen non se metera nese fregado.

Unhas JAEM só de *Thinking Classroom* resultáronme interesantísimas, certo que propoñer unhas JAEM temáticas non sei se é boa idea, pois a riqueza das JAEM vén da súa diversidade, pero igual que hai congresos específicos de Geogebra, pode que de cando en vez un de *Thinking Classroom* non estaría mal, aí o deixo caer.

E vou rematar co que penso que é un elemento interesante dentro deste marco das *Thinking Classroom*, que é o autor do libro, Peter Liljedhal. Nos ocios de sesións sempre había unha sesión de Peter Liljedhal. Eran diferentes temáticas e con diferentes colaboradores cos que está agora, os nosos veciños cataláns de Innovamat foron uns deles. Hai que recoñecerlle o traballo a Liljedhal, o interese por seguir a investigar, por buscar o que funciona e por mellorar. Pasar dous días nos que tes unha conferencia tras outra e de temas diferentes non é trivial nin algo que todo o mundo faría. Non me vou lear con esas

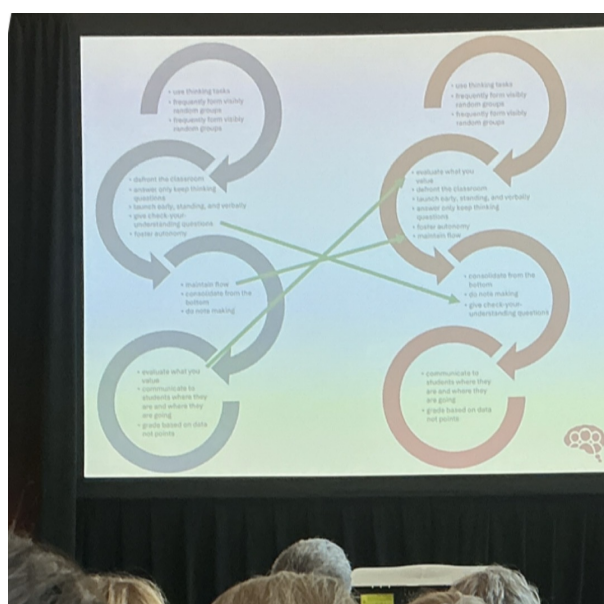


Figura 3: Conferencia de peche titulada: *Building Thinking Classroom Students: Verbs vs Nouns*

sesións intermedias, pero si vou rematar con Peter Liljedhal, pois fixo tamén a plenaria de peche das conferencias (figura 3). Despois do *show* e a entrada triunfal, moi norteamericano todo, vai a esa preocupación universal que xa mencionei, a avaliación. Fai a reflexión que eu xa tiña feito facendo as *report cards*, por que as outras materias avalían por competencias e nós inda estamos atascados nunha avaliación non acorde ao que se predica. A súa ponencia está moi ben armada, está formado e fai investigación docente baseada en evidencias... non vou negar que todo o rato estaba a aplaudir internamente.

Remata cunha proposta de cambio no seu marco de traballo, neses pasos que di como podemos ir implementando o *Thinking Classroom*, reordena para abordar o que el pensa que nos preocupa e axuda a ensinar mellor as matemáticas. Como bo investigador, di que é unha hipótese, fáltanlle datos, e nesa está. De feito puxo alí unha enquisa para recoller datos, non atopo agora a ligazón se alguén quere achegar a súa experiencia, pero na súa web seguro que pode participar [8].

E penso que ese peche ao meu ano era o que precisaba, o motivarme, pero tamén seguir facéndome preguntas. *How do we learn maths?* Pois por sorte, topando con docentes aos que non lle dá o mesmo 8 que 80, como parece pasar en administracións educativas arredor do mundo. A miña experiencia docente en Canadá rematou volvendo sobre a pregunta, nunca me gustaron as preguntas pechadas, son *an imperfect and unfinished math teacher* como di o libro de Chase Orton [2], a quen puideren escoitar tamén nas conferencias. Estes días en Seattle foron un bo final para un ano *skibidi* que diría o meu alumnado canadense.

Referencias bibliográficas

- [1] Liljedhal, P. (2024): *Diseñando Aulas para Pensar en Matemáticas*, España, Ned Ediciones.
- [2] Orton, Ch. (2022): *The Imperfect and Unfinished Math Teacher*, Canada, Corwin.

Referencias en liña

- [3] Páxina do profesorado visitante en EEUU e Canadá: <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/eeuu/convocatorias-programas/convocatorias-eeuu/ppvv.html>
- [4] Podcast As do Casares en Canadá: https://www.ivoox.com/podcast-as-do-casares-canada_sq_f12494315_1.html
- [5] Instagram As do Casares en Canadá: <https://www.instagram.com/asdocasaresencanada/>
- [6] Web das xornadas: <https://btc2025.sched.com/>
- [7] Grupo de Telegram de Aulas para pensar: t.me/AulasParaPensar
- [8] Web de BTC: <https://www.buildingthinkingclassrooms.com>

Notas

1. Incluir a outros como expertos, C: ser Criticamente consciente, U: Entender ben aos e ás estudantes, C: utilizar currículos Culturalmente relevantes, A: Avaliar, activar e construír o coñecemento prioritario, R: Ceder o control, E: ter Expectativas máis altas.

Antía Pedrosa Mariño

Alumna do IES Carlos Casares

Laura Sánchez Fernández

IES Carlos Casares

<laura.sanchez.fernandez@edu.xunta.gal>

GAMMA

s e c c i ó n s

***La habitación de Fermat* na aula de matemáticas (e II)**

MARINA GERMIÑAS MIGUÉNS
GASPAR M. ANTELO BERNÁRDEZ

Matemáticas na 7.ª arte

Na primeira parte deste artigo [1] presentouse a película *La habitación de Fermat* como un recurso didáctico motivador para o ensino das matemáticas, acompañada de seis enigmas con actividades para o alumnado e material de apoio para o profesorado. Alí explicábase tamén o formato das fichas, coas dúas columnas diferenciadas –unha para o traballo do alumnado e outra para as orientacións docentes–, así como a posibilidade de solicitar versións que se poden editar para a súa adaptación a diferentes niveis educativos.

Nesta segunda entrega completamos a proposta coa análise dos restantes desafíos que aparecen na película, mantendo a mesma estrutura de traballo e engadindo novas suxestións para integrar estas actividades na programación anual.

Con esta segunda parte péchase o proxecto dedicado a *La habitación de Fermat*, consolidando a súa utilidade como ferramenta interdisciplinar que combina o interese narrativo do cine coa riqueza conceptual das matemáticas.

Sinopse

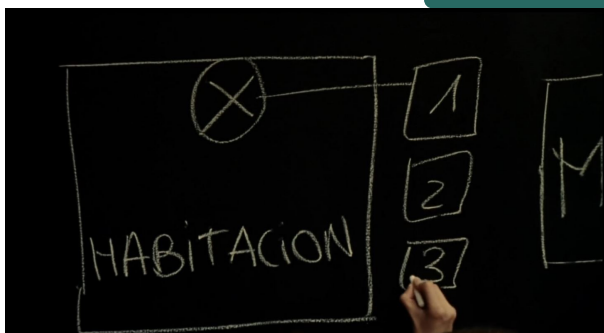
Catro persoas con grandes dotes matemáticas reciben unha invitación anónima para asistir a unha reunión nunha localización secreta, coa promesa de resolver un enigma. Os protagonistas, coñecidos só por pseudónimos de matemáticos de moita sona (Fermat, Pascal, Hilbert e Galois), son levados a unha sala pequena que pronto comeza a contraerse cando non responden a tempo os enigmas expostos. A medida que tentan resolver os enigmas, deben tamén descubrir quen os levou alí e por que.

Ficha técnica

- › **Nacionalidade:** España.
- › **Ano:** 2007.
- › **Guión e dirección:** Luis Piedrahita e Rodrigo Sopeña.
- › **Duración:** 90 minutos.

As fichas que amosamos a continuación están secuenciadas segundo aparecen na película. Para o deseño dalgunhas actividades empregouse como base a referencia [2].

Interruptor que acende lámpadas



- Nivel: ESO.
- Contidos: Lóxica.
- Escena: 0:41:50

Hilbert le un novo enigma:

«En el interior de una habitación herméticamente cerrada hay una bombilla y fuera de la habitación hay tres interruptores. Solo uno de los tres enciende la bombilla, mientras la puerta esté cerrada puedes pulsar los interruptores las veces que quieras pero al abrir la puerta hay que decir cuál de los tres interruptores enciende la bombilla.»

Resolve o enigma.

Comezan a elucubrar ata que se dan conta de que a calor que desprenden as lámpadas ten que ver coa solución. Acenden o interruptor un e déixano pulsado un intre, logo apágano e acenden o dous. Abren a porta, se a lámpada está acendida o interruptor bo é o dous, se está apagada e quente o bo é o un e se está apagada e fría será o tres.

Pódense propoñer situacións nas que a calor sexa menos perceptible, como cun tempo limitado ou utilizando lámpadas LED para que pensen noutras pistas como o consumo eléctrico.

Deseña un problema similar usando outro fenómeno físico (son, cheiro, peso).

Exemplo: tres caixas cada unha cun móbil, só unha contén un móbil aceso. Podes movelas, pero non abrílas. Como saber cal é?

Solución ao exemplo: chama ao móbil e escoita cal vibra.

Actividade de ampliación.

Conexión con ciencia e matemáticas.

Física: explicar a conversión de enerxía eléctrica en calor.

Matemáticas: representar as opcións cunha árbore de decisión.

Vídeos explicativos de diagramas de decisión e de árbores:

- [Vídeo sobre árbores de decisión](#) [3]
- [Vídeo sobre diagramas en árbore](#) [4]

Reloxos de area



→ Nivel: ESO.

→ Contidos:

Estratexias de resolución de problemas. Notación adecuada.

→ Escena 1: 0:49:38

Escena 2: 0:51:21

Escena 1: Oliva le un enigma.

«¿Cómo se puede cronometrar un tiempo de 9 minutos utilizando dos relojes de arena, uno de 4 minutos y otro de 7?»

Trata de conseguir a solución paso a paso, tendo en conta que non nos interesa a posición dos relojos, senón o tempo transcorrido.

Escena 2: Solución ao enigma anterior. É a mesma que a atopada?

Busca outras solucións e exprésasas da forma máis sinxela posible.

Representa o proceso cun diagrama de fluxo.

Intenta incluír tempos acumulados en cada paso.

Se indicamos en primeiro lugar o contido da area pendente de caer (tempo restante) do reloxo de 4 minutos e en segundo lugar o do reloxo de 7 minutos, entón partimos do estado (4,7) e queremos realizar unha serie de transicións entre estados cuxa duración total sexa de 9 minutos. Haberá transicións que non implican duración: cando simplemente se lle dá a volta a un reloxo. Cando as transicións impliquen unha duración indicaremos esta cun superíndice:

$$(4, 7) \xrightarrow{4} (0, 3) \rightarrow (4, 3) \xrightarrow{3} (1, 0) \rightarrow (1, 7) \xrightarrow{1} (0, 6) \rightarrow (0, 1) \xrightarrow{1} (0, 0)$$

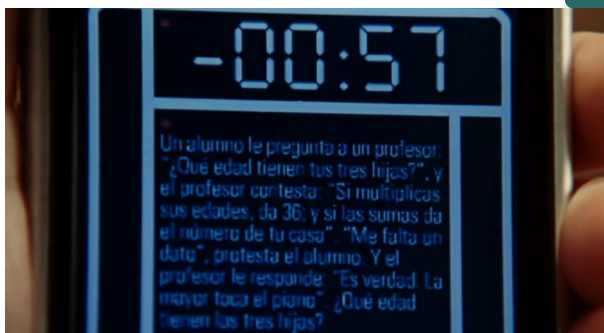
Duración total: $4 + 3 + 1 + 1 = 9$ minutos.

Como cronometrarías 11 minutos con reloxos de 5 e 8?	De forma similar: $(5, 8) \rightarrow^5 (0, 3) \rightarrow (5, 3) \rightarrow^3 (2, 0) \rightarrow (3, 0) \rightarrow^3 (0, 0).$ Duración total: $5 + 3 + 3 = 11$ minutos.
Como cronometrarías 9 minutos con reloxos de 5 e 8? Se tes reloxos de 6 e 9 minutos, podes medir 10 minutos?	Este enigma relaciónase co algoritmo de Euclides, porque a estratexia para medir tempos con reloxos de area baséase en combinacións de intervalos que dependen da diferenza entre as súas duracións. O algoritmo de Euclides serve para calcular o máximo común divisor (MCD) de dous números. Neste contexto axúdanos a saber que tempos é posible medir con dous reloxos. Se temos dous reloxos de 5 e 8 minutos, entón $MCD(5, 8) = 1$. Isto significa que podemos medir calquera número enteiro de minutos, xa que a diferenza mínima que podemos xerar é 1 minuto. Se tivésemos reloxos de 6 e 9 minutos, entón $MCD(6, 9) = 3$. Neste caso só poderíamos medir múltiplos de 3 minutos: 3, 6, 9, 12, ... Como consecuencia, a resposta á segunda pregunta é «non», porque $MCD(6, 9) = 3$: só se poden medir múltiplos de 3. Extensión: pedir aos estudantes calcular o MCD de diferentes pares e deducir que tempos son posibles.
Para complementar. Este problema é moi similar ao formulado en <i>Jungla de cristal III</i>: o obxectivo é conseguir 4 galóns exactos cunha garrafa de 5 galóns e outra de 3 galóns.	É un problema máis sinxelo, pois o único que interesa é o contido das garrafas. Se indicamos en primeiro lugar o contido da garrafa de 5 galóns e en segundo lugar o da garrafa de 3 galóns, entón partimos do estado $(0, 0)$ e queremos chegar ao estado $(4, X)$, sexa cal sexa X, xa que nos dá o mesmo o que haxa na garrafa de 3 galóns. Este sería o camiño a seguir, que nos últimos pasos coincide co que se ve na película: $(0, 0) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 0) \rightarrow (0, 2) \rightarrow (5, 2) \rightarrow (4, 3)$

Material complementario:

- Vídeo sobre o algoritmo de Euclides [5]
- Vídeo sobre o algoritmo de Euclides, cunha explicación xeométrica [6]

Idade das fillas do profesor



- Nivel: ESO e Bacharelato.
- Contidos: Factorización de números. Álgebra.
- Escena: 0:52:15

Enigma da secuencia:

Un alumno pregúntalle a un profesor «que idade teñen as túas tres fillas?». O profesor contesta «se multiplicas as súas idades dá 36, e se as sumas dá o número da túa casa». «Fáltame un dato», protesta o alumno. E o profesor respóndelle «é verdade, a maior toca o piano». Que idade teñen as tres fillas?

Sabemos:

- Produto das idades = 36.
- Suma = número da casa (dato descoñecido).

O alumno necesita máis información. Hai ambigüidade.

O profesor aclara que «a maior toca o piano», polo que se sabe hai unha filla maior, é dicir, que non son todas iguais.

Paso 1: Escribimos as factorizacións posibles de 36 en tres números enteiros positivos e sumamos:

(1, 1, 36)	suman 38;	(1, 2, 18)	suman 21;
(1, 3, 12)	suman 16;	(1, 4, 9)	suman 14;
(1, 6, 6)	suman 13;	(2, 2, 9)	suman 13;
(2, 3, 6)	suman 11;	(3, 3, 4)	suman 10.

Paso 2: Só coa suma o alumno non pode decidir, o que significa que hai dúas combinacións coa mesma suma. As únicas coa mesma suma son (1, 6, 6) e (2, 2, 9), ambas suman 13.

Paso 3: «A maior toca o piano» significa que hai unha maior claramente. Non pode ser (1, 6, 6), porque non hai unha única maior (hai dúas iguais). Por tanto, a solución é: 2, 2 e 9 anos.

Novo reto.

Cambia o produto a 72 e expón o mesmo problema.

Pregunta:

Que combinacións aparecen? Cando sería necesaria unha pista adicional?

Solución.

Factorizacións: (1, 8, 9), (2, 6, 6), (3, 3, 8) etc.

Busca sumas repetidas e analiza.

Representa o problema inicial alxebricamente.

Razoa por que non hai solución única sen a terceira condición.

$$x \cdot y \cdot z = 36; \quad x + y + z = S$$

Xogo en equipo.

Dinámica: cada equipo inventa un enigma similar (produto e suma) e intercámbiao con outro equipo para resolvelo. Deben incluír unha pista adicional para eliminar ambigüidades.

Terra Falsa e Terra Certa



→ Nivel: 4.º da ESO e Bacharelato.

→ Contidos:

Lóxica e esquemas.

→ Escena: 1:00:10

Nesta ocasión o protagonista que le o enigma é Pascal: <i>«En la Tierra Falsa todos los habitantes mienten siempre. En la Tierra Cierta todos los habitantes siempre dicen la verdad. Un extranjero se encuentra atrapado en una habitación que tiene dos puertas: una lleva a la libertad y la otra no. Las puertas están custodiadas por un carcelero de la Tierra Falsa y otro de la Tierra Cierta. Para dar con la puerta que lleva a la libertad, el extranjero puede hacer sólo una pregunta a uno de los dos carceleros pero no sabe cuál es el de la Tierra Falsa y cuál el de la Tierra Cierta. ¿Qué pregunta debe formular?»</i>	Resólvono tendo en conta que un sempre mente e o outro sempre di a verdade, polo que se ha de preguntar a un calquera dos dous carceleros «que porta me diría o teu compañeiro que é a boa?». Se se lle pregunta ao que mente, diría que o seu compañeiro –que di a verdade– indicaría a mala. Se se lle pregunta ao que di a verdade, diría que o seu compañeiro –que nesta ocasión sería o que mente– tamén indicaría a mala. Por tanto, escollemos a outra porta.
Debate en clase. Por que non serve preguntar «cal é a porta correcta?» directamente?	Obxectivo: que os estudantes comprendan a importancia de formular preguntas estratéxicas.
Que pasa se hai tres portas e a pregunta segue sendo unha soa?	Discútese como adaptar a estratexia. Introdúcese o concepto de preguntas que reducen a incerteza.
Representa a situación con proposicións: P = “porta A é correcta” Q = “carcelero di a verdade” Analiza como a pregunta elimina a ambigüidade.	Vídeos didácticos: ■ Lóxica e táboas de verdade [7] ■ Memorizar táboas de verdade [8] ■ Conectores lóxicos e táboas de verdade [4] ■ Lóxica proposicional [9]

Nai e fillo



- Nivel: ESO.
- Contidos: Álgebra. Contextualización de números negativos.
- Escena: 1:04:40

Xa dentro da parte final da película e nun momento de gran tensión entre os protagonistas, expónse o seguinte: <i>«La madre es 21 años mayor que el hijo y dentro de 6 años el hijo será cinco veces menor que su madre. ¿Qué está haciendo el padre?»</i>	Tomemos f = “idade do fillo hoxe”, n = “idade da nai hoxe”. Do enunciado tense que $n = f + 21$. «Dentro de seis anos o fillo será cinco veces menor que a súa nai». En linguaxe matemática (interpretando “cinco veces menor” como “a nai terá 5 veces a idade do fillo”) tense que $n + 6 = 5(f + 6)$. Substituíndo $n = f + 21$ na segunda ecuación: $\begin{aligned} f + 21 + 6 &= 5f + 30 \\ f + 27 &= 5f + 30 \\ -3 &= 4f \\ f &= \frac{-3}{4} \text{ anos} = -9 \text{ meses} \end{aligned}$ Entón, $n = f + 21 = 20$, 25 anos, ou 20 anos e 3 meses. Neste enigma, o valor negativo obtido na resolución da ecuación indica que o “fillo” aínda non naceu –faltan nove meses–. Que está a facer o pai? A lectura clásica do enigma dá un remate picaresco. Para un contexto escolar, quedemos cunha versión apta: o pai está a preparar a chegada do bebé (montando o berce, lendo un libro sobre bebés etc.). Trátase dun exemplo moi axeitado para traballar coa clase a tradución da linguaxe cotiá á linguaxe alxébrica, así como para reflexionar sobre expresións ambiguas que adoitan aparecer neste tipo de problemas, como “k veces menor”, que é preferible reformular como “a nai terá k veces a idade do fillo”.
Como actividade complementaria, o alumnado pode transformar unha serie de frases redactadas en linguaxe natural nas correspondentes ecuacións matemáticas, analizando que información se conserva e cal pode dar lugar a confusións.	Tamén resulta especialmente interesante comentar o significado do resultado negativo e a súa interpretación no contexto do problema, comprendendo que os números negativos non sempre son “imposibles”, senón que poden ter unha lectura contextual. Neste caso, representar un feito anterior no tempo, como o embarazo ou o momento previo ao nacemento. Finalmente, pódense engadir outros problemas de idades que sigan o mesmo esquema, adaptando a dificultade segundo o nivel do alumnado e aproveitando o contexto da película para manter o interese pola actividade.

Material complementario:

- Vídeo de problemas de idades con ecuacións [10]
- Vídeo de problemas de idades con sistemas de ecuacións [11]

Referencias bibliográficas

- [1] Germiñas Miguéns, M. e G. M. Antelo Bernárdez (2025): “La habitación de Fermat na aula de matemáticas (I)”, *Gamma*, 15, pp. 47-57.
- [2] Sorando Muzás, J. M. (2014): *100 escenas de cine y televisión para la clase de matemáticas*, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

Referencias en liña

- [3] Canle de YouTube *Feregrino*. Dispoñible en: https://www.youtube.com/@feregrino_no

- [4] *Matemáticas profe Alex*, canle en YouTube de Alexander Gómez.
Dispoñible en: <https://www.youtube.com/@MatematicasprofeAlex>
- [5] Canle de YouTube de Carlos Reinaldo. Dispoñible en: https://www.youtube.com/@carlos_reinaldo
- [6] Canle de YouTube *Archimedes Tube*. Dispoñible en: <https://www.youtube.com/@ArchimedesTube>
- [7] Canle de YouTube *Unboxing Philosophy*.
Dispoñible en: <https://www.youtube.com/@UnboxingPhilosophy>
- [8] Canle de YouTube de Ramiro Velasquez.
Dispoñible en: <https://www.youtube.com/@RamiroVelasquez>
- [9] Canle de YouTube de *ProfeGuille Matemática*.
Dispoñible en: <https://www.youtube.com/@ProfeGuilleMatematica>
- [10] Canle de YouTube *Susi Profe*. Dispoñible en: <https://www.youtube.com/@SusiProfe>
- [11] Canle de YouTube *Matemáticas desde la cocina*.
Dispoñible en: <https://www.youtube.com/c/MATEMATICASdesdelaCOCINA>

Marina Germiñas Miguéns

IES Aquis Celenis (Caldas de Reis)

<germinasmgm@gmail.com>

Gaspar M. Antelo Bernárdez

CPR Sagrado Corazón de Placeres (Pontevedra)

<ticgaspar@yahoo.es>

Polo poder de GeoGebra

IVÁN SÁNCHEZ PEREIRA

Para a miña nai, Josefa, que me ensinou cal é a miña misión constante: vivir con optimismo, alegría e ilusión, preguntar con curiosidade para comprender o descoñecido e ir valentemente a onde ninguén chegara antes... Vida longa e próspera!

Cada curso, o profesorado de matemáticas quere que o alumnado resolva moitos exercicios e problemas variados, con dificultade graduada e situacións cambiantes para evitar o copiado de respostas e, asemade, reciba unha retroalimentación case inmediata para corrixir e evitar a consolidación dos erros. Porén, o tempo do profesorado é finito, pois corrixir a man decenas de intentos por grupo adoita retrasar esta retroalimentación e acaba descartando esas breves explicacións que realmente axudan ao alumnado con dificultades de comprensión, sen esquecer que existe unha gran diversidade de ritmos de aprendizaxe que requiren unha atención personalizada.

Ademais, se hai que rexistrar evidencias para unha avaliación continua cun certo grao de diferenciación, a carga de traballo para o profesorado é inabarcable e o resultado adoita ser a renuncia á variedade, á mencionada retroalimentación tardía ou derivando tarefas para casa onde a axuda recibida polo alumnado pode ser desigual.

GeoGebra

Tratando de resolver esta realidade docente, **no número anterior de Gamma** [1] amosamos o procedemento para trasladar unha actividade autoavaliabile de GeoGebra á plataforma Moodle a través de eXeLearning e SCORM utilizando a URL do recurso, describindo as súas funcionalidades específicas en cada fase do proceso e os puntos clave da integración, aínda que quedaba pendente a cuestión de que a actividade autoavaliabile que se precisa non exista ou non se axeite ao enfoque desexado. Ao rematar esta lectura, coñecerás un procedemento sinxelo para a creación dunha actividade autoavaliabile desde o inicio, controlando dun xeito máis personalizado o deseño pedagóxico, o estilo, a aleatoriedade, os tipos de entrada, as mensaxes de retroalimentación e a accesibilidade, así como o rexistro e análise de resultados.

Que é unha actividade autoavaliabile de GeoGebra?

No número anterior de Gamma definimos unha actividade autoavaliabile de GeoGebra como unha construción interactiva que permite ao alumnado practicar e reforzar conceptos ou procedementos matemáticos. En cada intento, a actividade formula un exercicio ou problema no que o alumnado introduce as súas respostas, que son corrixiadas automaticamente mostrando a solución, asignando unha cualificación parcial segundo a súa validez e proporcionando unha retroalimentación inmediata. Unha vez finalizada a actividade, o alumnado recibía unha cualificación total como resultado da suma das cualificacións parciais obtidas, que se trasladaba ao libro de cualificacións da aula virtual.

Este funcionamento podía inducir a utilizar os termos autocorrixiible ou autocualificable, pero cómpre clarificar estes termos. Unha actividade autocorrixiible comproba a resposta introducida e amosa a solución correcta, o que é moi útil para unha práctica rápida sen presión da puntuación. Pola súa banda, unha actividade autocualificable fai o mesmo e, ademais, rexistra o resultado final no libro de cualificacións de Moodle, sempre que estea integrada mediante eXeLearning e SCORM.

Porén, unha actividade autoavaliabile corrixe a resposta introducida, cualifica a súa validez e pode ofrecer retroalimentación inmediata que sinala o erro, propón pistas graduadas que orientan cara á solución e, por último, ofrece unha solución explicada ou unha reconstrución guiada. Así, o alumnado aprende do erro adquirindo unha mellor comprensión do concepto ou procedemento e pode comprobar o seu progreso mediante novos intentos con variacións controladas.

Este tipo de actividades son especialmente adecuadas cando se precisa introducir un resultado numérico ou alxébrico, seleccionar un elemento xeométrico ou interpretar propiedades a partir dunha figura, función ou gráfico. A interactividade propia de GeoGebra permite manipular valores numéricos, expresións e representacións gráficas de xeito dinámico, facendo a resolución máis visual e atractiva.

O elemento central dunha actividade autoavaliabile é a aleatoriedade, que permite xerar enunciados distintos en cada intento, favorecendo unha aprendizaxe individualizada e evitando repeticións mecánicas. Isto asegura unha avaliación máis xusta e mantén o interese grazas ao desafío constante.

En resumo, unha actividade autoavaliabile ofrece exercicios variados cun nivel de dificultade adaptable ás circunstancias persoais e académicas de cada estudante, integrando corrección, cualificación e retroalimentación.

O que achega e o que demanda GeoGebra

GeoGebra achega ao profesorado unha ferramenta poderosa para crear actividades autoavaliabiles que integran manipulación matemática, retroalimentación inmediata e cualificación en Moodle. Ao mesmo tempo, demanda dedicar tempo á preparación e planificación de cada aspecto para que a experiencia sexa fluída e beneficiosa para o alumnado. O núcleo técnico deste artigo está baseado precisamente nesta combinación de interactividade, control didáctico e capacidade de cualificación.

O que achega

En primeiro lugar, nunha construción de GeoGebra podemos combinar entradas numéricas con marxes de tolerancia e arredondamentos, respostas textuais, alxébricas ou elementos xeométricos tales como puntos, vectores e rectas, entre outros. Esta diversidade permite formular exercicios e problemas moi variados e adaptados a distintos contidos matemáticos.

Ademais, GeoGebra permite controlar os estados e condicións de visibilidade para amosar ou agochar obxectos ou mensaxes segundo as respostas do alumnado, de xeito que a actividade responde dinamicamente ao seu progreso. A presentación pode enriquecerse co uso de $\text{\LaTeX}$ para os símbolos, as fórmulas e os enunciados, garantindo claridade e precisión, e completarse con controis específicos para os dispositivos táctiles, como miniteclados virtuais ou botóns que facilitan a interacción.

Asemade, GeoGebra dispón dun variado conxunto de ferramentas que poden combinarse nunha mesma construción de tal xeito que a actividade non só recolle respostas e amosa solucións, tamén permite ao alumnado experimentar, comprobar propiedades e visualizar procesos matemáticos.

Un aspecto esencial é que as actividades autoavaliáveis poden validar a resposta de xeito inmediato e detallado, ofrecer pistas graduadas que orientan ao longo do procedemento, amosar unha solución explicada despois da corrección e, finalmente, permitir novos intentos con variacións controladas mantendo os mesmos criterios de dificultade. Así, o alumnado non só sabe se acertou ou fallou, senón que aprende a mellorar.

Outro punto forte é que o uso de botóns e *scripts* permite xerar parámetros aleatorios que garanten a reproducibilidade baixo certas condicións lóxicas que evitan casos absurdos e permiten un escalado da dificultade adaptado ao nivel do curso e do alumnado.

Tamén cómpre destacar que, unha vez creado o modelo para un determinado tipo de actividade cos estilos, tipografías, botóns, zonas de mensaxes e *scripts* básicos, cada nova actividade comeza cunha boa parte do traballo xa avanzado. Os botóns estándar, as rutinas de xeración de parámetros, os cálculos da cualificación e o bloqueo da edición, así como unha biblioteca de mensaxes para erros frecuentes, constitúen unha base reutilizable para crear novas actividades.

E, por último, como xa explicamos no anterior número de Gamma, as actividades poden inserirse en eXeLearning e publicarse como SCORM en Moodle, o que permite que a puntuación sexa gardada no libro de cualificacións evitando ambigüidades grazas ao criterio de inserir unha actividade por nodo.

O que demanda

Aínda que GeoGebra ofrece unha ampla gama de ferramentas e funcionalidades, non conta con modelos específicos para crear actividades autoavaliáveis. Por tanto, o profesorado será o encargado de idear, planificar e estruturar cada aspecto esencial: a presentación da información, a recollida de respostas e o sistema de cualificación.

Para afrontar esta tarefa resulta recomendable deseñar unha primeira actividade desde o inicio que sirva de modelo para futuras creacións, o que implica reflexionar sobre o deseño e o estilo visual da interface, as fases do proceso, a definición dos parámetros constantes e aleatorios, a introdución das respostas, as condicións de visibilidade de determinados elementos, a programación dos *scripts* que automatizarán o proceso e as mensaxes de retroalimentación que se amosarán ao alumnado.

Deste xeito, as actividades poden captar mellor a atención e resultar máis interesantes desde o punto de vista pedagóxico para comprender un concepto, practicar un procedemento ou reflexionar sobre unha idea. O equilibrio entre estética e didáctica converte unha construción de GeoGebra nunha verdadeira actividade autoavaliável.

As boas prácticas na creación de actividades autoavaliáveis

Crear unha actividade autoavaliável eficaz require algo máis que deseñar unha construción atractiva. É recomendable ter presente unha serie de boas prácticas que aseguren a súa calidade pedagóxica, a súa funcionalidade técnica e a súa integración en Moodle.

› Planificar antes de construír.

Cómpre pensar con antelación nos obxectivos da actividade, no tipo de exercicios que se van propoñer, nas respostas esperadas e no sistema de cualificación. Axuda moito debuxar nun esquema as fases da actividade (inicio, enunciado, corrección, peche) e decidir que información queremos obter do alumnado en cada unha delas.

› **Comezar cun modelo reutilizable.**

A primeira actividade debería funcionar como prototipo do resto: unha estrutura en fases, un conxunto de variables básicas, uns *scripts* ben comentados e unha disposición de obxectos que logo se poida adaptar a outros contidos. Canto máis claro quede o modelo inicial (nomes das variables, lóxica dos botóns, condicións de visibilidade), máis doado será reutilizalo sen erro.

› **Empregar a aleatoriedade con criterio.**

É recomendable xerar os valores aleatorios sempre mediante *scripts* e gardalos en variables, evitando poñer comandos aleatorios directamente nos obxectos visibles. Así podemos controlar o rango de valores, garantir que non aparezan casos problemáticos (división entre cero, raíces imposibles etc.) e manter a coherencia entre enunciado, solución e retroalimentación.

› **Deseñar unha retroalimentación formativa.**

Non abunda con indicar se a resposta é correcta ou incorrecta: convén definir mensaxes de erro claras, pistas graduadas e, se é posible, unha breve reconstrución guiada da solución. Tamén é útil decidir que acontece cando o alumnado falla varias veces seguidas: se se lle ofrece unha nova pista, se se mostra parte do procedemento ou se se lle propón un novo exercicio.

› **Coidar a presentación e a accesibilidade.**

A interface debe ser limpa, con poucos elementos en pantalla e un uso coherente de cores e tamaños de letra. As expresións matemáticas convén escribilas con $\LaTeX$ para garantir claridade, e cómpre verificar que todo se le ben en pantallas pequenas, que os botóns son doados de premer e que o contraste entre fondo e texto é axeitado para todo o alumnado.

› **Bloquear e rexistrar correctamente a cualificación.**

Despois de corrixir a resposta, é importante bloquear as caixas de entrada para evitar modificacións posteriores e actualizar de forma consistente as variables de puntuación. Ao integrar como SCORM, cómpre revisar que os valores enviados (puntuación obtida, máxima, número de intentos) son os correctos e que o alumnado sabe en que momento queda gardada a súa cualificación.

› **Realizar probas en diferentes contextos.**

Antes de dar por pechada a actividade, é recomendable probala nun ordenador con pantalla grande e en dispositivos móbiles, comprobando tempos de carga, comportamento dos botóns e lexibilidade dos textos. Unha pequena proba con alumnado ou con outras persoas do departamento axuda a detectar erros de deseño, detalles de accesibilidade e posibles melloras na formulación dos enunciados.

Recomendacións

Por tanto, debemos ter en conta unha serie de indicacións para traballar dun xeito máis efectivo:

- › Escribir todos os textos na linguaxe $\LaTeX$ sen serifas para facilitar a súa lectura. Neste exemplo utilizaremos o cadro de texto para ter un maior control sobre a súa redacción.
- › Utilizar as cuadrículas maior e menor para situar axeitadamente os elementos, aínda que logo se pode precisar a súa posición na lapela Posición no cadro de Propiedades.
- › Indicar a condición de visibilidade de cada obxecto abrindo o cadro de Propiedades e indicar o valor booleano en Avanzado → Condición para mostrar el objeto.
- › Revisar os *scripts* dos botóns escritos en Scripting → Al clic no cadro de Propiedades cada vez que fagamos un cambio relacionado coas variables correspondentes.
- › Nomear as variables de tal xeito que sexa doado saber de que tipo de obxecto se trata. Por exemplo, que as variables de texto comecen pola letra *t* como o texto tinicio e as variables de botón comecen pola letra *b* como o botón binicio.

As fases dunha actividade autoavaliabile

O deseño dunha actividade autoavaliabile pode estruturarse en catro fases, cada unha cun propósito específico, que marcan o percorrido completo do alumnado desde o momento en que accede á tarefa ata que recibe a súa cualificación. Esta estrutura permite organizar de maneira clara que se amosa en cada momento, que accións pode realizar o alumnado e que información recolle o sistema, garantindo así unha experiencia coherente e controlada. Ademais, pensar a actividade en fases axuda a separar o que pertence á presentación, á resolución, á corrección e ao peche, facilitando tanto a programación dos *scripts* como a posterior revisión e mellora do conxunto.

Fase 0: Pantalla de inicio da actividade.

A pantalla de inicio debe orientar ao alumnado mediante un título claro, instrucións de uso e, opcionalmente, un recordatorio teórico. O botón Inicio executa o *script* que xera os parámetros aleatorios utilizados nos exercicios.

Fase 1: Enunciado e introdución de respostas.

A construción mostra o enunciado do exercicio e os botóns Corrixir e Reinicio. O alumnado introduce a resposta nunha caixa de entrada ou mediante outros elementos interactivos.

Fase 2: Corrección e retroalimentación.

Ao pulsar Corrixir, a actividade fornece retroalimentación inmediata, específica e adaptada. Tamén pode asignarse puntuación parcial. Aparece o botón Novo para crear outro exercicio.

Fase 3: Pantalla de fin e cualificación.

Nesta pantalla pode amosarse a información que o profesorado considere oportuno e accédese cando se cumpren certas condicións: número máximo de intentos, tempo esgotado ou puntuación alcanzada, entre outros.

Procedemento para a creación de actividades autoavaliabiles

A creación dunha actividade autoavaliabile desde cero utilizando a aplicación GeoGebra é un proceso elaborado e detallado que require certos coñecementos e recursos técnicos, deseño pedagóxico e planificación, así como certa creatividade e innovación [2].

Para ilustrar este procedemento imos construír unha actividade onde o alumnado debe calcular o produto dun número calquera por 9 e, ao pulsar o botón Corrixir, a actividade comprobará se o resultado introducido é correcto ou non, aparecendo a mensaxe correspondente.

Esta actividade [3] servirá como exemplo para utilizar os comandos e as ferramentas de GeoGebra necesarios e, unha vez rematada, servirá como modelo para outras actividades do mesmo tipo. Cando xa teñamos máis coñecemento e destreza, podemos ir engadindo outro tipo de elementos que ofrezan unha mellor experiencia de aprendizaxe e interacción ao alumnado.

Dado que as actividades autoavaliabiles requiren unha certa complexidade, o máis recomendable será utilizar o GeoGebra Clásico 5 porque permite utilizar xanelas flotantes e non asigna por defecto límites inferior ou superior na creación de variables numéricas, ao contrario do GeoGebra Clásico 6.

Ademais, ao longo deste artigo utilizaranse os comandos de GeoGebra en castelán para garantir a reproducibilidade do procedemento descrito na maioría de instalacións e materiais dispoñibles, así como evitar problemas de compatibilidade derivados da lingua configurada na aplicación.

Asemade, debemos considerar un aspecto importante para que as nosas actividades autoavaliabiles funcionen correctamente e sexan compatibles e estables cando sexan publicadas: se definimos as variables aleatorias directamente na barra de entrada, os seus valores cambian cada vez que se recarga a construción, se corrixen as respostas ou se actualiza a xanela, o que pode xerar exercicios distintos sen previo aviso. Esta aleatoriedade directa provoca problemas de reproducibilidade, introduce inconsistencias ao rexistrar as cualificacións e pode xerar casos absurdos ou imposibles. Por tanto, para evitar estes inconvenientes técnicos, debemos controlar a aleatoriedade mediante *scripts* vinculados a un botón para garantir unha experiencia estable e coherente.

Por outra banda, en toda actividade autoavaliable cómpre crear e inicializar unha serie de variables esenciais:

1. Indicaremos a fase na que se atopa o alumnado para amosar os elementos que correspondan:

fase = 0 (pantalla de inicio)	fase = 2 (corrección e retroalimentación)
fase = 1 (enunciado e resposta)	fase = 3 (fin e cualificación)
2. Crearemos unha variable resposta para recoller a resposta introducida polo alumnado.
3. Rexistraremos mediante a variable booleana correcto se o valor introducido polo alumnado é correcto ao ser comparado coa solución do exercicio.
4. Rexistraremos os puntos que irá acumulando o alumnado ao longo da actividade coa variable puntos.

Finalmente, utilizaremos as seguintes variables para establecer a cualificación que será enviada a Moodle mediante eXeLearning e SCORM:

- › SCORMMaxScore para establecer a puntuación máxima que se pode obter no exercicio. Debería coincidir co valor máximo da escala utilizada en Moodle.
- › SCORMMinScore para establecer a puntuación mínima que se pode obter no exercicio. Debería coincidir co valor mínimo da escala utilizada en Moodle.
- › SCORMRawScore para establecer a cualificación final obtida no exercicio.

O resto de variables dependen do tipo de actividade que esteamos a crear ou do criterio pedagógico do profesorado para amosar información complementaria.

Procedemento

- 1.º Definimos todas as variables asignándolles uns valores iniciais, dos cales algúns cambiarán durante a realización dos exercicios:

```
fase = 0
resposta = ?
puntos = 0
SCORMMaxScore = 10
SCORMMinScore = 0
SCORMRawScore = puntos
numero = 0
solucion = 9
numerocorrecto = solucion==resposta
```

- 2.º A continuación, creamos o texto estático tinicio onde estarán o título, as instrucións de uso e, opcionalmente, un resumo da teoría que se utilizará na realización dos exercicios.

```

\textcolor{blue}{
\setlength{\fboxrule}{5pt}\cornersize{0.1}
\ovalbox{\ \ \ \black{
\begin{array}{c}
\scalebox{1.5}{\begin{array}{c} \
\textcolor{blue}{\hspace{1cm}\text{Produto dun número por 9}\hspace{1.15cm}}\
\end{array}}\
\\[10pt]
\begin{array}{rl}
1. & \text{Calcula e escribe o resultado de cada produto.}\
2. & \text{Cada resposta correcta vale \textbf{\textcolor{green}{1 punto}}}.\
\end{array}\
\\[150pt]
\end{array}}}}

```

Produto dun número por 9

1. Calcula e escribe o resultado de cada produto.
2. Cada resposta correcta vale **1 punto**.

Como esta pantalla só aparecerá ao inicio da actividade (figura 1), indicamos a condición para mostrar o obxecto:

fase==0

Figura 1: Pantalla de inicio.

3.º Creamos o texto estático ttitulo que será o rótulo da actividade (figura 2) durante a fase 1 (enunciado e resposta) e a fase 2 (corrección e retroalimentación).

```

\scalebox{1.5}{\textcolor{blue}{\text{Produto dun número por 9}}}

```

Como este título aparecerá nas fases 1 e 2 indicamos a condición para mostrar o obxecto:

fase==1 || fase==2 OU 0<fase<3

Produto dun número por 9

Produto dun número por 9

Realiza a operación 18×9

Figura 2: Rótulo da actividade.

Figura 3: Enunciado do exercicio.

4.º Creamos o texto dinámico tenunciado (figura 3) utilizando a variable numero, que tomará valores aleatorios ao crear novos exercicios pulsando os botóns Inicio ou Novo.

```

\text{Realiza a operación } \boxed{\text{numero}} \ \ \times \ 9

```

Para escribir `numero` creamos unha caixa baleira e escribimos o nome da variable dentro. Como este aparecerá nas fases 1 e 2 indicamos a condición para mostrar o obxecto:

`fase==1 || fase==2 OU 0<fase<3`

- 5.º Creamos unha caixa de entrada *crespota* asociada á variable *respuesta*, que será onde o alumnado introduza a súa resposta (figura 4). Aquí pode aparecer un problema de visualización porque o texto dinámico pode cambiar de tamaño mentres que a posición da caixa de entrada é fixa; poderían solaparse. Podemos evitar este solapamento situando o enunciado separado da caixa da entrada, aínda que hai unha solución máis elegante que veremos máis adiante.

Como esta caixa de entrada aparecerá ao mesmo tempo que o enunciado do exercicio indicamos a condición para mostrar o obxecto:

`fase==1 || fase==2 OU 0<fase<3`

Figura 4: Caixa de entrada.

- 6.º A continuación, creamos os tres botóns que se utilizarán ao longo da actividade.

› **O botón Inicio.**

O *script* do botón Inicio (figura 5), que terá o nome de variable *binicio*, será o motor xerador das variables aleatorias que se utilizarán nos enunciados dos exercicios ao iniciar a actividade e ao realizar un novo intento cando se pulsa o botón Novo. Introducimos o seguinte *script* no lugar correspondente:

```
# A actividade pasa á fase de enunciado e resposta.
Valor(fase,1)
# A actividade asigna un valor aleatorio entre 1 e 100 á variable numero.
Valor(numero,AleatorioEntre(1,100))
# A caixa de entrada queda baleira.
Valor(respuesta,?)
# A caixa de entrada queda fixa e seleccionable.
Fija(crespota,true,true)
```

Como este botón aparecerá xunto coa pantalla de inicio, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

`fase==0`

Figura 5: Botón Inicio.

› **O botón Corrixir.**

Ao pulsar o botón Corrixir (figura 6), que terá o nome de variable *bcorrixir*, o seu *script* comprobará se a resposta introducida polo alumnado coincide coa solución do exercicio e asignará a puntuación correspondente. Ao mesmo tempo, a actividade bloqueará a caixa para que o alumnado non poida modificar a súa resposta. Introducimos o seguinte *script* no lugar correspondente:

```
# A actividade pasa á fase de corrección e retroalimentación.
Valor(fase,2)
# A actividade suma un punto se a resposta é correcta.
Valor(puntos,puntos+Si(correcto,1,0))
# A actividade bloquea a caixa de entrada.
Fija(crespota,true,false)
```

Este botón aparecerá cando o alumnado teña que introducir a súa resposta para que poida ser corrixiada e, por tanto, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

fase==1

Figura 6: Botón Corrixir.

Figura 7: Botón Novo.

► O botón Novo.

Ao pulsar o botón Novo (figura 7), que terá o nome de variable bnovo, o seu *script* utilizará un comando de GeoGebra que executará o *script* do botón Inicio para xerar os valores aleatorios dun novo exercicio e volver á fase de enunciado e resposta. Introducimos o seguinte *script* no lugar correspondente:

EjecutaAlClic(binicio)

Como este botón aparecerá na fase de corrección e retroalimentación para ofrecer un novo intento, sempre e cando non se acade a puntuación máxima, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

0<fase<3 && puntos<10

7.º Engadimos os **textos de retroalimentación** que aparecerán cando o alumnado pulse o botón Corrixir. Por exemplo, o texto dinámico tben, se a resposta é correcta (figura 8) podería ser

`\text{CORRECTO. } \hspace{1cm} \boxed{\text{numero}} \ \ \backslash \ \ \times \ \ \backslash \ \ \ 9 \ \ \ = \ \ \boxed{\text{solucion}}`

Como esta mensaxe aparecerá ao corrixir o exercicio e a resposta sexa correcta, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

fase==2 && correcto

Porén, se a resposta é incorrecta (figura 9) o texto dinámico tma1 podería ser

`\text{INCORRECTO. } \hspace{1cm} \boxed{\text{numero}} \ \ \backslash \ \ \times \ \ \backslash \ \ \ 9 \ \ \ = \ \ \boxed{\text{solucion}}`

De xeito similar, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

```
fase==2 && !correcto
```

8.º Finalmente, engadimos o texto `tpuntos` para informar ao alumnado sobre a súa puntuación (figura 10).

Puntos\ =\

Figura 8: Resposta correcta.

Figura 9: Resposta incorrecta.

Figura 10: Puntos.

Melloras opcionais da actividade

Unha vez coñecido o procedemento básico para crear unha actividade autoavaliabile, podemos engadir varios elementos para ampliar as súas funcionalidades co obxectivo de enriquecer a experiencia de aprendizaxe do alumnado. A incorporación de novos elementos [4] require definir novas variables, textos, botóns e *scripts* ou redefinir obxectos xa creados e, por suposto, modificar o estilo e reorganizar a distribución dos obxectos.

Contabilizar intentos e acertos

En certas ocasións, o profesorado pode considerar interesante que o alumnado visualice esta información para que sexa consciente do seu progreso. Para levar a cabo o reconto de intentos e acertos (figura 11), podemos definir dúas novas variables, engadir novas liñas de código nos *scripts* dos botóns Inicio e Corrixir e crear un texto dinámico axeitado seguindo este proceso:

Figura 11: Número de intentos.

1.º Definimos as seguintes variables para almacenar o número de intentos e de acertos:

```
intentos = 0
acertos = 0
```

2.º A continuación, engadimos as seguintes liñas no *script* do botón Inicio para que aumente o número de intentos cada vez que se inicia un novo exercicio.

```
# Novo intento
Valor(intentos, intentos + 1)
```


- 3.º Despois, engadimos as seguintes liñas no *script* do botón Corrixir para que aumente o número de acertos cada vez que o alumnado responda correctamente.

```
# 0 alumnado responde correctamente.
Valor(acertos, acertos + Si(correcto,1,0))
```

- 4.º Finalmente, podemos engadir o texto dinámico tconta que amose esta información ao longo da actividade, o que implica reorganizar o resto de obxectos para evitar saturar a construción.

```
\begin{array}{rclcrcl}
Intentos & = & \boxed{\text{intentos}} & & \text{\hspace{50pt}} & \text{Acertos} & = & \boxed{\text{acertos}} \\
\end{array}
```

Como este texto aparecerá na fase de corrección e retroalimentación, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

```
fase==2
```

- 5.º Opcionalmente, podemos utilizar estas dúas variables para aplicar penalizacións se o alumnado comete erros. Por exemplo, ao pulsar o botón Corrixir podemos modificar o cálculo da puntuación do seguinte xeito:

```
# A actividade pasa á fase de corrección e retroalimentación.
Valor(fase,2)
# A actividade suma 1 punto se a resposta é correcta e resta 0.5 se é incorrecta.
# A actividade restrinxe a puntuación ao intervalo [0,10].
Valor(puntos, Max(0, Min(10, puntos + Si(correcto, 1, -0.5))))
# A actividade bloquea a caixa de entrada.
Fija(cresposta,true,false)
```

Sería necesario modificar a pantalla de inicio para informar sobre as penalizacións.

Límite de intentos

De xeito opcional, podemos utilizar a variable `intentos` para contar o número de veces que se pulsou o botón Inicio ou Novo para xerar un novo exercicio e, se o profesorado o considera oportuno, ocultar o botón Novo no caso de que se supere un determinado número de intentos.

- 1.º Definimos unha nova variable para indicar o número máximo de intentos. Por exemplo,

```
limite = 20
```

- 2.º Tendo en conta esta nova condición para o botón Novo, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

```
fase==2 && intentos<limite
```

Posición dinámica da caixa de entrada

Ao engadir máis elementos a unha construción, cómpre optimizar o espazo dispoñible para evitar que a pantalla quede demasiado saturada. Para resolver esta cuestión, podemos situar a caixa de entrada de xeito dinámico segundo a lonxitude do enunciado do seguinte xeito:

1.º Modificamos o texto dinámico tenunciado:

\ \times\ 9\ =

2.º A continuación, ocultamos o texto e o utilizamos como rótulo da caixa de entrada crespota en Básico → Usar texto como rótulo do cadro de Propiedades.

Redución dos textos de retroalimentación

Para poder incluír novos elementos debemos aproveitar ao máximo o espazo dispoñible na actividade. Por tanto, será necesario modificar os textos de retroalimentación dun xeito máis minimalista, tanto con aspecto técnico coma no visual (figura 12).

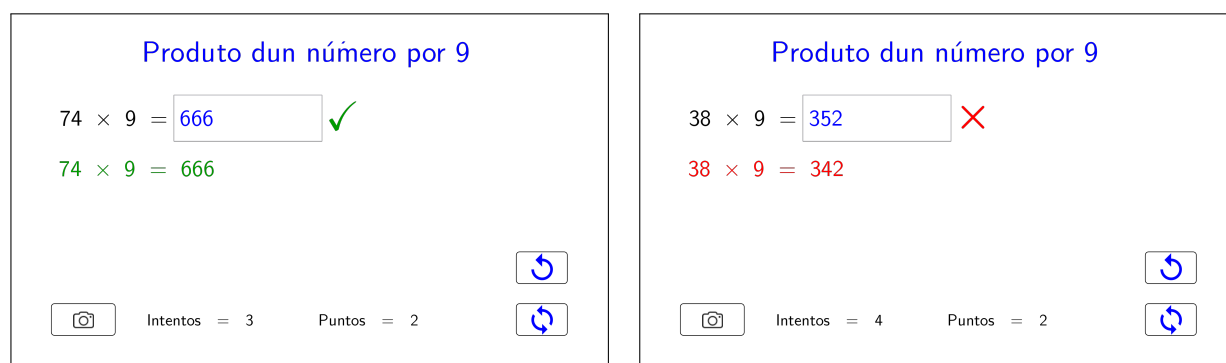


Figura 12: Textos de retroalimentación optimizados (respuestas correcta e incorrecta).

1.º En primeiro lugar, eliminamos os textos tben e tmal.

2.º A continuación, creamos o texto tcorrecto definido do seguinte xeito nunha caixa baleira:

`Si(correcto, "\LARGE\checkmark", "\LARGE\times")`

3.º Finalmente, mostramos a resposta correcta mediante o texto tresposta definido do seguinte xeito:

\ \times\ 9\ =\

Nos dous textos podemos utilizar cores dinámicas indicando os seguintes valores en Avanzado → Colores dinámicos do cadro de Propiedades:

Rojo: Si(correcto,0,1)
Verde: Si(correcto,0.6,0)
Azul: 0

Pistas guiadas

Despois de crear o teclado virtual podemos engadir un novo botón Pistas, co nome de variable `bpista`, que permita amosar unha serie de pistas que lle amosen ao alumnado o camiño para resolver o exercicio (figura 13).

- 1.º Definimos a variable `np` para indicar o número de pistas utilizadas.

```
np = 0
```

- 2.º Neste exemplo, ao pulsar o botón, o seguinte *script* aumentará o número de pistas ata un máximo de dúas:

```
# Aumenta o número de pistas.
Valor(np, Si(np<2, np+1, np))
```

- 3.º Despois, hai que crear os textos que se amosarán a medida que aumente o número de pistas utilizadas. Neste exemplo utilizaremos listas de textos e o comando `TablaTexto`. Para que estes textos aparezan de xeito dinámico segundo o número de pistas `np` definimos

```
tpista=PISTAS:
ltpista1={" " + numero, "\times", " " + 10, "=", " " + (10numero)}
ltpista2={" " + (10numero), "-", " " + numero, "=", "\ldots"}
lpistas= {ltpista1, ltpista2}
tpistas= TablaTexto(Extrae(lpistas, 1, np), "lcrcl", 0, 50)
```

Como estes textos aparecerán na fase de enunciado e resposta ao pulsar o botón Pistas indicamos a condición para mostrar o obxecto:

```
fase==1 && np>0
```

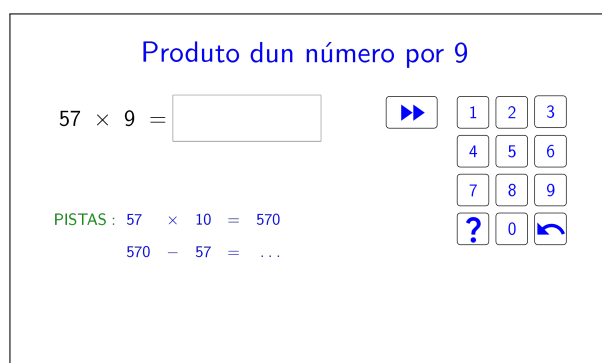


Figura 13: Pistas guiadas.

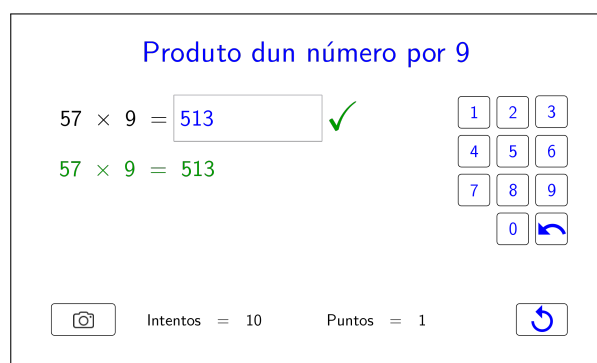


Figura 14: Botón Captura.

Captura de pantalla

Opcionalmente, podemos engadir un botón de captura de pantalla (figura 14), co nome de variable `bcaptura`, por exemplo para gardar evidencias do traballo realizado nun portafolio.

Seleccionamos unha icona de cámara fotográfica e engadimos o seguinte *script* (**nunha única liña**).

```
ExportaImagen("filename", "ruta_cartafol/imagen.svg", "type", "svg",
"width", 450, "dpi", 600, "view", 1)
```

Como este botón pode estar accesible en todas as fases, agás na fase de pantalla de inicio, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

`fase!=0`

Comprobar se a resposta ten operacións

Para responder nun exercicio, o alumnado pode introducir directamente a propia operación na caixa numérica e GeoGebra calculará inmediatamente o resultado, considerando a resposta introducida como correcta. Nas actividades autoavaliáveis debemos evitar este tipo de situacións comprobando se a resposta introducida ten un formato válido. No perfil de Javier Cayetano Rodríguez na páxina de GeoGebra [5] hai un recurso [6] con máis información dispoñible ao respecto.

Teclado virtual

Para mellorar a interactividade e facilitar a introdución das respostas do alumnado nun dispositivo móbil, podemos engadir botóns, imaxes ou textos con *scripts* asociados. Para isto, temos que definir unhas variables específicas e, a continuación, crear un teclado virtual mediante botóns que insiran números, operadores ou letras nunha caixa de entrada ou nun texto dinámico (figura 15). Esta opción resulta moi útil cando queremos controlar o formato da resposta ou evitar erros de escritura.

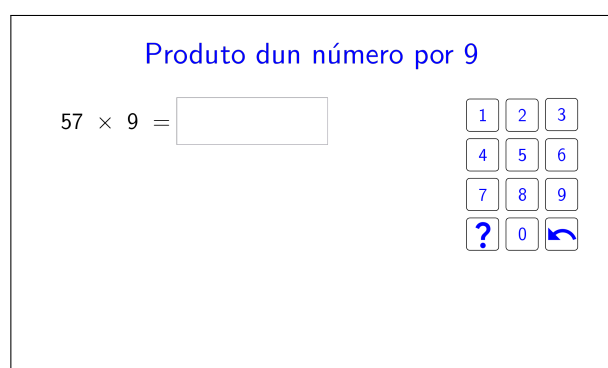


Figura 15: Teclado virtual.

- 1.º Creamos as variables `teclado` para almacenar a resposta introducida polo alumnado e `nc` para contar o número de cifras introducidas.

```
teclado = ?
nc = 0
```

- 2.º A continuación, creamos os botóns cos rótulos correspondentes, para poder introducir as cifras do 0 ao 9. Por exemplo, creamos o botón 3, co nome de variable `b3`, para introducir a cifra 3 pola dereita do número `teclado` mediante o seguinte *script*:

```

Valor(teclado,Si(EstáDefinido(teclado),10 teclado+3,3))
Valor(nc,nc+1)
Valor(resposta,teclado)

```

A expresión `10 teclado+3` simula que se engade a cifra 3 pola dereita do número teclado, incrementando o número de cifras en un e copiando o seu valor na variable resposta.

- 3.º Despois, creamos o botón Borra co nome de variable bborra e coa icona dispoñible en Estilo → Imágenes, para eliminar a última cifra do número teclado pola dereita. Eliximos a icona axeitada e introducimos o seguinte *script*:

```

Valor(teclado,Si(nc==0,0,floor(teclado/10)))
Valor(nc,Si(nc>1,nc-1,0))
Valor(resposta,teclado)

```

A expresión `floor(teclado/10)` simula que se elimina a última cifra do número teclado, diminuindo o seu número de cifra en un e copiando o seu valor na variable resposta.

- 4.º Por outra parte, hai que considerar que o alumnado pode introducir a súa resposta mediante este teclado ou directamente na caixa de entrada e, como consecuencia, as variables resposta e teclado deben actualizarse mutuamente. Mentres que o valor da variable resposta xa se actualiza ao pulsar os botóns do teclado, temos que engadir o seguinte *script* na lapela A1 actualizar no cadro de Propiedades da variable resposta para que se actualice o valor de teclado ao introducir ou modificar a resposta na caixa de entrada:

```

Valor(teclado,resposta)

```

Novamente, para aproveitar o espazo dispoñible na ventá da actividade, modificamos o aspecto visual cun estilo minimalista utilizando as iconas dispoñibles en Estilo → Imágenes.

Botóns opcionais

Se o consideramos necesario, podemos engadir de xeito opcional dous novos botóns para mellorar o control e a experiencia do usuario (figura 16).

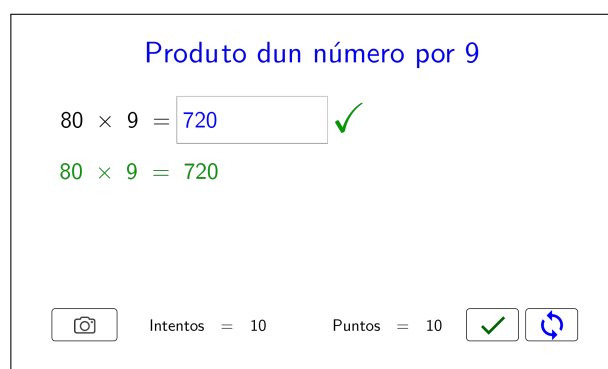


Figura 16: Botóns Fin e Reinicio.

► O botón Fin

O *script* do botón Fin, que terá o nome de variable bfin, conduce a actividade á súa fase final:

```

# Fase final e cualificación.
Valor(fase,3)

```


Como este botón aparecerá cando o alumnado teña 10 puntos, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

```
fase==2 && !(puntos<10)
```

► O botón Reinicio

Ao pulsar o botón Reinicio, que terá o nome de variable breinicio, o alumnado pode reiniciar a actividade inicializando todas as variables:

```
# Reinicio de todas as variables
Valor(acertos,0)
Valor(fase,0)
Valor(intentos,0)
Valor(nc,0)
Valor(np,0)
Valor(numero,0)
Valor(puntos,0)
Valor(resposta,?)
Valor(teclado,?)
```

Como este botón pode estar accesible en todas as fases, agás na fase de pantalla de inicio, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

```
fase>0
```

Pantalla final

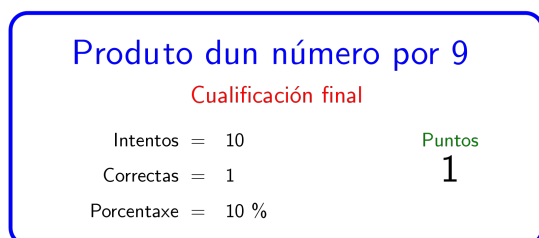


Figura 17: Reconto final.

Unha vez rematada a actividade, podemos engadir o texto treconto que resuma a información que o profesorado considere oportuna e amose a cualificación final obtida polo alumnado (figura 17).

```
\textcolor{0000ff}{\setlength{\fboxrule}{5pt}\cornersize{0.15}\ovalbox{\black{
\begin{array}{rlc}\hspace{220pt}\\[30pt]
\multicolumn{3}{c}{\textcolor{0000ff}{\LARGE\text{Producto dun número por 9}}}\[60pt]
\multicolumn{3}{c}{\textcolor{ff0000}{\LARGE\text{Cualificación final}}}\[60pt]
\text{Intentos}\ = \ & \& \textcolor{007f00}{\text{Puntos}} \ \[30pt]
\text{Correctas}\ = \ & \& \text{huge} \ \[60pt]
\text{Porcentaxe}\ = \ & \% \&
\end{array}
}}
```

Como este texto aparecerá na última fase, indicamos a condición para mostrar o obxecto:

```
fase==3
```

Conclusións

A combinación de GeoGebra, eXeLearning e Moodle ofrece ao profesorado de matemáticas un ecosistema coherente para deseñar actividades autoavaliáveis que integran práctica guiada, corrección automatizada e rexistro da cualificación. A súa integración permite automatizar unha parte significativa das tarefas máis repetitivas e pesadas trasladándoas ao sistema, reservando así máis tempo para a planificación didáctica, o deseño de boas tarefas e a análise do que realmente está a aprender o alumnado, en lugar de dedicar horas á corrección manual e á transcripción de notas.

Para o alumnado, estas actividades constitúen un espazo de práctica no que poden experimentar con seguridade, equivocarse e volver intentalo cunha retroalimentación inmediata que orienta sen dar respostas “en bandexa”. As mensaxes de erro coidadas, as pistas graduadas, os resumos finais de cualificación, o teclado virtual pensado para móbiles ou mesmo a captura de pantalla para portafolios favorecen unha aprendizaxe máis activa e guiada. Estes elementos potencian a autorregulación e axudan a que cada estudante saiba en que punto está, que lle falla e como pode mellorar.

Este modelo de actividade autoavaliábel baséase nunha estrutura en fases gobernada por variables e *scripts* que controlan que se ve na pantalla, como se recollen as respostas e como se calcula a puntuación. A xestión explícita da fase, dos puntos, da corrección e dos obxectos visibles converte cada construción nun pequeno autómatas didáctico, no que o fluxo de pantallas e mensaxes pode ser analizado e mellorado con criterios pedagóxicos, non só técnicos, facilitando así a detección do momento no que se producen os erros, que mensaxes convén reformular e que partes do proceso requiren maior apoio.

O traballo con parámetros aleatorios e caixas de resposta que validan o formato das entradas permite xerar familias enteiras de exercicios a partir dun mesmo esqueleto, mantendo constantes o nivel de esixencia e o tipo de retroalimentación. A mesma actividade pode producir centos de ítems distintos, algo especialmente valioso en matemáticas, onde a práctica repetida con variacións é clave para consolidar procedementos. Unha vez construída unha actividade modelo sólida, esta lóxica faise reutilizable noutros contidos, de modo que cada nova tarefa reaproveita boa parte do traballo previo e reduce significativamente o tempo de preparación e corrección.

Adicionalmente, eXeLearning e Moodle achegan a capa de organización e integración necesaria para que todo este deseño se traduza nunha avaliación continua clara e útil. A publicación das actividades como paquetes SCORM, o rexistro da puntuación no libro de cualificacións e a dispoñibilidade de datos obxectivos sobre o progreso do alumnado permiten avanzar cara a unha cultura de avaliación máis transparente e formativa. O profesorado dispón de información máis rica para axustar explicacións e propostas de reforzo, e pode ir construíndo, curso tras curso, unha verdadeira “factoría” de recursos propios, reutilizables e mellorables, aliñando mellor o que se explica, o que se practica e o que se avalía.

Cómpre recoñecer que este enfoque supón tamén unha curva de aprendizaxe e unha certa dose de experimentación por parte do profesorado: hai que familiarizarse coas ferramentas, asumir a lóxica dos *scripts* e das fases e atreverse a probar, equivocarse e mellorar as primeiras propostas. Con todo, ese esforzo inicial tradúcese nun cambio de mirada sobre as tarefas e a avaliación, gañando en control sobre o que acontece na pantalla e en coherencia entre o que se pretende traballar e o que efectivamente se propón ao alumnado. Ademais, o uso de modelos reutilizables favorece a colaboración entre docentes, a creación de materiais compartidos dentro do departamento e a consolidación dun método de avaliación máis estable e coherente.

Referencias bibliográficas

- [1] Sánchez Pereira, I. (2025): “GeoGebra, eXeLearning e Moodle... Reunídevos!”, *Gamma*, 15, pp. 58–74.
- [2] Cayetano Rodríguez, J. (2024): “Creación de actividades autoevaluables con GeoGebra”, *Lva²*, Vol. I (n.º 1), pp. 113-130.

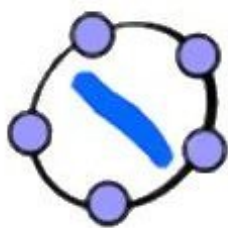
Referencias en liña

- [3] Sánchez Pereira, I.: “Produto dun número por 9”. Dispoñible en: <https://www.geogebra.org/m/xbdrhcbt>
- [4] Sánchez Pereira, I.: “Produto dun número por 9 (Mellorado)”. Dispoñible en: <https://www.geogebra.org/m/esv4n8d3>
- [5] Perfil de Javier Cayetano Rodríguez. Dispoñible en: <https://www.geogebra.org/u/javier+cayetano>
- [6] Cayetano Rodríguez, J.: “Comprobar si un texto contiene operaciones”. Dispoñible en: <https://www.geogebra.org/m/r68edpfe#material/cxfutemr>

Iván Sánchez Pereira

IES Afonso X o Sabio (Cambre)

<ivan.sanchez.pereira@edu.xunta.gal>



Instituto GeoGebra de Galicia



➔ Para inscribirte, cubre o formulario aloxado na páxina web de AGAPEMA:

<https://agapema.org/instituto-geogebra/>

➔ Para calquera cuestión, o correo electrónico de contacto é:

[<geogebra@agapema.org>](mailto:geogebra@agapema.org)

➔ Para máis información, podes atopar o Instituto GeoGebra de Galicia:



Na rede social X:

<https://x.com/geogebra Galicia>



En Facebook:

<https://www.facebook.com/igeogebra Galicia>



En Instagram:

<https://www.instagram.com/igeogebra Galicia>



En BlueSky:

<https://bsky.app/profile/geogebra Galicia.bsky.social>



Na páxina de GeoGebra:

<https://www.geogebra.org/u/igeogebra Galicia>

Orisangaku: Corazón anguloso

MARÍA BELÉN GARRIDO GARRIDO

El aprendizaje de la geometría se enriquece notablemente cuando se incorporan recursos didácticos que invitan a la experimentación. Entre ellos, la papiroflexia (en japonés, *origami*) ofrece un medio especialmente valioso. Al doblar el papel de manera precisa y rigurosa surgen formas que facilitan la exploración concreta y visual de nociones geométricas [1] [2] [3]. Cada pliegue del papel constituye una acción cargada de significado matemático, cuya interpretación permite descubrir relaciones, simetrías y propiedades útiles para la resolución de problemas. De igual manera, los desafíos geométricos tienen un fuerte atractivo ya que despiertan la curiosidad y favorecen la investigación abierta. Un ejemplo notable de esto último son los *sangaku* japoneses: tablillas de madera con dibujos y enunciados que plantean problemas geométricos. Se colgaban en los aleros de los templos y santuarios sintoístas y budistas durante el período Edo (1603 – 1867) no solo como ofrendas a las divinidades, sino también como invitaciones a los visitantes a poner a prueba su ingenio y construir sus propias demostraciones [4].

La unión de estas dos tradiciones –*origami* y *sangaku*– da lugar a una serie de actividades denominadas *orisangaku* [5]: construcción de una figura de papiroflexia y propuesta de un reto geométrico basado en la misma. Resolverlo exige analizar las dobleces, establecer relaciones y realizar cálculos hasta llegar a una conclusión.

La esencia de los *orisangaku* no reside únicamente en reconocer figuras, recordar fórmulas o aplicar algoritmos de forma mecánica, sino en investigar y comprender las propiedades geométricas que emergen de las construcciones. Así, se busca que los estudiantes desarrollen la capacidad de argumentar, demostrar y disfrutar del proceso creativo de la resolución de problemas utilizando un lenguaje matemático claro y adecuado.

Cualquier profesor de matemáticas puede crear sus propios *orisangaku* y diseñar una gran cantidad de este tipo de actividades de distinta complejidad, tanto sobre geometría en el plano como en el espacio. Lógicamente, es muy aconsejable que las figuras de papiroflexia que se utilicen sean sencillas de tal manera que cualquier estudiante pueda doblarlas sin dificultad.

En este artículo presentamos la actividad Corazón anguloso, diseñada para estudiantes de los últimos cursos de Primaria y útil también en la ESO como una forma atractiva de repasar los contenidos básicos relacionados con los ángulos.

Encontramos esta figura en la web del japonés Takaya Iwamoto [6]. La figura es original de Kousei Yamamoto, que tiene publicados varios libros en japonés sobre cómo obtener figuras doblando y haciendo un solo corte. Rápidamente vimos posibilidades matemáticas en ella y diseñamos la actividad que se presenta en este artículo.

Los pasos para conseguir el Corazón anguloso están plasmados en las siguientes figuras. A cada estudiante se le entregarán dos papeles cuadrados que se doblarán igual hasta el paso 7 (Figura 1). A partir de ahí cada papel seguirá un camino diferente. Es conveniente que la persona docente vaya describiendo las instrucciones de doblado paso a paso con un lenguaje matemático.

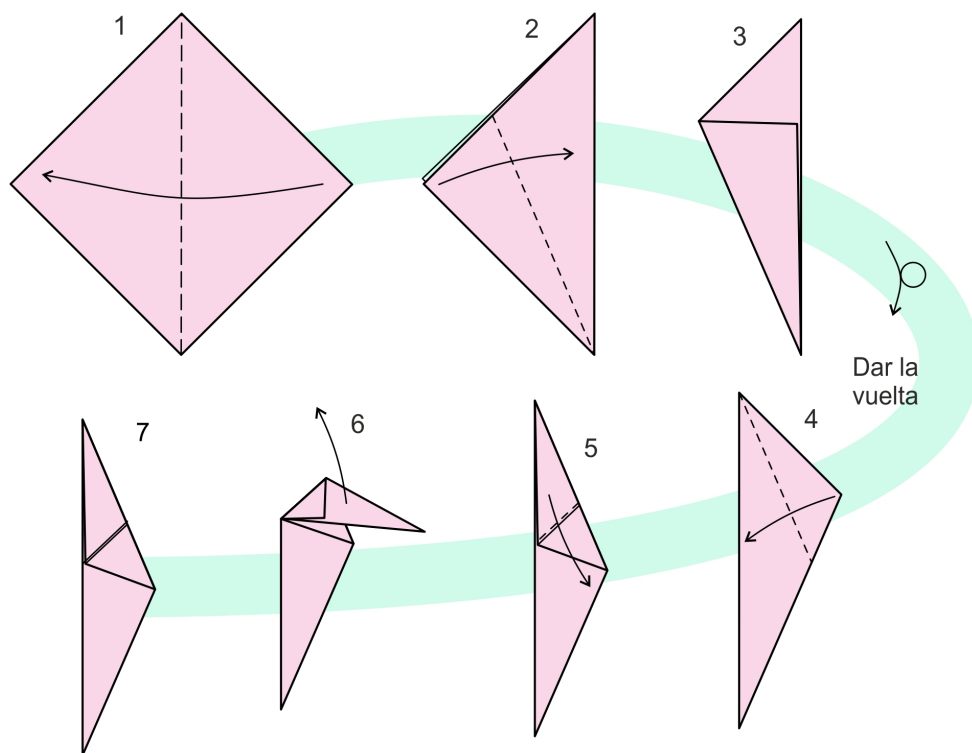


Figura 1: Pasos 1 a 7.

Paso 1. Se coloca el papel cuadrado sobre una superficie plana y se dobla por una diagonal para obtener un triángulo rectángulo isósceles.

Paso 2. Pivotando sobre uno de los vértices de 45° se pliega un cateto hacia delante hasta hacerlo coincidir con la hipotenusa. Con ello, se marca la bisectriz de dicho ángulo.

- Paso 3.** Se le da la vuelta al papel. Se observa que se ha formado un triángulo escaleno.
- Paso 4.** Pivotando sobre el vértice de 45° se pliega el lado menor del triángulo hacia delante hasta hacerlo coincidir con el lado mayor. Este pliegue marca la bisectriz del ángulo de 45° .
- Paso 5.** La figura se compone de tres triángulos. El menor de ellos es isósceles. Se efectúa un pliegue hacia delante a lo largo de la base de dicho triángulo.
- Paso 6.** Se desdobra el paso anterior. Se obtiene la figura que aparece dibujada en el paso 7.

A partir de este punto, cada uno de los dos papeles toma distinto camino (figuras 2 y 3).

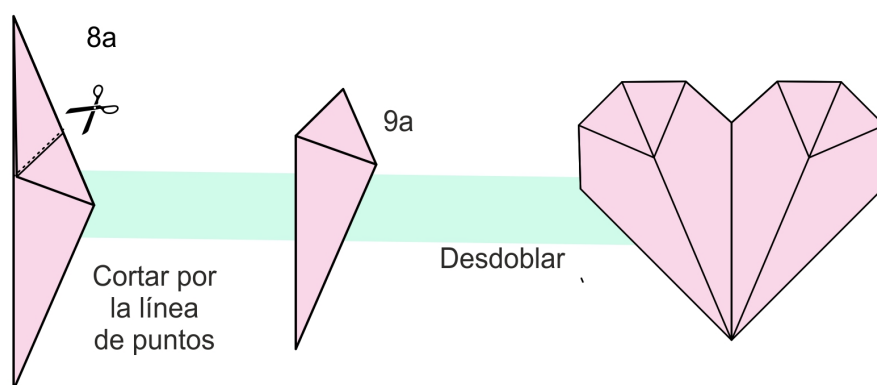


Figura 2: Papel A.

- Paso 8a.** Se cortan todas las capas de papel de la base del triángulo isósceles.
- Paso 9a.** Se despliega completamente el papel. El resultado es una figura con forma de corazón.

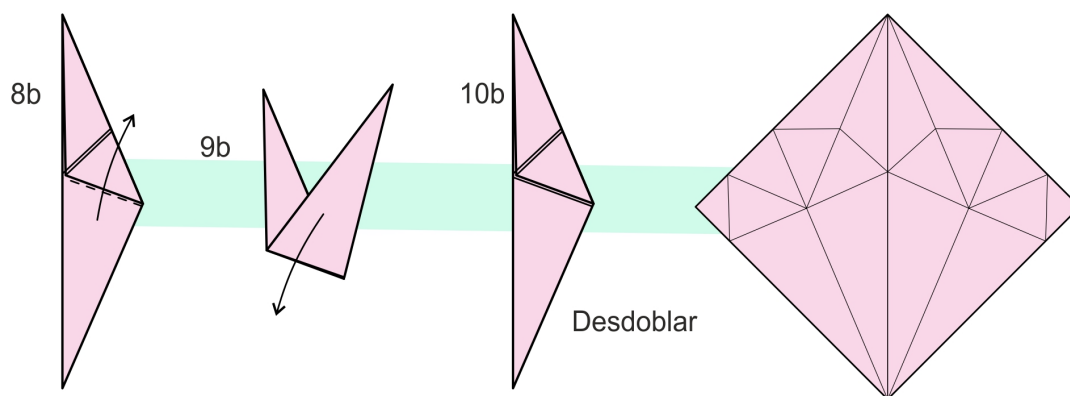


Figura 3: Papel B.

Paso 8b. Se pliega hacia delante siguiendo uno de los lados iguales del triángulo isósceles.

Paso 9b. Se desdobra el paso anterior.

Paso 10b. Se desdobra totalmente el papel. El resultado es un patrón de marcas geométricas sobre la superficie del papel cuadrado.

Basándonos en el papel cuadrado con las dobleces marcadas obtenido en el paso 10b se plantea el siguiente reto *orisangaku*: “Identificar todos los ángulos que aparecen en el papel marcado”.

Este reto puede resolverse a partir de los conocimientos básicos sobre ángulos (figura 4).

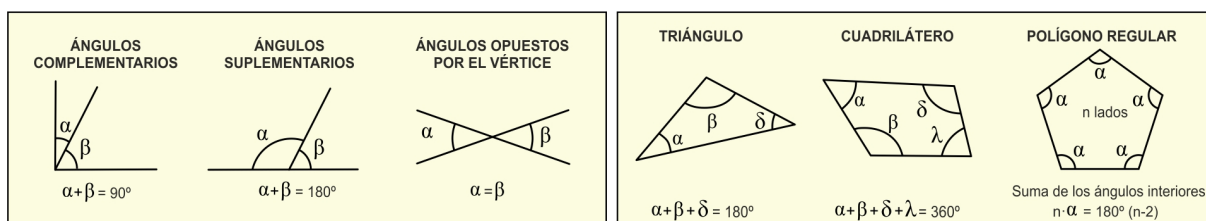


Figura 4

En la Figura 5 aparecen la solución al reto y también una variación si al doblar la figura se omiten los pasos 8b y 9b.

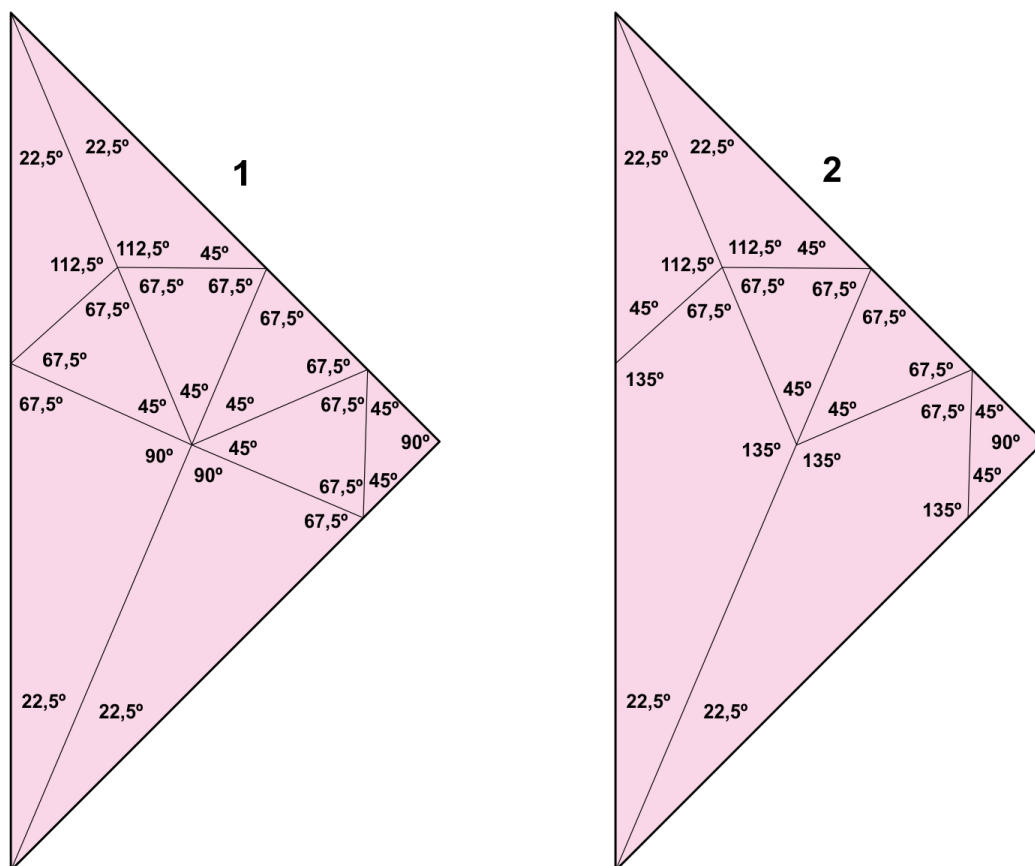


Figura 5

Los *orisangaku* ofrecen un enfoque innovador y creativo para la enseñanza de la geometría. Estas propuestas, además de ayudar a fortalecer la comprensión de conceptos matemáticos estimulan la investigación, la argumentación y el disfrute del aprendizaje. Al combinar lo visual, lo manipulativo y lo lógico, los estudiantes desarrollan habilidades críticas y un vínculo más significativo con la matemática.

Referencias bibliográficas

- [1] Haga, K. (2008): *Origamics: Mathematical Explorations through Paper Folding*, Singapur, World Scientific, NJ.
- [2] Hull, T. (2006): *Project Origami: Activities for Exploring Mathematics*, Wellesley, A K Peters, Ltd.
- [3] Sundara Row, T. (1996): *Geometric Exercises in Paper Folding*, Dover Publications.
- [4] Fouz, F. (2003): “Sangaku: Geometría en los templos japoneses”, *SIGMA*, 22, pp. 173–190.
- [5] Garrido Garrido, M. B. (2016): *Orisangakus. Desafíos matemáticos con papiroflexia*, Madrid, Editorial SM.

Referencias en línea

- [6] Iwamoto, T. *Onecut Origami - A New Pastime for Origami Enthusiasts*: http://www.takayaiwamoto.com/Onecut_Origami/onecut_origami.html

María Belén Garrido Garrido

Colegio Guadalaviar (Valencia)

[<belengarrido@gmail.com>](mailto:belengarrido@gmail.com)

Erros didácticos en matemáticas

PAULO GONZÁLEZ OGANDO

Vou comezar contando algo que me ocorre sempre que vou de viaxe. Non sei se a vós tamén vos pasa. Resulta que unha das “obrigas” que teño cando ando fóra da casa é entrar en todas as librarías que vexo. É máis forte ca min, vexo unha e os meus pés xa se dirixen inmediatamente cara alí. Non me podo controlar. Unha vez dentro, a busca dunha sección de matemáticas é inevitable. Non sempre a hai, claro, aínda que ás veces descubro algún que outro exemplar que trata de ocultarse entre libros doutras temáticas. Mesmo, en ocasións, son quen de controlarme e non comprar nada se é que o que atopo non me enche o ollo en exceso.

Naquela fin de semana que pasei en Santiago non aconteceu isto último. Con isto, ben vedes a maldición que me persegue: vivo en Bueu e da capital galega sepárame unha hora escasa... non obstante, rara é a vez na que fago unha visita por aqueles lares e non dou cos meus ósos nalgunha das librarías da cidade. Foi entre os andeis de certa tenda con nome de poema onde atopei o libro do que aquí vos vou falar. En canto pousei os ollos nel, souben que ese non ía ser un dos días nos que me iría de baleiro, que tiña que pasar por caixa porque outra matelectura estaba en camiño.

Foi unha decisión acertada: gustoume. Como gocei con el, quero compartir a experiencia nestas páxinas. É un libro de didáctica específica, pero desa forma de entender a didáctica que a min é a que máis me presta: próxima á práctica de aula, que non se perde en terminoloxía vacua e insubstancial senón que outorga aos contidos dos que fala a importancia que merecen. É o seu punto forte.

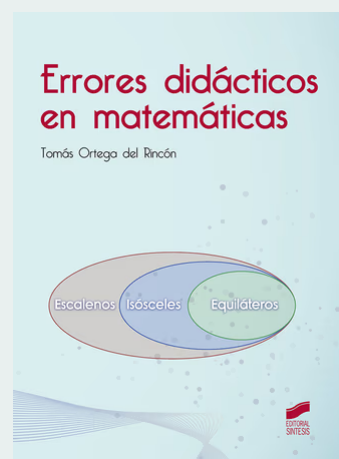
Matelecturas

Non pensades que todo van ser loas, eh? Tamén quero deixar patentes os seus puntos fracos. No fondo, parten desa mesma consideración que me gañou dende un primeiro momento. E é que o autor transmite unha teima evidente e constante: a busca do rigor, evitar a toda costa ambigüidades no tratamento de distintos conceptos matemáticos. Para o meu gusto, quizais resulta un pouco demasiado extremo, case o podemos cualificar de radical nesas matizacións que fai arredor da terminoloxía. Algúns dos erros de rigor que comenta ás veces non son moi relevantes para o alumnado (na miña opinión, en non poucas ocasións é preferible perder rigor para gañar claridade), pero penso que o profesorado si debe ser consciente de todo iso.

Seguindo cos puntos fracos, creo que os exemplos escollidos ás veces non son os idóneos, tamén deixa caer algunha contradición e incluso podemos atopar algún pequeno erro. Tampouco concordo con Ortega ao 100 %: máis ben dá certos argumentos que me parecen altamente discutibles. Gustaríame citar un que vai máis alá das matemáticas: a súa pretensión de que as matemáticas -disciplina concreta, técnica e especializada- debe someterse aos ditados da Real Academia Española (RAE) no tocante á definición dos seus termos, cando a miña opinión é xusto a contraria. Ha de ser ao revés, a RAE está para recoller os termos que se empregan na lingua, no caso de non coincidiren debería ser a RAE a que cambie a súa definición tras as matizacións oportunas chegadas do consenso matemático.

Ficha técnica

Título:	Errores didácticos en matemáticas
Autor:	Tomás Ortega del Rincón
Editorial:	Síntesis
Ano:	2022
Páxinas:	174
ISBN:	9788413571645 (edición en papel) 9788413576923 (edición <i>ebook</i>)
Idioma:	Castelán



<https://www.sintesis.com/libro/errores-didacticos-en-matematicas>

Por enriba de todo, o libro gustoume polo seu enfoque novidoso, centrado nos erros de presentación dos contidos. Polo menos, novidoso para min. E si, os contidos son moi importantes, non me apeo desa burra. Este libro axuda aos docentes de Matemáticas en secundaria a reflexionar sobre como expresamos teoremas e problemas, que termos usamos etc. Unhas consideracións polas que é obrigado pasar algunha vez se pretendemos mellorar a nosa práctica docente. Cousiñas do estilo de saber por que facemos as cousas do xeito en que as facemos, ou por que en secundaria certos conceptos se toman un chisco á lixeira, de tal xeito que un docente universitario se alteraría ao escoitarnos. Porque, é continua a función $\frac{1}{x}$?¹

Outra das características do libro é que parece centrarse máis en cuestións que atinxen ao bacharelato, non tanto á ESO. Teño dúbidas en se apuntar isto no debe ou no haber, pero en todo caso estou seguro que unha maioría das lecturas deste tipo que me atopo non pasan da secundaria obrigatoria. Remexendo entre textos que teñan un ton non excesivamente técnico, pouco academicista, digamos que case divulgativo, é moito máis doado atopar textos pensados para a educación primaria e os primeiros cursos de secundaria. Polo que en todo caso, valóroo coma unha boa noticia e un libro digno da nosa atención.

Persoalmente, penso que esta lectura me supuxo unha mellora neses aspectos, pois certamente saquei boas ideas de aspectos a cambiar ou de problemas interesantes para propoñer. Mesmo naqueles aspectos onde non estou de acordo co que lin, a confrontación do que expón o autor coa miña propia posición serviu para reafirmarme, pero esa reafirmación produciuse dun xeito máis pensado e motivado. Por exemplo, no libro trátase o erro de univocidade simbólica, que exemplifica nos termos de

función inversa e función recíproca. Un debate moi interesante no que tras a lectura decidín seguir facendo máis ou menos o que xa facía: remarcando e explicando a duplicidade do termo 'inversa', e aprendendo a guiarnos polo contexto para saber a cal se pode referir (cando non está claro), pero sen cambiar o nome nin a notación que viña empregando. Para isto último, o cambio tería que ser a grande escala. Creo que, de optar pola proposta de Ortega, o alumnado se enlearía aínda máis se ao consultar un libro ou buscar en Internet, sempre encontrasen unha nomenclatura distinta da que eu uso.

Con este exemplo, dou paso xa á hora de atacar o miolo do libro: os erros didácticos crean no alumnado obstáculos de aprendizaxe de índole conceptual e procedemental, e levados ao extremo, rexeitamento ás Matemáticas e ao profesorado destas. Ortega del Rincón clasifícaa en sete categorías, a cada unha das cales dedica cadanseu capítulo. Trátase de erros didácticos asociados ás representacións, de tipo procedemental, de tipo curricular, asociados ás conceptualizacións, asociados á demostración matemática, tecnolóxicos e de formulación de problemas. Dentro de cada unha desglosa á súa vez varias castes de erros, realizando unha clasificación máis ampla que totaliza 41 tipos diferentes. Non está mal, eh? Hai que ver canto nos equivocamos. Neste artigo comentarei un feixe deles, pero non mencionarei todos porque a idea é que dediques o tempo a ler o libro, mellor que a lerre a min.

Erros asociados ás representacións

Tras un primeiro capítulo, bastante breve, dedicado a introducir a bibliografía relacionada co estudo dos erros, enseguida poñemos as mans na masa cos erros asociados ás representacións dos conceptos e ás transformacións que se realizan nas devanditas representacións.

- › O **erro de extensión** consiste no uso dunha mesma expresión para designar dous conceptos ou situacións semellantes na súa forma pero non no seu significado.
- › O **erro de transgresión** ten que ver co uso de conceptos para xustificar propiedades que non se derivan deles de forma lícita.
- › O **erro de polisemia** pon de manifesto unha falta de correspondencia entre os significados das palabras e os conceptos cos que se queren identificar.
- › O **erro de notación** está asociado co uso indiscriminado das mesmas notacións para representar conceptos diferentes.
- › O **erro de univocidade** leva asociada unha confusión de varios conceptos que racha a univocidade entre varios obxectos matemáticos e as súas representacións.

Ao longo de todo o libro, Ortega explica todos os tipos de erros baseándose en exemplos concretos, habituais e ben coñecidos. No caso dos erros de polisemia, matiza a aplicación dos termos indeterminada/incógnita/variable e raíz/solución/cero. É de recoñecer que, con frecuencia, perdemos precisión neste aspecto. Cónstame que ás veces o seu uso semella case arbitrario, e un erro coma este pode contribuír ás dificultades que agroman no alumnado en non poucas ocasións á hora de diferenciar polinomios, ecuacións e funcións.

O autor afirma que un sistema de representación debe establecer unha correspondencia unívoca entre signos e conceptos, e de non facerse así orixínase un erro didáctico que se enquista como un obstáculo difícil de superar. É aquí onde trae a colación o uso dos termos función inversa/función recíproca, exemplo mencionado hai uns poucos parágrafos, e que reaparece tamén cando falamos da matriz inversa. Como xa expuxen antes, coa súa explicación non conseguiu que adoptase a notación que el propón, pero si que me detivese a reflexionar sobre estas cuestións e entendese mellor os obstáculos aos que se enfronta o meu alumnado cando se achega por primeira vez ao concepto de función inversa.

Un aspecto relacionado coa notación que non se menciona no libro, pero que penso que pode incluírse tamén no apartado de erros de notación, é cando introducimos unha notación nova que racha coa que o alumnado está acostumado. Falo por exemplo de cando escribimos $\text{sen}^2(\alpha)$, que para nós non deixa lugar a dúbida, pero que parte do alumnado non ve de forma inmediata que equivale a $(\text{sen}(\alpha))^2$, que de entrada é a forma que lles resulta máis visual. De feito, seguramente sexa unha parte da explicación de que é o que leva a que en ocasións pensen que a expresión sen^2 ten sentido por si soa.

Erros de tipo procedemental

O **erro de facilitación** prodúcese cando consideramos máis importante que o alumnado non cometa erros nas tarefas propostas a que aprenda con elas, “ocultando” as verdadeiras aprendizaxes detrás da destreza na realización de operacións aritméticas e/ou alxébricas. Aquí Ortega propón enunciar a propiedade distributiva da multiplicación respecto da suma non como é habitual na maioría dos libros de texto, senón da forma contraria: no canto de indicar $a(b + c) = ab + ac$, unha igualdade simbólica da que se fai unha interpretación entre escasa e nula, sería preferible que a expresemos como $ab + ac = a(b + c)$, para explicar que é a propiedade que permite sacar factor común e, así, reducir o número de operacións.

O **erro de clasificación** consiste en clasificar obxectos matemáticos sen ter en conta ningún criterio que estea fundamentado en procesos de índole matemática. Aquí é o onde Ortega sitúa a RAE como entidade de referencia, á que debemos seguir na aplicación dos termos. Como xa expliquei, eu permítome disentir: é a RAE quen debe adaptar os significados que recolle, non nós quen debemos adoptar os termos matemáticos exactamente tal e como deciden na Academia. É por iso que neste apartado non acabei de estar de acordo co autor.

O **erro de inferencia gráfica** está relacionado coa práctica tradicional das representacións que se adoitan facer por continuidade unindo os puntos das gráficas de funcións con ordenadas fáciles de calcular. Nesta parte fala do tratamento das funcións exponencial e logarítmica e aproveita para tratar un problema moi chulo: determinar o valor de a para o que $y = a^x$ e $y = \log_a(x)$ son tanxentes, calculando ese punto de tanxencia (figura 1).

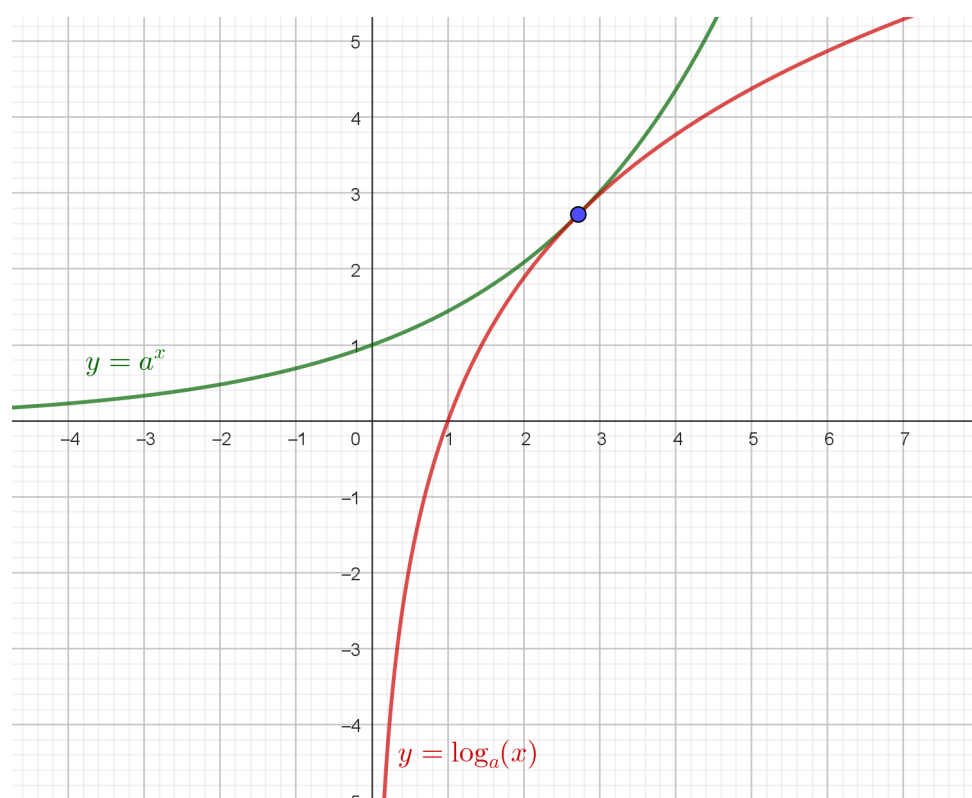


Figura 1: Gráficas tanxentes de $y = a^x$ e $y = \log_a(x)$. Que valor toma a ?

O **erro de vantaxe operacional** pon en evidencia a excesiva importancia que asignamos á obtención de resultados, incluso en situacións onde os procedementos empregados non son lícitos e a súa aplicación debería cualificarse de errónea. Basicamente, estamos a falar por exemplo de aplicar as teses dun teorema de forma indiscriminada, sen pararse a analizar previamente se se cumpren ou non as hipóteses.

Erros de tipo curricular

A formación do corpo docente actual está enormemente influída pola formación que á súa vez recibiron nos seus tempos de estudante, así como pola tradición que marcan, fundamentalmente, os libros de texto, e que foi pasando de xeración en xeración. Esta conxunción de elementos provoca que haxa erros didácticos asociados á elección dos contidos curriculares. Hai unha parte do profesorado que nunca se parou a cavar sobre os motivos que nos levan a impartir uns contidos e non outros: por que damos tanta carga á parte alxébrica ou por que o desenvolvemento do cálculo ten un peso tan grande, mentres que outras ramas pasan polo currículo nas puntas dos pés.

O **erro de transposición** trátao Ortega cun exemplo moi claro e que me ten levado uns cantos desvelos: como introducir o concepto de límite. Persoalmente, paréceme moi difícil atinar coa forma idónea de facelo, pois as definicións intuitivas teñen eivas claras e as máis formais non están ao alcance dunha gran maioría do alumnado, xa que aínda non teñen bagaxe matemática suficiente para comprendelas.

A grande influencia que os libros de texto teñen na práctica de aula revélase co **erro de selección de contidos**. Xa non só na elección de que contidos traballar e cales non, senón en todas as súas vertentes, incluíndo aspectos de escala ou nula relevancia e mesmo que carezan de sentido. O autor exemplifícao moi ben ao falar de polinomios e de funcións polinómicas. Explica que os contidos sobre a aritmética de polinomios levan máis de medio século inalterados, dende que se producira unha alxebraización do currículo e se demostraba en secundaria que os polinomios constitúen un anel conmutativo. Afirmo que dende aquel entón eses contidos aparecen sempre separados dos relativos ás funcións polinómicas, e asegura que isto non debería ser así, xa que todos os resultados relativos aos polinomios teñen un enunciado similar que concerne ás funcións polinómicas.

O **erro de mecanización** é un dos máis mentados e máis discutidos, ou polo menos dos que máis aparecen en foros destinados a un gran público. Trátase do proceso de substituír unha aprendizaxe conceptual por outra operacional, cando o idóneo é que sexan dous procesos que vaian da man. Ortega menciona como se fan innumerables exercicios de cálculo de límites, derivadas ou integrais sen ter acadado unha boa comprensión do concepto de límite, derivada ou integral. Non obstante, el mesmo é consciente dun feito que todo docente de 2.º de Bacharelato ten clarísimo: as universidades son culpables en gran medida deste aspecto, pois dende vello veñen optando por unha proposta exclusiva de exercicios de aplicación nas PAU (antes coñecidas por outro nome, e máis antes por outro... pero dende hai moito tempo o mesmo tipo de proba).

É innegable, e penso que tamén inevitable, que o deseño das PAU determina de forma notable o tipo de docencia que se practica no bacharelato. Aquí Ortega comparte esta opinión, e dálle tanta importancia que alude a isto tanto neste apartado coma no de erros tecnolóxicos, onde o liga co **erro de actualización**; alí propón incluso problemas pensados para resolver con axuda de GeoGebra e que serven para discernir se o alumnado sabe ou non matemáticas. Pero dubido moito que os meus ollos cheguen a ver unhas PAU con problemas dese tipo.

Co **erro mnemotécnico** atácase un tema verdadeiramente candente que ten chegado a provocar algún que outro afervorado debate: cal é a definición de función convexa? Se queredes saber a que conclusión chega Ortega... xa estades tardando en coller o libro e dirixirvos á páxina 73 (polo menos, figura nesa páxina na edición que eu teño).

Erros asociados ás conceptualizacións

O **erro de imprecisión lingüística** consiste en empregar unha palabra de uso frecuente, amplamente coñecida polo alumnado, pero que resulta imprecisa, no canto dunha palabra máis específica pero pouco coñecida. É un feito que as limitacións no vocabulario manexado nos restrinxen á hora de avanzar por camiños máis complexos, debemos tratar de introducir novos vocablos pouco a pouco para poder sermos precisos, pero sempre asegurándonos de que se logra a súa comprensión.

O **erro de ausencia de interpretación** consiste na omisión de certas interpretacións de definicións ou teoremas ou das propias representacións de unhas e outros. É importante considerar varias representacións e acompañalas das correspondentes interpretacións para que sexan significativas para o alumnado, permitindo desta forma construír esquemas mentais íntegros, completos. Ortega usa aquí como exemplo un libro de texto de bacharelato na que tras definir o produto escalar de dous vectores se achega un exemplo e unha representación plana dos vectores, para a continuación realizar os

cálculos correspondentes. Non obstante, ese libro falla en ofrecer unha interpretación que a relacione coa proxección dun vector sobre a recta que contén ao outro.

O **erro de interdisciplinaridade** prodúcese cando un contido que aparece tamén noutras materias se presenta de forma diferente en ambas. É produto directo da habitual falta de comunicación e coordinación entre departamentos que se produce en moitos centros, estando como estamos concentrados nas nosas materias e alleos ás demais. Porén, en Física ou en Debuxo Técnico tratan contidos que tamén traballamos nas materias de Matemáticas. Non sempre mantemos unha liña coherente, creando desta forma dificultades cognitivas ao noso alumnado.

Erros asociados á demostración matemática

Non lle vou descubrir a pólvora a ninguén: en xeral, o alumnado remata a educación secundaria sen unha verdadeira comprensión do que significa ter demostrado un enunciado. Cústalles distinguir un exemplo concreto dun argumento xeral, ou aprehender a noción de contraexemplo. E a frase popular “a excepción que confirma a regra” non axuda, creo.

Para Ortega, o **erro de aplicación** consiste en repetir a demostración dun teorema nun exercicio, no canto de aplicar a tese que establece, tras comprobar que se verifican as súas hipóteses. O **erro de elusión de dificultade** consiste en esquivar unha dificultade de aprendizaxe omitindo a demostración dunha propiedade, invocando unha suposta inmediatez que non é tal. Por un lado, a min isto recórdame aos meus tempos de estudante na facultade, cando o profesor desdeñaba algunha demostración por “trivial”, mentres que eu tiña que deixar os cornos para acadala. Pola outra banda, penso que cando se omite unha demostración nunha aula de bacharelato non sempre é debido a este erro, senón que a omisión pode estar motivada pola xestión do tempo: é simplemente imposible demostrar todas as propiedades que se van vendo, polo menos se se quere cubrir unha parte minimamente aceptable do currículo.

De feito, o propio autor coincide comigo xa que unhas páxinas máis tarde inclúe o **erro de formalismo**, que consiste tanto nun abuso das probas formais entendidas como demostracións axiomáticas, procurando demostrar todo, coma na ausencia total das mesmas, non se demostra nada. Como adoita dicirse, no termo medio está a virtude. O que el propón é unha idea que me gusta: o uso de probas ‘preformais’, cadeas de razoamentos que conteñen a idea fundamental da demostración formal, de carácter máis sinxelo e explicativo ca estas, pero sen necesidade de ser exhaustivas e rigorosas ao cen por cen.

Ademais, Ortega matiza que en ocasións o erro non é exactamente o da elusión de dificultade senón, máis ben, o que denomina **erro de finalización**, que aparece cando no desenvolvemento dun proceso se chega a unha situación complexa e se desiste de completar a demostración, deixándoa inconclusa. Curiosamente, o primeiro exemplo que escolle é o do teorema de Bolzano, unha demostración que eu desterrei das miñas aulas. A primeira vez que impartín a materia de Matemáticas II si que a contei, e servíume para descubrir que perdera o tempo: máis alá dun par de persoas, todas desconectaran e ningunha volvera mirar para a demostración máis adiante. Na seguinte ocasión caín neste erro de finalización, o éxito non fora moito mellor e no sucesivo deixei de incluíla, así que a día de hoxe recoñézome no erro de elusión de dificultade. Nesa materia, máis ca nunca, a xestión do tempo provoca ter que tomar decisións constantemente baseándose no custo de oportunidade, e eu decidín que o tempo que precisa esa demostración prefiro dedicalo a outros mesteres.

Erros tecnolóxicos

Na didáctica das matemáticas, as ferramentas tecnolóxicas deben ser sempre un medio e nunca un fin. Ás veces semella que esquecemos esta máxima e por iso Ortega del Rincón di que facer un uso pouco reflexivo é fonte de erros. Ao mesmo tempo, resalta a importancia desas ferramentas e postula que deben estar integradas na docencia si ou si. De aí a importancia de analizar o tipo de erros nos que nos poden facer caer: usemos as novas tecnoloxías, non podemos darlles a espalda, pero fagámolo de forma consciente e limitando as súas desvantaxes.

O **erro de representación gráfica** aparece da man de representacións gráficas incompletas, nas que non se aprecia a característica principal que se pretende estudar por moito que aparentemente a gráfica sexa nítida. Caemos neste erro cando nos baseamos na percepción visual intuitiva sen analizar a situación de forma axeitada, prescindindo dalgún elemento relevante.

Sirva como exemplo a función definida a anacos representada na figura 2. Para a gráfica empregouse o programa GeoGebra, e unha análise pouco coidadosa pode obviar que non aparece representada a imaxe da abscisa $x = 0$, aínda que na expresión alxébrica da función si está perfectamente definida. Se non se traballa adecuadamente isto pode levar a unha mala comprensión por parte do alumnado, ou a que se deriven erros argumentativos a partir da gráfica.

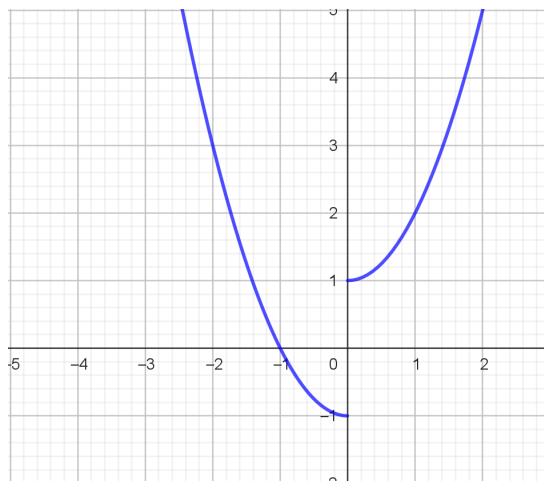


Figura 2: Gráfica da función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$, tal e como a representa GeoGebra.

O **erro de argumentación** é, para min, un dos principais perigos do uso de tecnoloxías: que se perda a noción do que son realmente as matemáticas. O alumnado corre o risco de tomar como verdade absoluta o que ve na pantalla, sen saber por que é verdadeiro, sen sentir como necesario un proceso de argumentación que o avale. De limitarse a reproducir os pasos de construción e ser espectador do resultado, sen realizar argumentación matemática ningunha, está a eliminarse unha parte moi importante, crucial, dos procesos matemáticos. Comprobar non é demostrar, e precisamente a nosa capacidade de abstracción desenvólvese cando traballamos procesos de xeneralización, xustificando o paso de exemplos concretos ao caso xeral.

Erros de formulación de problemas

Este é un tipo de erro moi habitual. A quen non lle pasou que, xa sexa nunha clase ou nun exame, propuxo un problema mal formulado, que non tiña solución (sen pretendelo) ou que non se podía resolver como se pensara con anterioridade. Eu, polo menos, declárome culpable, e sospeito que me vai volver pasar unhas cantas veces. Como é obvio, non é este o tipo de fallos a tratar dentro deste apartado.

Na figura 3 pode verse un problema que cita Ortega e que se parece moito a algún que me teño atopado eu mesmo en libros de texto. Nel, o docente pode estar pensando en que se aplique o teorema do cateto, o teorema da altura ou o teorema de Pitágoras, pero sen percatarse de que os datos ofrecidos son incongruentes. Isto último débese a que de calcular a área a partir dos catetos, é $\frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$, pero a área achada a partir da hipotenusa e a altura sobre ela é $\frac{10 \cdot 5}{2} = 25 \text{ cm}^2$. Ambos os resultados son contraditorios, estamos ante un **erro de imposibilidade**.

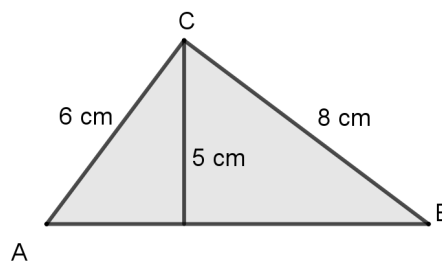


Figura 3: Pídese determinar as proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa.

O **erro de adaptación** prodúcese cando se propoñen actividades inapropiadas para os recursos académicos que ten o alumnado. O matiz está en que pode ocorrer tanto por un lado da balanza (que o problema resulte inabordable) coma polo outro (que resulte trivial). Recoñezo que, sobre todo nos primeiros anos da miña carreira docente, caín nisto algunha que outra vez. E tanto nun caso coma no outro teremos perdido o tempo, porque realmente o noso alumnado non vai aprender nada con esa tarefa.

Cómpre, por tanto, que sexamos coñecedores do currículo dos cursos anteriores e que teñamos, tamén, unha boa coordinación que nos leve a sabermos que ten traballado xa o noso alumnado para podermos partir do seu nivel, nin de máis arriba nin de máis abaixo.

O **erro heurístico** ocorre cando, traballando a resolución de problemas e as estratexias heurísticas que xogan un papel destacado nese proceso, propoñemos problemas que en realidade non requiren a aplicación de ningún tipo de matemática. A min isto lévame a pensar nos típicos acertixos que de cando en cando se fan virais nas redes sociais. De feito, no libro faise mención a un que circulou por WhatsApp en 2019: «Este ano é especial. Ocorre soamente unha vez cada 1000 anos. Este ano a túa idade máis o teu ano de nacemento, é 2019... Por favor, suma a túa idade co teu ano de nacemento e comproba se a resposta é 2019...»². Claro está, aí non hai nada que resolver.

Poderíamos estendelo a moitos outros acertixos de lóxica ou algúns, moi coñecidos tamén, que consisten en mover mistos. Problemas ás veces entretidos, incluso non exentos de dificultade, pero que non sempre teñen realmente matemáticas detrás, aínda que a primeira vista poida parecer que si.

Para rematar este último apartado de erros, Ortega sinala algunhas pautas para a creación de enunciados de problemas, xa que sitúa a resolución de problemas coma o corazón das matemáticas. Inventar problemas novos non é nada doado, sobre todo se falamos de bos problemas, e no libro danse algúns consellos para facelo sen caer nos erros dos que fala antes. Porque despois de pasar por todos os erros, sesudas reflexións mediante, ides ser máis conscientes e coidadosas de aspectos nos que antes non repararades. Tras esta lectura, penso que ides ser mellores docentes.

Notas

1. Non cito este exemplo en balde. Periodicamente xéranse debates nas redes sociais arredor desta cuestión.

2. Fixen unha pequena busca por Internet e atopei unha referencia máis actual, en TikTok:
<https://www.tiktok.com/@gemitagiugliano/video/7267759918030146822>.

Paulo González Ogando

IES Johan Carballeira (Bueu)

<paulo.gonzalez@edu.xunta.gal>

No número anterior da revista presenteivos Overleaf [1], un editor en liña para traballar con $\text{\LaTeX}$, agardando que a simplicidade que supón só ter que rexistrarvos (en lugar de instalar *software* específico) vos anime a dar ese primeiro paso para empregar este excelente sistema tipográfico.¹

Para quen prefira traballar en local, hai excelentes opcións como por exemplo MiKTeX [2] ou TeX Live [3] (ambas dispoñibles para diversos sistemas operativos) que vos animo a probar.

Unha vez escollido o editor que mellor se axuste aos nosos gustos e necesidades, o único que necesitamos é empezar a familiarizarnos co código propiamente dito.

Xa mencionei algúns dos comandos máis empregados na primeira entrega desta sección, mais nesta gustaría-me poñer o foco no seu uso nas aulas de secundaria. Seguimos traballando a un nivel básico mentres nos familiarizamos con elementos frecuentemente empregados ao impartir temas de aritmética, álgebra, análise, xeometría e probabilidade.

Imos partir dun documento básico como o seguinte, ao que iremos engadindo contidos no corpo do documento. Calquera paquete adicional que se mencione engadirase antes dos devanditos contidos, no mesmo lugar que os que xa temos por defecto.

```
\documentclass[12pt,a4paper]{article}
\usepackage{graphicx}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage[spanish]{babel} % tamén dispoñible en: galician
\usepackage{amsmath, amssymb} % básicos para matemáticas
\begin{document}
Aquí imos escribir o contido do noso documento. \\
Podemos organizalo de tal xeito que cada parágrafo teña varias liñas.
\end{document}
```

Observade que no código aparece ás veces un signo % seguido de texto: é un **comentario**.

Os comentarios son ignorados ao compilar, polo que podemos aproveitar para facer tantas anotacións como consideremos necesarias. Son esenciais para lembrar para que valen paquetes cos que aínda non esteamos familiarizados.

É importante resaltar tamén que **o salto de liña no noso editor non equivale a un salto de liña no documento resultante**. Se queredes crear unha liña nova dentro do mesmo parágrafo, podedes utilizar `\newline` ou simplemente `\\` como fixen no exemplo. E se queredes crear un novo parágrafo, debedes introducir **dots** saltos de liña no editor.

Aínda que en primeira instancia poidan parecer equivalentes, o parágrafo permite unha configuración (como indentado ou espazado) que é interesante coñecer se decidides crear documentos máis elaborados e/ou con moito texto.

Aritmética

Escribir números enteiros e operacións elementais non ten ningunha dificultade. Empregaremos os atallos dos ambientes `\( ... \)` ou `$ ... $` para escribir en liña, e `\[ ... \]` para crear un ambiente `equation*`, é dicir, unha ecuación non numerada.

O debate sobre a idoneidade do uso de `\( ... \)` sobre `$ ... $` non é novo, pero para un usuario básico as vantaxes son tan marxinais que na miña opinión ambos son igualmente válidos. Como veredes nos exemplos a continuación, eu adoito empregar símbolos de dólar cando as expresións matemáticas son curtas, pois resulta visualmente máis claro. Porén só é unha preferencia persoal.

```
Suma:      $ 3 + 2 = 5 $
Diferenza: $ 3 - 2 = 1 $
Produto:   $ 3 \times 2 = 6 $ ou $ 3 \cdot 2 = 6 $
Cociente:  $ 3 : 2 = 1,5 $ ou $ 3 \div 2 = 1,5 $
```

Suma	Diferenza	Produto	Cociente
$3 + 2 = 5$	$3 - 2 = 1$	$3 \times 2 = 6$	$3 : 2 = 1,5$
		$3 \cdot 2 = 6$	$3 \div 2 = 1,5$

Figura 1: Operacións elementais.

Para as fraccións empregaremos o comando `frac`, que é un deses formatos que varían dependendo de se o empregamos en liña ou como fórmula.

Se temos interese en obter en liña o mesmo formato que obteríamos cunha fórmula, podemos empregar o comando `displaystyle`. En particular para as fraccións adoita ser máis cómodo empregar o atallo `dfrac`, que equivale ao uso conxunto de `displaystyle` e `frac`.

Nos datos dun problema empregamos `\frac{1}{3}` para escribir en liña a fracción.
 A mesma fracción, nunha fórmula, aparece centrada nun novo parágrafo: `\[\frac{1}{3}\]`
 Pero con `\dfrac{1}{3}` escribimos unha fracción en liña dese mesmo tamaño.

Nos datos dun problema empregamos $\frac{1}{3}$ para escribir en liña a fracción.
 A mesma fracción, nunha fórmula, aparece centrada nun novo parágrafo:

$$\frac{1}{3}$$

Pero con $\dfrac{1}{3}$ escribimos unha fracción en liña dese mesmo tamaño.

Figura 2: Uso dos comandos `frac` e `dfrac` para escribir fraccións.

Outros números que debemos ter en conta ao formatar son os **decimais periódicos**.

Non é inusual ver o período marcado cunha liña horizontal ao estilo anglosaxón empregando `overline`, aínda que tamén podemos optar por unha versión máis angulosa con `widehat`. Pero, se queremos un formato máis coidado, compensa engadir o paquete `yhmath`[\[8\]](#) para poder usar o comando `wideparen`. Podedes ver unha comparativa do resultado deses comandos na figura 3.

`$ 5,4\overline{27} $`
`$ 5,4\widehat{27} $`
`$ 5,4\wideparen{27} $`

<code>overline</code>	$5,4\overline{27}$
<code>widehat</code>	$5,4\widehat{27}$
<code>wideparen</code>	$5,4\wideparen{27}$

Figura 3: Distintos formatos para decimais periódicos.

As **potencias** indícanse co símbolo $\wedge$.

Hai que ser algo coidadosos cando o expoñente teña dous ou máis caracteres, pois temos que asegurarnos de aplicar o expoñente a todos eles: para iso empregamos chaves, tal e como podemos ver na figura 4.

Aproveito para mencionar que os espazos en modo matemático non se reflicten no resultado, así que se queremos separar grupos de cifras debemos introducir un espazo horizontal fino, con `\,` ou `\;`.

`$ 2^{-1} = 0,5 $`
`$ N_0 = 6,022 \,, 140 \cdot 10^{23} $`

$2^{-1} = 0,5$
$N_0 = 6,022\,140 \cdot 10^{23}$

Figura 4: Potencias con varios díxitos no expoñente.

Por outra banda, as **raíces cadradas** escríbense co comando `sqrt` (*square root*).

Para as raíces de calquera outro índice emprégase o mesmo comando, especificando o devandito índice entre corchetes como parámetro opcional, tal como se ve na figura 5.

```
$ i=\sqrt{-1} $  
$ \sqrt[3]{8}=2 $
```

$$i = \sqrt{-1}$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

Figura 5: Raíces cadradas e doutros índices.

Finalmente, os **logaritmos** escríbense empregando o comando `log` e un indicador de subíndice `_` para a base do mesmo. O logaritmo neperiano ten a súa propia función, chamada `ln`.

Se non empregas estas funcións, ΛT_EX escribirá o teu texto en cursiva como se fosen incógnitas.

```
$ \log{1000} - \log_{12}{144} = 1 $  
$ \ln{2^3} = 3 \cdot \ln 2 $
```

$$\log 1000 - \log_{12} 144 = 1$$

$$\ln 2^3 = 3 \cdot \ln 2$$

Figura 6: Logaritmos de distintas bases.

Cando temos operacións combinadas empregamos **parénteses, corchetes ou chaves** (estas últimas obtéñense con `lbrace` e `rbrace`).

Cando a nosa expresión ten elementos de maior tamaño (como as fraccións con `dfrac`), podemos indicar que queremos que os parénteses se axusten a eses elementos. Facémolo indicando `left` e `right` ao abrir e pechar respectivamente.

```
$ \left(\dfrac{2}{3} \right)^2 $  
$ \left[ (x+1)^2 - 1 \right]^3 $
```

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (-3)^3$$

$$[(x+1)^2 - 1]^3$$

Figura 7: Parénteses con tamaño axustado.

Se lembramos que o símbolo `%` se emprega para facer comentarios en ΛT_EX, está claro que algo diferente teremos que facer para escribir **porcentaxes**. Moitos símbolos deste tipo poden escribirse literalmente se colocamos unha barra diante deles: neste caso, `\%`.

Se empregamos o paquete `babel` en español ou galego, aplicarase de xeito automático a convención pola que o símbolo de porcentaxe debe ir separado do número ao que acompaña, polo que non é necesario engadir espazo adicional.

```
$ 40 \% $ de $ 100 $ euros
```

40 % de 100 euros

Figura 8: Porcentaxe.

Ás veces, sobre todo nos últimos niveis de secundaria, desexamos indicar a que **conxunto numérico** pertencen os valores cos que estamos traballando. Aos conxuntos de números naturais, enteiros, reais etcétera dámoslle formato co comando `mathbb`.

```
$ z=3+4i \in \mathbb{C} $  
$ \sqrt{-2} \notin \mathbb{R} $
```

$$z = 3 + 4i \in \mathbb{C}$$

$$\sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$$

Figura 9: Conxuntos numéricos.

Un pouco máis avanzado, pero útil se queremos escribir as solucións a exercicios para o alumnado nos niveis máis baixos, é o paquete `xlop` [9]. Recomendaría ler a súa documentación pois hai diversos parámetros opcionais, como poden ser o símbolo decimal para amosar ou o número de pasos a realizar nunha división non exacta.

```
\opadd[decimalsepsymbol={,},carryadd=false]{32.28}{52.3}
\opsub[decimalsepsymbol={,}]{32.28}{52.3}
\opmul[decimalsepsymbol={,}]{32.28}{52.3}
\opdiv[decimalsepsymbol={,},maxdivstep=4,dividendbridge]{1379}{3}
```

$$\begin{array}{r}
 32,28 \\
 + 52,3 \\
 \hline
 84,58
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 52,30 \\
 - 32,28 \\
 \hline
 20,02
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \times 32,28 \\
 52,3 \\
 \hline
 9684 \\
 6456 \\
 \hline
 16140 \\
 1688,244
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{)1379} \\
 17 \\
 \hline
 29 \\
 20 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 459,6
 \end{array}$$

Figura 10: Resultado dos exemplos do uso do paquete xlop.

Álgebra elemental

Unha vez que coñecemos os comandos elementais para operacións, traballar con outras expresións é doado. Só necesitamos ter en conta un par de aspectos máis.

Por exemplo, neste ámbito é máis frecuente ter exercicios con varios pasos que desexamos relacionar con frechas de implicación (`\implies`). Outros símbolos con forma de frecha teñen nomes tan intuitivos como `\Leftarrow`, `\Rightarrow` e `\Leftrightarrow`, alternativamente en minúscula para frechas simples, ou do tipo `\longrightarrow` se desexamos que sexan máis longas.

Ademais, adoita ser boa idea separar o texto horizontalmente, para que os pasos se distingan a simple vista. Para engadir espazo adicional podemos empregar `\quad` ou `\qquad`, entre outros.

Tede en conta tamén a posibilidade de usar o símbolo `\pm` (*plus minus*) cando sexa conveniente, como podedes ver no exemplo da figura 11.

```
$ x^2 = 25 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 5 $
$ ax^2+bx+c=0 \quad \implies \quad x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
```

$$x^2 = 25 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 5 \qquad ax^2 + bx + c = 0 \quad \implies \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Figura 11: Ecuacións de segundo grao.

Para os **sistemas** de ecuacións tipicamente desexamos ter unha chave á esquerda, para o que podemos empregar o ambiente `cases`. Este ambiente permítenos indicar tantas ecuacións como queiramos, separándoas co símbolo de salto de liña (`\`).

```
\( \begin{cases}
5x+2y=1 \\
6x-3y=2
\end{cases} \)
```

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 6x - 3y = 2 \end{cases}$$

Figura 12: Sistema de ecuacións.

Se traballamos con **inecuacións** e sistemas de inecuacións, podemos escribir as desigualdades estritas directamente co teclado. Cando non son estritas empregamos `\leq` (*less or equal*) e `\geq` (*greater or equal*).

```
\( \begin{cases}
5x+2y \leq 1 \\
6x-3y \geq 2
\end{cases} \)
```

$$\begin{cases} 5x + 2y \leq 1 \\ 6x - 3y \geq 2 \end{cases}$$

Figura 13: Sistema de inecuacións.

Entre os paquetes para usuarios con algo de experiencia recomendaría `polynom` [10], que como o seu nome indica está pensado para traballar con polinomios.

Ten diversas aplicacións, pero en particular resulta moi útil para dar formato a divisións realizadas coa **regra de Ruffini**, tamén coñecida como método de Horner, tal e como podedes ver na figura 14. Ademais do polinomio que queremos dividir, debemos indicar tamén o termo independente do binomio $x - x_0$ entre o que desexamos realizar a división.

```
$ \polyhornerscheme[x=-1]{3x^3-14x^2-23x-6} $
$ \polyhornerscheme[x=6]{3x^2-17x-6} $
```

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & -14 & -23 & -6 \\ & & -3 & 17 & 6 \\ \hline & 3 & -17 & -6 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|rrr} 6 & 3 & -17 & -6 \\ & & 18 & 6 \\ \hline & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

Figura 14: Factorización empregando a regra de Ruffini.

Álgebra matricial

Tipograficamente as matrices son táboas con valores numéricos delimitadas por parénteses ou corchetes, segundo a nosa preferencia, así que funcionan de xeito análogo a unha táboa (`tabular` cando estamos en modo texto, `array` cando estamos en modo matemático): o símbolo `&` para pasar á columna seguinte e o salto de liña (`\\`) para cambiar de fila.

Tendo isto en conta, basta con saber que o ambiente `pmatrix` permite escribir matrices entre parénteses, `bmatrix` entre corchetes e `vmatrix` entre liñas verticais.

```
$ A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} $
$ A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} $
$ \lvert A \rvert = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -10 $
```

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \qquad |A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -10$$

Figura 15: Matrices e determinantes.

Análise

A estas alturas, escribir unha función elemental non debería supor ningunha dificultade.

Para escribir unha **función a anacos** podemos empregar novamente o ambiente `cases`. É interesante ter en conta que este ambiente tamén permite un formato en columnas separadas polo símbolo `&`.

Para que quede esteticamente agradable, debemos lembrar que en modo matemático non se introducen espazos, pero si en modo texto. Polo tanto para separar o termo condicional da desigualdade á que acompaña debemos asegurarnos de que o `text` leve o espazo correspondente.

```
\( f(x) = \begin{cases}
2x-1 & \text{se } x < 0 \\
-1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\
3x+2 & \text{se } x > 2
\end{cases} \)
```

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{se } x < 0 \\ -1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 3x + 2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Figura 16: Función a anacos.

Para traballar con **límites** empregamos o comando `lim`, en combinación cun subíndice (entre chaves pois ten varios caracteres) no que aparece unha frecha curta que se indica con `to`. Por certo, se precisamos un signo de infinito empregamos o comando `infty`.

Debemos observar a diferenza entre os dous modos matemáticos e, se o desexamos, podemos empregar `displaystyle` cando escribimos en liña. Neste caso en particular, tamén temos a alternativa de `\lim \limits` que podesdes ver no exemplo 17.

```
$ \lim_{x \to +\infty} f(x)$
$ \lim \limits_{x \to +\infty} f(x)$
```

en liña: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
`displaystyle:` $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Figura 17: Límites de funcións.

Dun xeito totalmente análogo empregamos `int` para escribir **integrales**. No caso das integrais definidas, os extremos de integración indícanse como un subíndice e un superíndice.

```
$ \int_0^2 f(x) \, dx$
$ \displaystyle \int_0^2 f(x) \, dx$
```

en liña: $\int_0^2 f(x) \, dx$
`displaystyle:` $\int_0^2 f(x) \, dx$

Figura 18: Integrales definidas.

Xeometría

Interézanos coñecer distintos símbolos para denotar elementos xeométricos variados. Para os segmentos empregaremos novamente `overline`, para os triángulos `widetriangle`, para os vectores `vec` ou `overrightarrow`, para o ángulo nun vértice `hat` ou `widehat`, para os ángulos formados por vectores ou rectas usamos `angle` ou `measuredangle`.

Se desexamos escribir os nosos vectores en columna, tratarémolos como unha matriz na que só hai un elemento por fila.

```
$ \overline{AB}$
$ \overrightarrow{PQ} = (3,-2) $
$ \theta = \angle(\vec{u}, \vec{v}) $
```

$$\overline{AB}$$

$$\overrightarrow{PQ} = (3, -2)$$

$$\theta = \angle(\vec{u}, \vec{v})$$

Figura 19: Algúns elementos xeométricos.

O paquete `siunitx` [11] ofrece algunhas vantaxes no uso das unidades do Sistema Internacional, entre as que destaca o comando `ang` para presentar ángulos en **graos sexaxesimais** dun xeito sinxelo. Funciona tanto en modo texto como en modo matemático, e cómpre destacar a diferenza entre deixar algún dos parámetros en branco ou poñer un valor 0, tal e como podesdes ver no exemplo 20.

`\ang{32;0;15}`

`\ang{32;;15}`

$32^{\circ}0'15''$

$32^{\circ}15''$

Figura 20: Ángulos en graos, minutos e segundos.

Do mesmo xeito que a función logarítmica ten o seu propio comando, tamén o teñen as funcións trigonométricas: $\cos$, $\sin$ (ou $\sin$, dependendo da lingua seleccionada no paquete babel), $\tan$ (ou $\tg$).

`$ \tan \theta = \dfrac{\sen \theta}{\cos \theta} $`

`$ \cos^2 \alpha + \sen^2 \alpha = 1 $`

$$\tan \theta = \frac{\sen \theta}{\cos \theta}$$

$$\cos^2 \alpha + \sen^2 \alpha = 1$$

Figura 21: Expresións trigonométricas.

Probabilidade

Na **álgebra de conxuntos** precisamos definir as operacións unión (cup) e intersección (cap). Para o complementario empregaremos unha vez máis `\overline`.

`$ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) $`

`$ P(\overline{A}) = 1 - P(A) $`

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Figura 22: Cálculo de probabilidades.

Para empregar a distribución binomial precisamos un número combinatorio, para o cal empregamos o comando `\binom`. Unha vez máis, pode interesarnos moitas veces escribir con `\displaystyle` incluso se escribimos en liña.

`$ P[X=x] = \binom{n}{x} \cdot p^n \cdot (1-p)^{n-x} $`

`$ \displaystyle P[X=x] = \binom{n}{x} \cdot p^n \cdot (1-p)^{n-x} $`

$$P[X = x] = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}$$

$$P[X = x] = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}$$

Figura 23: Coeficiente binomial na distribución do mesmo nome.

Con estas breves indicacións, que obviamente non son exhaustivas, calquera docente de matemáticas está en condicións de elaborar materiais sinxelos para a aula.

Agardo que vos resulte de utilidade!

Referencias en liña

- [1] Overleaf: <https://www.overleaf.com>
- [2] MiKTeX: <https://miktex.org/>
- [3] Tex Live: <https://www.tug.org/texlive/>

- [4] Documentación do paquete `graphicx`: <https://ctan.org/pkg/graphicx>
- [5] Documentación do paquete `fontenc`: <https://ctan.org/pkg/fontenc>
- [6] Documentación do paquete `babel`: <https://ctan.org/pkg/babel>
- [7] Documentación do paquete `amsmath`: <https://ctan.org/pkg/amsmath>
- [8] Documentación do paquete `yhmath`: <https://ctan.org/pkg/yhmath>
- [9] Documentación do paquete `xlop`: <https://ctan.org/pkg/xlop>
- [10] Documentación do paquete `polynom`: <https://ctan.org/pkg/polynom>
- [11] Documentación do paquete `siunitx`: <https://ctan.org/pkg/siunitx>

Notas

1. Posteriormente á redacción deste artigo, OpenAI lanzou un novo editor en liña chamado Prism. Aínda está a dar os seus primeiros pasos pero, tendo en conta as características que oferta de balde, pode ser outra alternativa a explorar.

Laura Figueiredo Iglesias

IES María Soliño (Cangas)

<laurafigueiredoiglesias@gmail.com>



Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

<https://fespm.es/>

Sociedades Federadas

Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya

Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales»

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Sociedad Asturiana de Educación Matemática «Agustín de Pedrayes»

Sociedad Canaria de Profesorado de Matemáticas «Luis Balbuena Castellano»

Asociación Castellana y Leonesa de Educación Matemática «Miguel de Guzmán»

Ensinantes de Ciencias de Galicia (ENCIGA)

Sociedad Extremeña de Educación Matemática «Ventura Reyes Prósper»

Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas «Emma Castelnuovo»

Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria

Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas «Tornamira»

Sociedad «Puig Adam» de Profesores de Matemáticas

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana «Al-Khwarizmi»

Sociedad Castellano Manchega de Profesores de Matemáticas (SCMPM)

Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia (SEMRM)

Sociedad Riojana de Profesores de Matemáticas «Aprima»

Asociación Galega do Profesorado de Educación Matemática (AGAPEMA)

Sociedad Melillense de Educación Matemática

SBM – XEIX Societat Balear de Matemàtiques

Asociación de profesorado de Matemáticas de Euskadi «EMIE 20+11»

GAMMA
a c t i v i d a d e s

Pouco despois de comezar o curso 2024/2025, tivemos unha reunión na que se tomou a decisión de organizar o IV Día GeoGebra de Galicia. Foi unha decisión fácil: tras o éxito da III edición, celebrada en Moaña en maio do ano 2023, se algo non faltaba eran as ganas de darlle continuidade a esta actividade.

O que resultou algo máis complicado foi chegar a un acordo respecto do lugar de celebración. Barallamos varias cidades e vilas, ponderamos os pros e contras, e finalmente acordamos celebrar o evento en Ourense... incluso a pesar de non ser unha localización especialmente cómoda para boa parte do comité organizador.

Aínda máis difícil foi dispoñer unha data. Dúas cousas estaban claras: tiña que ser en sábado e tiña que ser antes de rematar o curso 2024/2025. Tras descartar inicialmente vacacións e períodos con sesións de avaliación, outro aspecto enseguida agromou tamén: temos a sorte de que en Galicia hai moitas actividades. Rebumbio, Olimpíada, Feira, Matemáticas na Raia, Matemáticas na Rúa... a nosa pretensión era que non coincidise con ningunha delas, e iso significou ter que riscar unha chea de datas no calendario.

Con xa poucas opcións, outra máxima era que os membros do comité organizador estivésemos dispoñibles, xa que boa falta fai toda axuda posible; non sobra a xente, de feito calquera persoa que se queira incorporar ao grupo será benvinda. Iso supuxo riscar algunhas datas máis. Ao rematar ese proceso, no calendario xa só quedaba un sábado incólume: o 15 de febreiro de 2025. Unha vez fixada a data, tocaba poñerse a traballar.

Actividade

Pero unha cousa é decidir que nos imos reunir en Ourense e outra especificar un lugar concreto. Tras establecer algúns contactos, en pouco tempo xa tiñamos “contratado” o IES As Lagoas (figura 1). Sabia decisión: finalmente revelou-se como unha localización comfortable na que puidemos traballar con comodidade.

Para abrir o período de inscrición, xa sabendo día e lugar, só procuramos un dato máis: a estrela invitada. Se en 2023 tivemos o inmenso pracer de contar con Javier Cayetano, de quen moito aprendemos, para o 2025 este aspecto levounos tan pouco choio coma daquela. E é que mencionamos uns poucos nomes pero deseguida optamos polo de Bernat Ancochea; unha vez contactado non tardou en dicir que si. Ese é o momento no que realmente te decatas de que o Día GeoGebra arrincou.



Figura 1: IES As Lagoas de Ourense.

Con esa información é coa que, no mes de novembro, se abriu a posibilidade de inscribirse. Déuselle publicidade nas redes sociais (figura 2) do Instituto GeoGebra de Galicia (IGG); aproveitamos agora este espazo para animarvos a que nos sigades en Facebook (@igeogebra Galicia), Instagram (@igeogebra Galicia), X (@GeoGebraGalicia) e Bluesky (@geogebra Galicia.bsky.social), onde imos colgando a información que concerne ao IGG.



Figura 2: Cartel co que se promocionou o día GeoGebra nas redes sociais.

No mes de xaneiro pecháronse as comunicacións e os obradoiros que ían formar parte do programa. En canto esta información foi definitiva publicouse e difundíuse; foi a partir de aí cando chegaron o groso das inscricións, xa nas semanas previas á celebración da xornada.

Finalmente, foron máis de 60 as persoas que apareceron en Ourense o día 15 de febreiro. Unha conferencia plenaria, catro comunicacións e dúas franxas de obradoiros, a elixir entre tres opcións en cada franxa. Total: unha xornada de oito horas para aprender, para compartir, para comunicar, para aconsellar, para gozar, para “geogebraar”.

As xornadas coma esta adoitan empezar todas da mesma maneira: cunha inauguración. Nós pensamos que esta debe ser breve, pois o que está desexando todo o mundo é adentrarse no miolo e poñerse ao choio sen preámbulos. Nesta ocasión prendeu a mecha Julio Rodríguez Taboada (figura 3), na súa dobre condición de presidente de Agapema e presidente da FESPM (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas), que dirixiu unhas palabras coas que agradeceu a súa presenza a todas as persoas que alí estaban.



Figura 3: Julio Rodríguez (ao micrófono) inaugura a xornada.
A continuación, Dèbora Pereiro (esquerda) presentaría a Bernat Ancochea (dereita).

Xusto a continuación tomou a palabra Dèbora Pereiro Carbajo, presidenta do Instituto GeoGebra de Galicia, que procedeu a presentar a Bernat Ancochea Millet cunhas verbas cheas de cariño e admiración. Como xa se dixo, Bernat foi o encargado de pronunciar a conferencia plenaria, que tivo por título *¿Hasta dónde podemos llegar con GeoGebra?* (figura 4).

Foi a súa unha charla apaixonada e chea de emoción. O chorro de coñecementos que nos quería mostrar era tan grande que case chegaba a abafar. Foi unha mágoa que durase algo menos dunha hora e media, pois quedamos coa sensación de que non houbo tempo para que contase todo o que el quería, nin todo o que a nós nos gustaría escoitar. Bernat transmitiu como ve el o mundo, con mirada matemática, como é habitual que faga modelos con GeoGebra de obxectos aparentemente anódinos que atopa pola rúa un día calquera. Ensinounos co GeoGebra curvas en dúas dimensións, pero tamén superficies regradas ou corpos de revolución en tres dimensións. Ficou claro que el ocupa unha dimensión distinta ca nós: que dominio, que coñecementos, que mestría. Pagou a pena o día só por poder presumir de ter escoitado a Bernat Ancochea.



Figura 4: Bernat Ancochea na conferencia inaugural.

Tan intensa foi esa primeira conferencia que, ao rematar, fixemos o primeiro descanso: unha pequena pausa para tomar un café que viña adobiado con biscoito e tortilla. Algo que ocorre non só no Día GeoGebra, senón en todo este tipo de congresos, é que estas paradas non supoñen unha interrupción, realmente son unha continuación. É arredor do café onde se producen intercambios de experiencias e de ideas, onde se reflexiona sobre o que se acaba de ver e de escoitar e onde se argalla de cara ao

futuro. Abofé que as pausas poden chegar a ser tan ou máis frutíferas que unha conferencia ou un obradoiro.

O resto da mañá estivo composto por tres comunicacións de tres temas ben variados. A primeira quenda foi para M.^a Jesús Casado Barrio, César Docanto Vázquez, Débora Pereiro Carbajo e Sandra Sambade Nieto, que nos faláron de *REA con chave G*. Compartiron con nós a súa experiencia no desenvolvemento de REA (Recursos Educativos Abertos), amosando os *applets* de GeoGebra que elaboraron para incluír nun de nome *Desmontando monumentos coa chave G*, que combina a xeometría coa riqueza do noso patrimonio arquitectónico, con exemplos de pazos, hórreos ou pombais. Este REA enmárcase nun proxecto máis amplo que xusto se estaba dando a coñecer na época de celebración da xornada: o cREAgal, impulsado pola Consellería de Educación da Xunta de Galicia, que conta ademais cunha licenza CC BY-NC-SA.

Cambiando de terzo de forma notable, a continuación Sofía Cendán Castillo deleitounos con *Ache-gARTE a GeoGebra*. Experiencias saídas das súas aulas, algunha delas moi poucos días antes do Día GeoGebra; Sofía é unha persoa amante da música e buscou ideas neste terreo para inspirar ao alumnado e enriquecer a súa experiencia educativa. Expuxo varias actividades musicais e artísticas que, aplicadas na clase, lle serviron para motivar ao alumnado na materia de Matemáticas en temas que non sempre son do seu agrado, como por exemplo o mínimo común múltiplo.

A mañá rematou con Alberto Fortes Novoa e *GeoGebra ferramenta interdisciplinar*. Alberto é unha persoa que ten unha ampla experiencia no uso de GeoGebra non só en matemáticas, senón tamén noutras disciplinas como o debuxo técnico ou a física, produto da súa formación como arquitecto. É por iso que nos contou o uso que fai deste programa nas distintas materias que leva impartido.

Procesar tanta información recibida non é doado, pero un par de horas de parón axudan. Boa parte das persoas inscritas compartiron mesa e mantel nun restaurante próximo ao instituto, e as conferencias foron parte importante das conversas que alí se deron. Non foron as únicas, claro está, pois non hai mellor momento ca ese para poñerse ao día con algunha vella amizade ou con compañeiras e compañeiros con quen se coincidiu no pasado nalgún centro.

A sesión de tarde comezou cun chisco de retraso, pois ninguén quixo renunciar á sobremesa e ao café, pero os ánimos estaban intactos. Só había un relatorio, *Que nos ofrece MatesGG?*, no cal M.^a Cristina Naya Riveiro presentou ese proxecto que durante os últimos anos está desenvolvendo a FESPM, en colaboración co INTEF (Instituto Nacional de Tecnoloxías Educativas e de Formación do Profesorado) e o CIEM (Centro Internacional de Encontros Matemáticos).

Trátase dun espazo en liña pensado para o profesorado de todas as etapas educativas, dende infantil ata bacharelato, onde podemos atopar materiais didácticos organizados en guías interactivas creadas con eXeLearning. Estes materiais inclúen información curricular, propostas de uso e recursos complementarios, así como vídeos explicativos, adaptacións para alumnado con TEA (Trastornos do Espectro Autista) e arquivos fonte para personalizar segundo as necesidades de cada quen nas súas aulas.

Tras a única charla da tarde foi a quenda dos obradoiros. O mellor dos talleres é que neles se aprende moitísimo. O peor é que, como as prazas son limitadas por motivos loxísticos, celébranse varios á vez e hai que escoller ao que se acode. Elixir un supuxo ter que descartar outros dous, o cal é unha verdadeira mágoa. Por fortuna, todos os materiais empregados en relatorios e talleres poden ser consultados [nesta ligazón](#). Aí quedan, ao alcance de todo o mundo, para que calquera se poida poñer con eles cando teña vagar para seguir aprendendo.

Na primeira franxa de obradoiros as posibilidades eran *Resolvendo problemas: o poder de GeoGebra nas túas mans*, impartido por Iván Sánchez Pereira, *Saliendo de Planilandia*, que estaba a cargo de Bernat Ancochea Millet, e *Implementando métodos numéricos con GeoGebra*, onde falaba Paulo González Ogando.

O obradoiro de Iván estaba pensado para principiantes, era o lugar ao que acudir se non se escoitara falar de GeoGebra ata chegar a esta xornada. Porque GeoGebra permite lanzarse a resolver problemas dun xeito sinxelo e eficaz sen posuír máis que coñecementos matemáticos. Non é necesaria experiencia no manexo do programa para que este nos resulte útil, e Iván explicou partindo de cero como converter a GeoGebra nun aliado para as aulas de Matemáticas. Como se pode ver na figura 5, este taller estivo moi solicitado e o grao de participación foi moi elevado.



Figura 5: Iván Sánchez Pereira impartindo un obradoiro.

Tras a súa conferencia de pola mañá, á nosa estrela convidada Bernat tamén a obrigamos a traballar pola tarde, e contounos como empregar a vista 3D de GeoGebra para traballar a xeometría no espazo coa mesma naturalidade coa que a vista gráfica bidimensional permite realizar manipulacións no plano. O obradoiro estaba dirixido ao profesorado que xa contaba con coñecementos do uso de GeoGebra pero máis centrados no plano, e con escasas ou nulas nocións previas das opcións que permite no tocante aos gráficos 3D. Bernat centrouse en actividades que se poden levar a cabo tanto en secundaria coma en bacharelato, vinculadas aos contidos que contemplan os currículos actuais. E se ben no taller non chegamos a elaborar *applets* de tanta calidade coma os que el mesmo nos ensinara pola mañá, é indubidable que aprendemos moito con el.

A terceira das opcións da primeira franxa de obradoiros estaba pensada para profesorado con algo máis de coñecemento de GeoGebra, aínda que tampouco facía falla demasiado. Nivel intermedio, non avanzado. Paulo explicounos como traballar simultaneamente coa vista gráfica e a folla de cálculo para resolver ecuacións, cos métodos de dicotomía ou Newton-Raphson, e para calcular integrais, cos métodos dos rectángulos ou de Simpson. Un material que pode elaborar perfectamente o noso alumnado da materia de Métodos Estatísticos e Numéricos, optativa en 2.º de Bacharelato.



Figura 6: Foto de grupo realizada no descanso da tarde.

Tras ese primeiro obradoiro chegou o descanso da tarde, que aproveitamos para tirar unha fotografía de grupo nas bancadas das pistas deportivas coas que conta o IES As Lagoas. A ben seguro que alguén se despistou, pero podemos asegurar que estaba case todo o mundo. Na figura 6 pode observarse como os xestos de concentración eran maioritarios: había que decidir se, de cara á segunda franxa de

talleres, se mantiña a escolla que xa houbera que determinar días antes ou se buscaba algún cambio de última hora.

Para acabar a xornada houbo tamén tres opcións: M.^a Esther Prol Triñanes xuntou dous mundos que non sabiamos que tiñan relación, explicándonos o uso de GeoGebra como ferramenta para deseñar modelos que logo se poden levar a unha impresora 3D. Aínda que, na súa opinión, non é GeoGebra a opción ideal para facer ese tipo de modelos, si é unha boa idea aproveitar aquilo para o que si resulta de utilidade, e a maiores imprimilo.

Unha segunda alternativa foi a que nos trouxo Guillem Bonet, membro da Asociación Catalana de GeoGebra: *Andar por el plano para volar al espacio*. Nese taller, deseñado para un nivel intermedio, buscamos conexións entre un corpo 3D e o seu desenvolvemento plano. Tamén nos propuxo modelizar e logo construír algúns destes desenvolvementos para conectalos coa súa figura orixinal, detectando dese xeito posibles erros no deseño.

Por último, tamén se podía escoller o obradoiro *A linguagem LOGO no GeoGebra*, impartido por Luciana Brito, membro do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Afortunadamente, o idioma non supuxo ningunha barreira e entendémonos sen problema. De feito, a maior dificultade foi, de entrada, que ningunha das persoas alí presentes sabía que a linguaxe de programación LOGO está incorporada en GeoGebra. Era un campo novo por explorar. Pronto descubrimos que esta linguaxe amplía as posibilidades de exploración para a aprendizaxe activa e significativa das matemáticas, e sobre todo para o desenvolvemento do pensamento computacional. Aprendemos os comandos básicos de LOGO, e hai que recoñecer que nos sentimos, por unha hora, talmente como a cativada, xogando coa tartaruga e tratando de conducila por onde nós queríamos (figura 7).

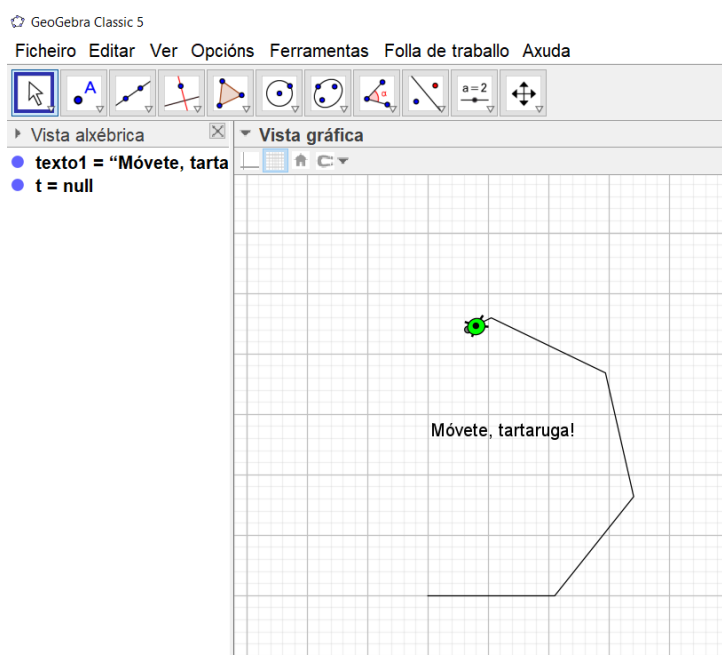


Figura 7: A linguaxe de programación LOGO está integrada en GeoGebra.

Preto das oito da tarde demos por concluída a xornada. O comité organizador quedaba recollendo e a xente ía marchando, había quen tiña aínda unha boa viaxe en coche ou en tren para regresar á casa. Común a todo o mundo foi a sensación de ter aproveitado ben o día. Aprendemos, e quen se atreva a dicir o contrario... que asista ao V Día GeoGebra e xa verá. Vémonos na próxima!

Instituto GeoGebra de Galicia

<geogebra@agapema.org>

A comezos de ano, o profesorado da área de Didáctica da Matemática da Facultade de Formación do Profesorado enviounos un correo para convidarnos a participar en Matemáticas na Rúa, unha iniciativa de AGAPEMA que fixo da Praza Maior de Lugo un espazo de xogo e descubrimento matemático. Como futuras mestras, vimos nesta proposta unha oportunidade para ampliar a nosa bagaxe de recursos e materiais, así como da aprendizaxe adquirida nas aulas universitarias, desde as que se nos transmite a relevancia de aprender xogando. Así, esta iniciativa achegounos a un enfoque didáctico moi diferente do que lembramos da nosa etapa escolar, que estivo marcada por exercicios repetitivos de papel e lapis que deixaban pouco espazo ao movemento e á experimentación.

Precisamente, Matemáticas na Rúa busca todo o contrario e eríxese como unha dinámica que pretende afastar as matemáticas dese estatismo e convertelas nunha experiencia viva, lúdica e significativa. A premisa que guiaba a xornada era “Prohibido non tocar”, dado que a manipulación constituía o único requisito co que cumprir para espremer ao máximo os materiais ofrecidos. Así, máis aló de ser unha experiencia entretida, consiste nunha forma valiosa de aprender que permite transformar a aprendizaxe nun proceso vivencial e converter o abstracto en algo tanxible.

Actividade

A nosa experiencia

Con este propósito, o día 16 de marzo de 2025 o centro da cidade lucense preparouse para acoller actividades atractivas e accesibles que, lonxe de dirixirse a unha idade determinada, fomentaron a colaboración entre xeracións.

Tras varias sesións de preparación conxunta, chegamos á praza a primeira hora da mañá para distribuír os materiais en diversas mesas e xuntarnos con Pilar García Agra, Víctor Pollán e máis docentes que forman parte de AGAPEMA. Mentres organizabamos o espazo, xa se intuía a ilusión e curiosidade que máis tarde encherían a rúa. Así, pouco a pouco, a praza comezou a cobrar vida cando as familias se achegaban con ollos curiosos e os cativos e cativas corrían dunha mesa para outra sen poder decidir por onde empezar, un afán que tampouco deixaba oco para o medo a errar.



Figura 1: Público participando en *Matemáticas na Rúa*.

Deste modo, non só participaron os pequenos e pequenas, senón que tamén pais, nais e persoas maiores se implicaron con entusiasmo, xerando un clima de convivencia no que se compartían opinións, estratexias, miradas cómplices e a satisfacción de resolver retos. “Que é isto?” e “Podo probar?” eran as principais preguntas das crianzas que, coa curiosidade amosada, facían que as persoas adultas que as acompañaban non puideran evitar involucrarse na dinámica. E iso por non falar das persoas maiores que interrompían o seu paseo para deixarse contaxiar polo pracer de descubrir xunto cos nenos e nenas.

Sobre a nosa mesa dispuxemos o material co que trazar curvas con fíos de cores (figura 2). O seguimento dun código matemático revelaba a figura elixida polos participantes, entre as que se atopaban a parábola, a espiral, a circunferencia, a hipérbole e a cardioide. A construción autónoma dese tecido de fíos levaba a descubrir a razón de ser e as orixes das curvas, substituindo unha explicación abstracta e complexa por un proceso de composición activo que permite facer das matemáticas unha ferramenta para crear e sorprenderse. Desta maneira, os rostros reflectían sentimentos de abraio ao descubrir que a través dun patrón numérico (e paciencia) xurdían formas harmoniosas. Ao longo da mañá, tivemos a oportunidade de vivir en primeira persoa o noso papel como futuras mestras, asumindo a responsabilidade de guiar, acompañar e motivar a cada participante na resolución do problema. Así, non se trataba unicamente de explicar a actividade, senón tamén de escoitar, observar as estratexias adoptadas, orientar os razoamentos

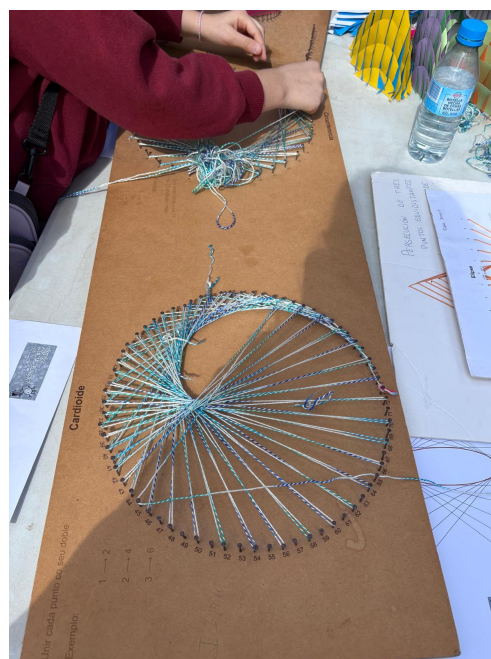


Figura 2: Curvas con fíos.

amosados e adaptar a nosa intervención ás necesidades detectadas. Desta forma, foi unha ocasión idónea para progresar na adquisición desas habilidades e competencias que fan dunha persoa unha boa docente. A nosa participación en Matemáticas na Rúa deixounos unha aprendizaxe profunda non só en termos didácticos, senón tamén persoais, xa que comprobamos o valor de transformar as matemáticas nunha vivencia activa e compartida, afastada do tradicional enfoque mecánico e individual.

As mesas do noso arredor

Ao noso carón, os nosos compañeiros e compañeiras ocupaban as súas respectivas mesas, cada unha preparada para amosar as matemáticas desde unha perspectiva enriquecedora. Nunha delas os poliedros convertíanse nos grandes protagonistas, pois os participantes experimentaban coas propiedades e exploraban as relacións entre os seus elementos para construír figuras tridimensionais a través da unión de distintas pezas, como escarvadentes e lambetadas (figura 3).

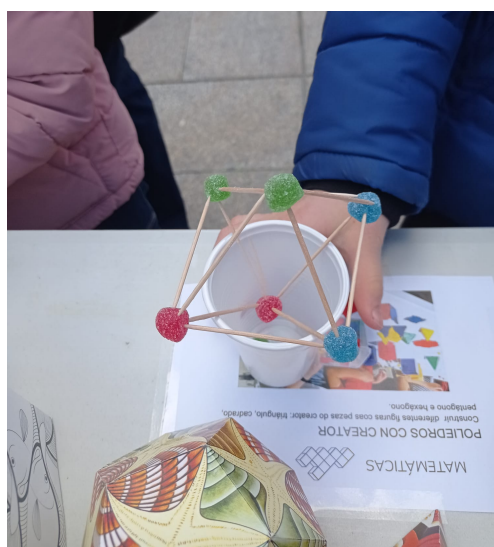


Figura 3: Poliedros con lambetadas.



Figura 4: Poliedros con varas.

Uns metros máis aló, o público visitante enfrontábase a un reto lóxico mediante o uso do Tantrix e o seguimento de pistas numéricas para completar deseños nos que distribuír un determinado número de rañaceos de distintas alturas (figura 5).



Figura 5: Rañaceos.

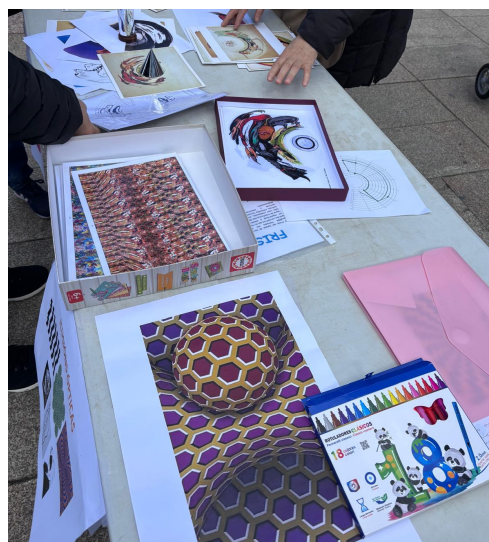


Figura 6: Anamorfoses.

Tamén se podían atopar xogos de números como a Serpe Súmica e actividades topolóxicas como Libérate se podes, que convidaba a resolver enredos con cordas ou paradoxos visuais ao variar o número de elementos nun crebacabezas segundo a súa ensamblaxe. Noutra, os pentaminós e o Katamino animaban a encaixar pezas para construír formas, mentres que o Cubo Soma e o Tangram propoñían retos de composición e interpretación de corpos xeométricos e figuras planas, respectivamente. Finalmente, tamén se experimentaba coa simetría situando espellos en distintas posicións con respecto a unha imaxe (figura 8).



Figura 7: Poliedros con Creator.



Figura 8: Enigmas visuais e espellos.

Esta variedade de mesas non só puxo en valor a infinidade de posibilidades didácticas que ofrecen as matemáticas, senón que tamén reforzou a relevancia de achegarse a elas mediante experiencias lúdicas desde a creatividade pedagóxica.

O éxito de Matemáticas na Rúa

Grazas á nosa participación en Matemáticas na Rúa vivimos de primeira man como a curiosidade e o desexo por descubrir podían unir a nenos/as, familias e persoas maiores arredor dun mesmo reto, creando momentos de complicidade. Así, ademais de se constituír como xogos atractivos para todo tipo de público, as actividades manipulativas amosaron ser ferramentas valiosas para facer das matemáticas unha experiencia viva e próxima á cidadanía. Grazas á súa versatilidade, este tipo de propostas poden adaptarse con facilidade ao contexto da aula, ofrecendo inspiración para construír actividades máis inclusivas, motivadoras e respectuosas cos tempos e necesidades presentes. Ao mesmo tempo, máis aló dos contidos matemáticos traballados, Matemáticas na Rúa invitou a poñer en práctica habilidades como a cooperación, a paciencia, a creatividade, a autonomía ou o pensamento crítico, que se definen como aptitudes necesarias para desenvolverse con soltura na sociedade do século XXI. Cada visitante atopou un espazo para experimentar sen medo ao erro e atopar satisfacción no proceso de resolver un desafío. Así, aquilo que adoita percibirse como un coñecemento abstracto e distante transformouse nun punto de encontro no que as matemáticas desenvolveron tamén un papel de ferramenta social. Sen dúbida, ao remate da xornada, saímos da praza coa certeza de que eventos como este son sementes que axudan a cultivar unha mirada máis amable, creativa e humana cara ás matemáticas.

Sabela González Somoza

Lucía Reseco Aguado

Estudantes do Dobre Grao en Mestre de Educación Infantil e en Mestre de

Educación Primaria na Facultade de Formación do Profesorado (USC)

<sabela.gonzalez.somoza@rai.usc.es>

<lucia.reseco@rai.usc.es>

Fiel á súa cita e esta vez no mes de marzo, en concreto o día 22, celebrouse, no seu lugar habitual, o Hall de Proa de PALEXCO (A Coruña), a décimo oitava edición da Feira Matemática, baixo o suxestivo lema *A Maxia das Matemáticas*.

Como é habitual, tómasse o proposto pola Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) para conmemorar o Día Escolar das Matemáticas. Cada ano, o día 12 de maio celébrase esta conmemoración en coincidencia co aniversario do nacemento dun dos máis grandes matemáticos españois: D. Pedro Puig Adam. Esta temática serve de fío condutor das actividades que se desenvolven na Feira, a través das distintas propostas dos centros participantes e, sobre todo, a través do concurso de Fotografía Matemática que, xunto cos de Esopías e Matmonólogos, volveron estar presentes na Feira.

A través destas actividades, preténdese achegar as matemáticas á realidade cotiá da nosa sociedade ao tempo que salientar a súa gran presenza nela.

Actividade



Cumprindo coa tradicional hora de comezo das once da mañá inaugurouse, no Hall de Proa do Edificio PALEXCO, a XVIII edición da man de D. Juan Ignacio Borrego Vázquez en representación da Concellaría de Educación, Formación e Innovación Tecnolóxica do Concello de A Coruña, e de D. Ricardo Cao Abad como reitor da Universidade da Coruña. Completou a presenza do acto inaugural D.^a M.^a Cristina Naya Riveiro como anfitroia e representante da zona delegada de A Coruña de AGAPEMA, asociación organizadora do evento.

Seguidamente, e mantendo as requiridas tradicións, realizouse na porta do edificio a tradicional foto de familia. A partir deste momento comezou o bulicio no interior das instalacións. Pouco a pouco os asistentes comezaron a encher o edificio de PALEXCO para ir descubrindo os *stands* que alí se atopaban. Pentaminós, figuras construídas con Tangram, estruturas con Palitroques e superficies regradas mostraron toda a súa maxia e mesturáronse cos magos, que cunhas pequenas preguntas eran quen de adiviñar o número que se estaba a pensar; maxia ou álgebra? E todo co fin de conseguir o ansiado “agapemo” que a modo de moeda permitiría aos asistentes trocalos por prezados tesouros antes de abandonar a Feira.



Malia a preocupación pola data, máis cedo que de costume, as persoas asistentes non esqueceron o seu compromiso e volveron encher PALEXCO, habendo momentos nos que era imposible moverse pola Feira. A media mañá e a partir das seis e media, foron de novo os momentos preferidos dos visitantes para acudir, contabilizando ao final da mesma, unhas catro mil persoas entre rapazada, pais e nais e xente de todas as idades.

Ao longo das sete horas de duración, cun pequeniño descanso para degustar os deliciosos bocatas que se ofreceron aos participantes, os visitantes foron pasando polos distintos *stands* que acollían a centros tan próximos como os da propia A Coruña, como a centros máis afastados de Baio ou Ferrol.

Ademais dos aprendices de magos de Primaria, ou dos un pouco máis expertos de Secundaria, que nos tentaban achegar a maxia das matemáticas á nosa realidade cotiá, tamén contamos este ano cun verdadeiro mago que fixo as delicias dos asistentes, así como coas habituais presenzas doutras entidades como a ETS de Náutica e Máquinas e a Facultade de Ciencias da Educación, ambas da UDC,



representantes da Federación Provincial de Anpas a través do seu Servizo Municipal de Educación e representantes do Centro Ágora e do Fórum Metropolitano, os rapaces e rapazas de Crecer Creando, o Instituto Galego de Estatística, os mozos de AtlanTIC, as prácticas de RCP do equipo de Protección Civil de A Coruña e a da Xefatura Provincial de Tráfico.

Non podemos rematar esta crónica sen lembrar outras das actividades que tiveron lugar durante toda a xornada, a Pescuda do Tesouro que comezou ás 11:45 e se desenvolveu durante toda a xornada case ininterrompidamente, os dous obradoiros de papiroflexia a cargo do noso colaborador habitual Roberto Santomé Varela e o fin de festa coa entrega dos premios dos nosos concursos de Fotografía Matemática, Esopías e Matmonólogos.





Pero, como en todo espectáculo de maxia, non podía faltar o truco final en forma de Bingo Matemático. Sempre nos deixa un recordo de alguén ben querido para nós, que nos fai seguir traballando con máis gana se cabe para a organización do vindeiro ano.

Comisión organizadora

- | | |
|---|---|
| › Alberto Fortes Novoa
(IES García Barbón, Verín) | › M. ^a Alicia Vázquez Veiga
(profesora xubilada) |
| › Carmen Peñamaría Ramón
(profesora xubilada) | › M. ^a Cristina Naya Riveiro
(Facultade de Ciencias da Educación, Universidade da Coruña) |
| › César Docanto Vázquez
(IES David Buján, Cambre) | › M. ^a Pilar Orizales Teijeiro
(IES Monte das Moas, A Coruña) |
| › Elena Segade Pampín
(IES Alfredo Brañas, Carballo) | › Óscar Domínguez Pérez
(CFR de A Coruña) |
| › Enrique de la Torre Fernández
(Facultade de Ciencias da Educación, Universidade da Coruña) | › Raquel Seisdedos Hermo
(IES Eduardo Blanco Amor, Culleredo) |
| › Francisco Vila Baleato
(IES Rego de Trabe, Culleredo) | › Sandra Sambade Nieto
(IES Miraflores, Oleiros) |
| › Isabel Miguélez Pose
(profesora xubilada) | › Santiago López Arca
(profesor xubilado) |
| › José Francisco Balsa González
(CIFP Universidade Laboral, Culleredo) | › Marisol Pérez Blanco
(profesora xubilada) |

Matemáticas na Raia 2025

JOSÉ MARÍA BARCA LÓPEZ
PILAR GARCÍA AGRA

Actividade

Un ano máis, e xa van once edicións, celebramos o concurso de Matemáticas na Raia. Como o seu nome indica, é unha actividade que se desenvolve na “Raia”, é dicir, na que participan centros de Galicia e do norte de Portugal e que organizamos conxuntamente sociedades das dúas marxes do río Miño: AGAPEMA e APM (*Associação de Professores de Matemática de Portugal*).

A proba consiste na resolución de cinco problemas [1] de maneira conxunta por todo o grupo-clase (teñen que participar polo menos dous terzos dos seus membros), nos que tratamos de potenciar tanto o traballo colaborativo como aqueles aspectos menos curriculares da materia que non sempre son abordados dentro das aulas. Só poden participar grupos de 3.º da ESO de Galicia e 9.º ano de Portugal (que é o curso equivalente) e lévase a cabo de forma simultánea nos dous países.

Este ano, debido a como cadrou o calendario escolar, tivemos que adiantar un pouco o día da proba con respecto á maioría das edicións pasadas: realizouse o xoves 13 de marzo de 16:00 a 17:30 horas.

Pero, aínda que a proba en si se desenvolveu neses noventa minutos, o traballo de preparación comezou moito antes. No mes de outubro xa nos reunimos profesorado de Galicia e de Portugal para coordinar datas, fixar as bases e botar a andar a convocatoria. Máis tarde, intercambiamos posibles problemas e retos matemáticos que nos gustaron e nos pareceron apropiados e interesantes para estas idades. Resolvémolos, discutímolos, e logo fixemos unha selección daqueles que nos pareceron máis atractivos pola súa resolución para, a continuación, adaptalos ao contexto do concurso. Sempre hai que traducilos aos dous idiomas (galego e portugués), deseñar as imaxes que os acompañan e maquetalos. Deste xeito, a comezos do mes de febreiro, xa tiñamos a proba totalmente elaborada.

Aínda que é un traballo que non se ve, esta parte de buscar problemas e discutilos coas colegas portuguesas da APM (M.^a Helena Martinho e Letícia Martins) resulta, sen dúbida, unha das máis gratificantes para nós xa que, aínda que todos somos matemáticos, a visión que temos de cada problema é diferente e sempre é un reto atopar distintas maneiras de afrontalos e resolvelos. Procuramos que algún destes problemas conste de varios apartados, comezando co de menor dificultade e que logo poida levar a un proceso de indución/xeneralización para o último apartado. Dentro dos cinco problemas, un deles sempre é de fácil resolución para que poida abordalo toda a clase.

Nesta edición (figura 1) inscribíronse no concurso 23 grupos das catro provincias galegas, o que supón unha participación nesta actividade de máis de 400 estudantes (tendo en conta só a parte galega). Hai que destacar tamén que todo isto é posible grazas á colaboración desinteresada do profesorado dos diferentes grupos que, o día da proba ten que desprazarse a outros centros próximos para exercer como “vixiantes” doutros grupos participantes.

Os grupos que resultaron gañadores este ano foron o de 3.º da ESO A do IES Maximino Romero de Lema (de Baio, en Zas) pola parte galega e o do 9.º ano do Colégio Dom Diogo de Sousa (de Braga) pola parte portuguesa, que tamén gañou na edición pasada.

Pero o concurso non rematou aquí xa que, como en todas as edicións nas que foi posible, os grupos gañadores de cada un dos países foron agasallados por parte das asociacións organizadoras cunha fin de semana conxunta de convivencia lúdico-matemática, que este ano tivo lugar o 24 e 25 de maio en Tui.

Na mañá do sábado 24, cada un dos equipos gañadores desprazouse ata Tui para participar neste “Encontro Matemático”. Á súa chegada, os representantes da AGAPEMA e da APM xa os estaban esperando no albergue para darlles a benvida. Tras situarse no aloxamento e deixar as súas equipaxes nos diferentes cuartos, fixemos algúns xogos e dinámicas de coñecemento para romper o xeo entre os participantes. A continuación, utilizando uns quebracabezas de insignes matemáticos e matemáticas, fixemos os equipos que nos servirían para todas as probas da fin de semana. Eran equipos mixtos formados por persoas galegas e portuguesas, para potenciar a convivencia.

Pola tarde, tralo xantar, achegámonos dando un paseo ata Tui. Unha vez alí, cada equipo tivo que facer un roteiro (figura 2) no que se lle ían pedindo diferentes probas ás que tiñan que dar resposta (unhas



Figura 1: Cartel desta edición.

con lapis e papel, outras utilizando a aplicación MathCityMap), a través das cales foron descubrindo aspectos tanto da vila de Tui como relacionados coas matemáticas que non coñecían. As respostas finais de cada un dos equipos foron recollidas para puntualas posteriormente.

A actividade foi algo “dura” pois, a pesar de estar no mes de maio, facía moito calor. Por iso rematamos buscando unha boa sombra para hidratarnos, merendar e tomar un xeadito.



Figura 2: Roteiro por Tui.



Figura 3: Cúpulas de Leonardo.

Xa de volta no albergue, descansamos un pouco e preparámonos para a cea. Os máis curiosos aínda aproveitaron o tempo para montar algunha das Cúpulas de Leonardo que tiñan á súa disposición (figura 3).

A velada da noite consistiu en dous pequenos xogos de maxia: un empregando as propiedades das congruencias do número 9 e outro en adiviñar a data de nacemento cun cubo máxico que está baseado nas potencias de 2. A continuación, novamente por equipos, fixemos un xogo de resolución dun Kahoot! sobre algúns coñecementos matemáticos moi básicos, pero principalmente sobre aspectos da cultura galega e portuguesa no que as preguntas sobre Portugal estaban redactadas en galego e as de Galicia redactadas en portugués. Boas risas botamos con algunhas respostas...

Tras unha noite reparadora, e despois de almorzar e resolver varios problemas loxísticos (pois o autobús portugués non apareceu), desprazámonos ata Caldelas de Tui para iniciar desde alí un descenso en caiaac polo río Miño cara Tui (figura 4). Foi, posiblemente, a actividade máis rechamante de toda a fin de semana. A mañá estaba estupenda, a corrente a favor, as paisaxes espectaculares... Estabamos na mesma Raia!



Figura 4: Descenso en caiaac.

Logo dun merecido baño no río, regresamos ao albergue para xantar e recuperar forzas. A primeira hora da tarde celebrouse unha xincana matemática (figura 5) na que lles propuxemos diferentes xogos, retos e actividades manipulativas que tiñan que tratar de resolver en equipo para seguir conseguindo puntos. Unha vez rematada esta actividade, e mentres o xurado facía os últimos recontos, aproveitamos para ir recollendo as maletas e intercambiando contactos.



Figura 5: Celebrando a xincana matemática.



Figura 6: Grupos premiados.

Ás cinco da tarde volvémonos xuntar todos para entregar uns pequenos agasallos a aqueles grupos que o fixeron mellor durante a fin de semana (figura 6) e ao profesorado acompañante que colaborou connosco, así coma os diplomas para todos os participantes (figura 7).

Despedímonos un tanto ás présas porque na porta xa estaban os autobuses esperando para regresar a Baio (que dista unhas tres horas e o luns tiñan un exame!) e a Braga, despois de ter pasado unha fin de semana intensa pero moi agradable.

Desde a organización queremos mostrar todo o noso agradecemento á profesora da clase gañadora desta edición –e participante na maioría

das celebradas– Luz Mouzo Rioboo, e á directora do centro Ana Facal Maroñas por toda a axuda prestada e, especialmente, por ter conseguido autofinanciarse o traslado do alumnado ata Tui (que o concello pagase o autobús e o centro se ocupase dos gastos do condutor).

Tamén queremos animarvos a participar neste concurso porque a experiencia dinos que a sensación que queda no alumnado é moi boa e que, ás veces, lles axuda a descubrir outra cara das matemáticas. Pero, mellor que nós, dívollo Leticia Vázquez Castiñeira, unha das alumnas do grupo gañador deste ano:

Matemáticas na Raia é un concurso que motiva aos rapaces a mellorar nesta disciplina. A miña experiencia foi increíble e gocei moito.

O concurso consta de cinco problemas a resolver. Para algúns era aburrido, pero cando practicamos pronto se engancharon a resolvelos.

Chegou o día, a tensión invadía os nosos corpos pero tiñamos moita gana de que chegara o momento. Entramos na aula, formamos catro grupos e unha compañeira era a coordinadora. Comezou o tempo, foron momentos de tensión e nervios pero tamén moi cooperativos entre

compañeiros. Cando rematou o tempo entregamos os problemas, non tiñamos esperanzas de gañar pero si que levabamos unha grande experiencia.

Despois dun tempo, un día normal en clase, chegou a nosa mestra cunha gran nova: gañáramos o concurso! E como premio, iríamos de excursión a Tui unha fin de semana con portugueses da nosa idade.

Esa fin de semana foi moi intensa e especial, coñecemos a rapaces e rapazas portugueses e fixémonos amigos deles. Alí, mesturáronos en grupos e, ao longo dos días, fixemos probas e xogos matemáticos. Os grupos eran entre galegos e portugueses, e a pesar de que o idioma non é o mesmo, fixemos posible entendernos e facernos amigos. Xuntos resolvemos cousas xa aprendidas e aprendemos outras novas.

Foi unha experiencia única e recomendámoslla ás xeracións que veñen detrás. Gañen ou non, é un concurso que merece a pena.



Figura 7: O grupo ao completo: todos os participantes.

Referencias en liña

- [1] Tanto os enunciados como as solucións dos problemas pódense consultar na páxina web de AGAPEMA: <https://agapema.org/actividades/matematicas-na-raia/>

José María Barca López

IES Antonio Fraguas (Santiago)

<josechobarca@gmail.com>

Pilar García Agra

Profesora xubilada do IES Ordes (Ordes)

<pilagagra@gmail.com>

Olimpíada Matemática Galega de 2.º da ESO 2025

MANUEL VILARIÑO FREIRE

Actividade

Un ano máis, a zona de Lugo de AGAPEMA coordinou a organización en Galicia da Olimpíada Matemática de 2.º da ESO, evento que adoita envolver a 500 estudantes distribuídos en sete zonas, unha por cada unha das principais cidades galegas.

O 24 de abril de 2025 tivo lugar a fase de zona, onde destacaron as sedes de Vigo e Pontevedra con máis de douscentos participantes que afrontaron os problemas propostos nos IES Castelao e IES Xunqueira I, respectivamente. En Santiago, por primeira vez, celebrouse a proba na Aula Magna da Facultade de Matemáticas, mentres que en Lugo tivo lugar no Círculo das Artes, que sería tamén o escenario da Fase Final. O IES Canido en Ferrol, o CFR en Ourense e a Facultade de Ciencias da Educación en A Coruña foron as outras sedes desta xornada.



De toda esta gran participación, só 40 finalistas se deron cita o 15 de maio na cidade das murallas, para disputar a fase final da Olimpiada 2025. O lugar elixido, un ano máis, foi o Círculo das Artes. Non pode haber un sitio máis acaído pola súa solemnidade, historia e beleza.

A proba comezou ás 12 horas e consistiu na resolución de cinco problemas durante dúas horas. O alumnado esforzouse ata o último momento, mentres os acompañantes esperaban no Salón de Columnas cargados de nervios e incerteza.

A seguir, tivo lugar o xantar ofrecido por AGAPEMA nun restaurante céntrico da cidade. Aquí, xa sen a tensión da proba, puidemos relaxarnos, coñecer-nos mellor e compartir experiencias e obxectivos, algo que nos levaremos para sempre deste día.



Despois do xantar celebramos a proba por equipos na Praza Maior, dirixida por Víctor Pollán e coa colaboración dun tempo moi favorable. Mentres tanto, o xurado deliberaba nunha sala do Círculo sobre quen debía ser a representación de Galicia na fase española desta Olimpiada (a OME).

A cerimonia de peche foi no Salón de Actos do Pazo de San Marcos, sede da Deputación Provincial de Lugo, onde se celebraron a entrega de diplomas e agasallos, e o nomeamento de finalistas. Neste momento, sempre recorremos aos nosos amigos Dark Mates e o Jedi Un Kate, que amenizaron a espera co seu humor habitual. Finalmente, o presidente do xurado fixo entrada no recinto cos cinco sobres que contiñan os nomes do alumnado que formaría o cadro de honra desta edición.



Cadro de honra da Olimpíada 2025

Como peche final, fíxose pública a decisión do xurado dos finalistas representantes de Galicia na fase española. Na entrega dos trofeos participou ademais a Deputada Iria Castro, a quen agradecemos a súa presenza no acto.

As persoas galardoadas foron:

🏆 **1.º premio:** Xoel Aneiros Rodríguez - IES Rosalía de Castro (Santiago)

🏆 **2.º premio:** Dylan Simoes Rúa - IES Castelao (Vigo)

🏆 **3.º premio:** Gabriel Rodríguez Pinal - María Auxiliadora (Ourense)

👑 **Mención de honra:** Alba Valeria Cores Iglesias - IES O Carril (Vilagarcía)

💎 **Premio á beleza matemática:** Ariel Torres Calvo - IES Breamo (Pontedeume)



Pero, coma sempre, en Lugo gañamos todos e todas.



Final Española

A final das Olimpíadas Matemáticas júnior e xuvenil, organizadas por primeira vez de maneira conxunta, celebrouse en Albacete cun programa cargado de actividades matemáticas e tempo de lecer, entre o 25 e o 28 de xuño. Foron dúas as acompañantes que se desprazaron á Mancha cos 3 finalistas: Pilar García Agra e Olaya Fernández Rodríguez, que tomaron boa nota da organización que será asumida por AGAPEMA no ano 2026. Queremos agradecer á Sociedad Castellano Manchega de Profesores de Matemáticas o trato recibido e o seu bo facer, que serán un exemplo para o noso labor.



O equipo da Olimpíada Galega

Non poden faltar neste artigo os agradecementos, aínda que non collen todos neste pequeno espazo. Os principais responsables, os que deben levar todo o mérito, son os docentes que ano tras ano xuntan medio millar de rapaces e rapazas de todos os puntos de Galicia. Grazas ao seu compromiso, á súa implicación e á súa amabilidade conseguimos manter vivo e vizoso este evento ano tras ano.

As fases de zona son posibles grazas a unha gran familia de docentes de matemáticas. Os que ceden os locais, os que supervisan a proba, os correctores... Queremos destacar un ano máis o traballo de Cristina Naya en A Coruña, José Jorge Rodríguez en Ferrol, Pilar García en Santiago, Dolores Nieto en Ourense, Marina Germiñas en Pontevedra e Andrea Piñeiro en Vigo.

A organización en Lugo da fase de zona e final correu a cargo de:

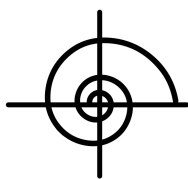
- Yara Fernández Queipo (IES Leiras Pulpeiro, Lugo)
- María Olaya Fernández Rodríguez (IES Agra de Leborís, A Laracha)
- Pablo González Sequeiros (Facultade de Formación de Profesorado da USC, Lugo)
- Sonia Ledo Vázquez (IES de Melide, Melide)
- Víctor Pollán Fernández (profesor xubilado)
- Laura Rodríguez Pereira (IES A Pontepedriña, Santiago)
- Ana Torres Campo (IES Gregorio Fernández, Sarria)
- Francisco José Veiga Losada (CPI de Cruz do Sar, Bergondo)
- Manuel Vilariño Freire (IES Leiras Pulpeiro, Lugo)

Vémonos na OME júnior e xuvenil, en Lugo 2026!

Manuel Vilariño Freire

IES Leiras Pulpeiro (Lugo)

<mvilarinho@edu.xunta.gal>



AGAPEMA

Asociación Galega de Profesorado de Educación Matemática

➔ Para inscribirte, cubre o formulario aloxado na nosa páxina web:

<https://agapema.org/contacto/unete-a-agapema/>

➔ Para calquera cuestión, o correo electrónico de contacto é:

[<presidente@agapema.com>](mailto:presidente@agapema.com)

➔ Para máis información, podes atopar AGAPEMA nas seguintes redes sociais:



Na rede social X:

<https://x.com/agapemaf>



En Facebook:

<https://www.facebook.com/profile.php?id=100069097112157>



En Telegram:

<https://t.me/agapemasocixs>



Na páxina web:

<https://agapema.org/>

XXIV Rebumbio Matemático

PILAR ORIZALES

Actividade

Un ano máis, en 2025, a zona da Coruña de AGAPEMA organizou a XXIV edición do Rebumbio Matemático. Esta actividade está dirixida ao alumnado do 6.º curso de Educación Primaria de centros educativos de toda Galicia, coa finalidade de fomentar o espírito cooperativo na resolución de problemas por equipos.

Despois de ter traballado na clase ata o mes de marzo a resolución colaborativa de problemas, o profesorado selecciona o alumnado participante na **fase de centros**, formando equipos de tres estudantes dunha mesma aula. Estes equipos participarán na fase de zona, tras formalizar a inscrición no concurso.

Este ano a **fase de zona** celebrouse o día 25 de abril e os 79 equipos inscritos repartíronse nas seguintes sedes (figura 1): A Coruña, Lugo, Ourense, Pontevedra, Santiago e Vigo. A proba foi a mesma para todas as zonas, celebrándose de forma simultánea. Consistiu na resolución de cinco problemas contextualizados en situacións reais que o alumnado participante tivo que afrontar traballando conxuntamente, amosando as súas habilidades de cooperación, razoamento e dedución.



Figura 1: Imaxes da fase de zona en Ourense e Santiago.

Para a **fase final galega** clasificáronse 15 equipos (figura 2). As 15 prazas repartíronse de xeito proporcional ao número de equipos participantes en cada zona. Celebrouse na Facultade de Ciencias da Educación da Coruña o 16 de maio e tamén consistiu na resolución de cinco problemas que, como vén sendo habitual, estaban ambientados na cidade da Coruña. Na valoración das respostas sempre se prima o método de resolución empregado por riba da mera solución: a súa orixinalidade, as estratexias utilizadas, os procedementos de representación, a expresión escrita do proceso seguido, o emprego correcto de unidades etc. Tanto os enunciados como as solucións dos problemas da fase de zona e mais da fase final pódense consultar na páxina web de AGAPEMA [1].



Figura 2: Participantes na final do XXIV Rebumbio Matemático.

Despois da proba, e mentres varios membros da organización correxían os problemas, os equipos finalistas e o profesorado acompañante gozaron dunha visita cultural ao Castro de Elviña, en colaboración co Concello da Coruña, e dunha comida de convivencia. A xornada rematou coa entrega de premios aos tres equipos que obtiveron as mellores puntuacións. Este ano, o equipo gañador foi **Pitagóricos** (figura 3), que representou a Galicia na Olimpíada Matemática Nacional Alevín que se celebrou en Murcia os días 25, 26, 27 e 28 de xuño.



Figura 3: Equipo gañador do 1.º premio.

Equipos gañadores desta edición:

1.º PREMIO:

Pitagóricos, do centro educativo CPR Manuel Peleteiro (Santiago de Compostela), formado por:

Ulpiano Villanueva Castro Mateo Allegue Lorenzo Martín Amoedo Nieto

2.º PREMIO:

Los Pi-ratas, do centro educativo CPR Plurilingüe Cervantes (Lugo), formado por:

Amanda Rubinos Álvarez David Barrera Roca Lucas Timm Fernández

3.º PREMIO:

Gaussianos, do centro educativo CPR Manuel Peleteiro (Santiago de Compostela), formado por:

Alejandro Porto Veiras Nicolás Rodríguez Baña Gael Nieto Senatore

Neste ano 2026, celebraremos a XXV edición do Rebumbio Matemático. Cómpre agradecer a colaboración entusiasta das compañeiras e compañeiros de AGAPEMA de todas as zonas durante estes anos pasados, xa que sempre están aí, amosando a súa disposición a botar unha man coas probas en cada sede, coa corrección e co envío puntual das listaxes coas persoas finalistas. Sen eles e elas, todo isto non sería posible.

Referencias en liña

[1] O Rebumbio na web de AGAPEMA: <https://agapema.org/actividades/rebumbio-matematico/>

Pilar Orizales

IES Monte das Moas (A Coruña)

<pilarorizales@gmail.com>

Nunca fixen un artigo de nada, desde aquelas actividades obrigatorias no Bacharelato. E diso xa choveu moito, así que cando Olaya propuxo que alguén cubrise o Congreso para a revista no grupo de WhatsApp tardei algo en ofrecerme. Ademais, levo máis de dez anos nun CPI como única docente de matemáticas en secundaria e sen asistir a congresos... pero vale, aquí estou, así que agardo que cando menos este texto resulte lexible.

O X Congreso de Agapema celebrouse en Lugo os días 17 e 18 de outubro de 2025, na Facultade de Formación do Profesorado da USC. Comezou, como todo bo congreso que se precie, coa recollida de documentación, que deu paso á inauguración que foi feita por Manuel Vilariño e Xulio Rodríguez Taboada.

Media hora máis tarde tomou o relevo Débora Pereiro, coa conferencia plenaria *Miraxes matemáticas desde/para as aulas* con traballos feitos por e para o alumnado con GeoGebra (figura 1). Tamén compartiu cos docentes desde materiais que se atopan no proxecto cREAgal de nivel de 1.º da ESO con múltiplos e divisores, a problemas de optimización de bacharelato. Todos eles moi interesantes para facer da aula de matemáticas unha aula menos tradicional.

Actividade



Figura 1: *Miraxes matemáticas desde/para as aulas* por Débora Pereiro.

Tras a conferencia plenaria e un descanso de media hora, os asistentes repartímonos entre as comunicacións. Había dúas enfocadas a secundaria e unha a primaria. As primeiras eran a de Fabio González e Ángel Muíño: *Os proxectos Erasmus+ e a observación de aulas de Matemáticas* e a de Fe Pérez e Ana Torres: *Music, maths and emotions e os eTwinnings con Matemáticas*. A de primaria impartíaa Ana Rodríguez e titulábase *Mosaicos, grupos e baldosas: como deseñar o chan máis bonito do mundo*.

Decanteime por unha de secundaria, pola de Ana e Fe neste caso. Ámbalas dúas prometían, pois relacionaban a internacionalización dos centros con proxectos e aulas de matemáticas. No caso do proxecto de Fe e Ana, recoñecido a nivel nacional e europeo, era un traballo colaborativo realizado por varios docentes de distintas especialidades, alumnado de varios niveis e tres centros de países diferentes (o IES Gregorio Fernández de Sarria, un centro en Chipre e outro en Suecia) no que se relacionaban a música e as emocións coa estatística (figura 2). Tanto a min como ás persoas coas que ía, pareceunos motivador facer un proxecto eTwinning, tanto para o alumnado como para o profesorado, e unha forma de traballar a nosa materia dun xeito diferente, mellorando ademais a competencia social e lingüística de todos os participantes.



Figura 2: Ana Torres e Fe Pérez na comunicación *Music, maths and emotions e os eTwinnings con Matemáticas*.

As últimas actividades da tarde foron obradoiros de hora e media. De novo, había un para primaria (*Potenciando la resolución de problemas con Thinking Classroom* de Carles Granell) e dous para secundaria (*Palitroques, taller de arquitectura e xeometría aplicada* de Víctor González e *Implementación dos métodos numéricos con GeoGebra* de Paulo González). Como boa profe de secundaria que son, escollín de novo un dese nivel, e tras unha semana de arduo traballo con nenos e ordenadores, o que menos me apetecía era meterme nunha aula cun portátil, así que a miña elección foi o taller de arquitectura que se facía na rúa. Alí estivemos facendo por grupos figuras xeométricas en tres dimensións: pontes, estruturas nas que meternos dentro... ata que se fixo de noite (figura 3), e aí marchamos, uns para casa e outros á cea do congreso.

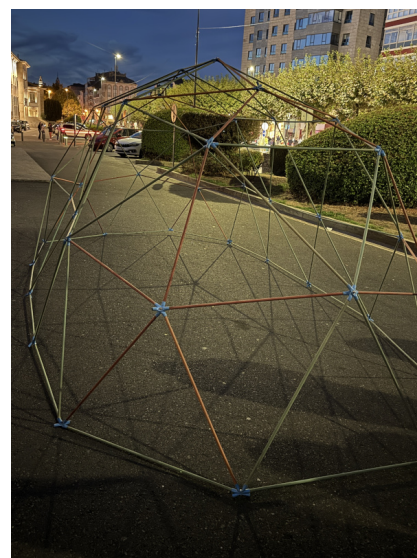


Figura 3: Estructuras realizadas no obradoiro *Palitroques, taller de arquitectura e xeometría aplicada* de Víctor González.

O segundo día comezamos ás 10:00 coas pilas cargadas! (Os que foron á cea probablemente con menos tempo de recarga, pero igual de dispostos e ilusionados que os que xa temos unha idade). A opción antes do café eran tres comunicacións de 10:00 a 10:30. Como de costume, unha de primaria (Iván Area e Olga Patiño presentaron *Coas matemáticas tamén se xoga. Unha proposta máis alá das aulas de primaria*) e dúas de secundaria (Carolina Flores e Mercedes Orbaneja con *Artemáticas 3º* (nesta mesma revista pódese ler un artigo no que explican o proxecto) e Andrea Otero con *Xeometrías que se senten: a papiroflexia como ferramenta de inclusión matemática*). E de 10:30 a 12:00 tres comunicacións de primaria (*O caso do Pazo Novoa. Reconstrución de escenas con TinkerCAD e maquetas 3D para desenvolver o sentido espacial* de Lucía Reseco; *Aprender pensando: da idea á acción robotizada* de Aida de Pedro; e Zoraida Barrientos impartiu *Aulas para Pensar en primaria: razoamento, representacións e impacto socioemocional*) e dous obradoiros de secundaria (Sandra Sambade con *Aulas para Pensar en Matemáticas Secundaria* e María Jesús Casado e Mariano Pellitero con *cREAgal para unha aprendizaxe integral*).

As dúas veces escollín de novo secundaria, a primeira vez o de papiroflexia. Nel, Andrea (figura 4, esquerda) contábanos o traballo que fixo de papiroflexia co alumnado da ONCE e os resultados que obtivo. E como segunda actividade asistín ao obradoiro de Sandra Sambade (figura 4, dereita). No meu caso, que oíra falar do Thinking Classroom como algo utópico, foi un descubrimento, pois Sandra non só nos explicou en que consistía senón que nos puxo a traballar nun exemplo práctico. Saín tan encantada, que nun momentíño víñenme arriba e como teño poucos alumnos e aula materia púxenno en práctica ese mesmo luns. Haberá que ir aprendendo pouco a pouco, pero mentres tanto, os meus nenos xa me preguntan se a clase de hoxe vai ser de pé ou sentados, o que é todo un logro.

Ás doce veu a hora do café, na que conversamos con vellos coñecidos e tras a cal marchamos ao seguinte obradoiro. Eu, por non variar, de novo secundaria e de novo de moverse, o de Pila García: *Roteiros con MathCityMap*. Tamén había un de primaria con Chus Siaba titulado *A división desempaquetada: da partilla de billetes (base 10) ao algoritmo e a súa conexión coas fraccións en aulas para pensar* e outro máis de secundaria con Beatriz Álvarez que levaba o nome de *Mapas vs. Realidade: unha viaxe arredor do mundo que che contan as Matemáticas*. Con Pila descargamos o programa



Figura 4: Obradoiros da queda da tarde: *Xeometrías que se senten: a papiroflexia como ferramenta de inclusión matemática* e *Aulas para Pensar en Matemáticas Secundaria*.

no móbil e dividímonos en dous grupos. Nós comezamos a facer no teléfono os exercicios que ela preparara previamente na aplicación, e ela a “controlarnos” coa súa tablet como se de estudantes se tratase. Outro gran descubrimento (pola miña parte) para traballar coa cativada dunha forma máis lúdica (ademais, as actividades poderíanse facer sobre papel).

Tras a parada para comer chegaron as últimas actividades. As comunicacións foron a de Cristina Fernández *Unidos por problemas* de primaria e a de Claudio Martínez de secundaria *La trompeta de Torricelli. Dimensiones*. Os últimos obradoiros foron para primaria con María González, Jaime Timiraos e Paco Vila *Cun feixe de problemas armamos un Rebumbio* e dous para secundaria: un con Pablo Trashorras titulado *Gamificación na aula de matemáticas* e outro con Purificación Montesinos que se titulaba *Creando e investigando materiais para el aula de Secundaria*. Como boa aficionada a crear xincanas para o alumnado, para as reunións familiares ou de amigos, apunteime ao de Pablo. Contounos a súa experiencia creando un xogo por puntos para os seus estudantes que leva a cabo durante o curso escolar, e despois propúxonos un *escape room* para facer por grupos de xeito colaborativo, en lugar de competitivo, e así estivemos entretidos un bo anaco (figura 5).



Figura 5: Pablo Trashorras no seu obradoiro *Gamificación na aula de matemáticas*.

Para rematar Carlos Granell deunos un fío de la e propúxonos diferentes preguntas para desafiar a nosa curiosidade na súa conferencia plenaria *De la tarea rica al pensamiento visible: no hay que dar puntada sin hilo* (figura 6).



Figura 6: Voluntarios nunha actividade da conferencia *De la tarea rica al pensamiento visible: no hay que dar puntada sin hilo*.

E chegou o final, non só a clausura que fixeron Xulio Rodríguez Taboada e Andrea Piñeiro (figura 7), tamén a despedida de compañeiros de universidade, de compañeiros de traballo, de compañeiros de vida... pero como moito ata o seguinte congreso, no que volveremos a descubrir novas ideas para achegar a materia ao noso alumnado, porque como dicía o meu profesor Xosé López Cascudo «isto... isto é o bonito das matemáticas!».



Figura 7: Julio Rodríguez Taboada no acto de clausura do X Congreso de Agapema.

Beatriz Becerra Lage

CPI San Tomé do Carballo

<mates.cpi.san.do.carballo@gmail.com>

XIV Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán

IXCHEL DZOHARA GUTIÉRREZ RODRÍGUEZ
MARCOS LOUREIRO-GA

Razoar para aprender matemáticas

Este é o título outorgado pola organización á XIV Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán, evento bianual organizado pola Real Sociedad Matemática Española (RSME) e pola Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

O evento decorreu os días 2, 3 e 4 de xullo do 2025 na cidade de Granada. A sede do evento foi a Facultade de Ciencias Políticas e Socioloxía. O programa completo do evento pódese atopar [nesta ligazón](#). Neste artigo daremos conta dalgunha sesión na que participamos.

O artigo dividirase en dúas partes, por unha banda contarase as conferencias plenarias en orde cronolóxica e por outra banda rematarase o artigo falando brevemente dos obradoiros. Aínda que se desenvolveron durante a tarde de dous días consecutivos, en realidade eran os mesmos ámbolos días, por iso non procede dividilos.

Actividade

2 de xullo

Xeneralizar, interpretar, xulgar, criticar, refutar e comunicar. Con estes verbos de acción, daba comezo a XIV edición da Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán. Este evento, unha referencia no eido da formación do profesorado, inaugurouse unha vez máis como un espazo de encontro e debate para docentes de todos os niveis educativos baixo o lema *Razoar para Aprender*.

A proposta central desta edición xirou sobre dous eixes fundamentais: o fortalecemento do razoamento matemático como eixe artellador da aprendizaxe e o deseño de tarefas ricas e contextuais que permitan atender eficazmente á diversidade da aula. Ademais, propúxose contribuír ao debate actual sobre a conceptualización da competencia matemática, os procesos de razoamento e a calidade dos problemas que se propoñen ao alumnado.

O acto de inauguración, tal e como se pode apreciar na figura 1, estivo presidido pola Presidenta da Comisión de Educación da RSME, Irene Ferrando Palomares, e o Decano da Facultade de Ciencias Políticas e Socioloxía da Universidade de Granada, Santiago Delgado Fernández, xunto a outros representantes institucionais. Desde este marco de colaboración entre os diversos organismos, deuse comezo a unhas xornadas destinadas a dotar ao profesorado de ferramentas e reflexións para transformar a súa práctica docente cara a un enfoque máis razoado, competencial e inclusivo.



Figura 1: Acto inaugural da XIV Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán.

Educación Matemática en Clave de Futuro: Perspectivas del Plan Nacional de Competencia Matemática

A primeira conferencia estivo a cargo de Antonio Moreno Verdejo, da Universidade de Granada, presente na figura 2, que abordou a estrutura e funcións do Comité Español de Matemáticas (CEMat). A súa intervención profundou na organización deste organismo, identificou os seus actores principais e analizou as estratexias de formación que está a impulsar. Antonio iniciou a súa charla cunha reflexión fundamental: *«non se trata tanto de en que imos formar, senón de por que imos formar»*.

En palabras do presidente da Comisión de Educación, *«o CEMat é un organismo no que convivimos, confluímos e dende o que propoñemos ideas maduradas coas diferentes sensibilidades de todas as sociedades que o compoñen»*. Na súa conferencia, Antonio Moreno Verdejo estruturou a súa análise en tres eixes principais: as cuestións que afectan á administración, as que afectan ao alumnado e as que inciden no profesorado.

Respecto á administración, centrouse no gasto en educación e no gasto por estudante. Sinalou que, en 2019, o gasto en educación en España era do 4 % do PIB, por baixo do 4,6 % da UE-27 e do 5 % da media da OCDE. Aínda que a diferenza porcentual poida parecer pequena, a diferenza económica en termos absolutos é moi considerable. Non obstante, o gasto por estudante en relación ao PIB dedicado a educación presenta datos similares: 25,6 % en España, 26 % na OCDE e 25,3 % na UE-22. Moreno destacou que esta inversión non se distribúe de forma homoxénea, xa que hai un maior investimento no ensino terciario en detrimento da educación primaria. Subliñou positivamente que o investimento



Figura 2: Presentación da conferencia a cargo de Antonio Verdejo en nome de CEMat.

español en formación profesional é superior á media da súa contorna, un feito que se ve reflectido nos bos indicadores desta etapa. Finalmente propuxo mirar cara á educación primaria como ámbito que require unha maior atención.

Malia os datos presentados, a súa reflexión final foi que, aínda sendo importante, o gasto educativo non é nin o principal causante dos problemas nin o único elemento para a mellora; é un factor relevante mais non determinante por si só.

No que respecta ao alumnado, os datos presentados foron preocupantes. A esperanza de vida educativa en España é de 18,7 anos, notablemente inferior á de países como Finlandia ou Bélxica. A taxa de escolarización aos 17 anos é baixa e, aínda que a taxa de abandono escolar temperá mellorou (ata o 21,4 %), segue sendo das máis altas de Europa. En termos xerais, o nivel de formación da poboación española atópase 18 puntos por baixo da media europea.

O terceiro eixe analizado foi o profesorado. Antonio Moreno sinalou varios desafíos: un proceso de acceso á carreira docente excesivamente centrado nos contidos e pouco na vocación e nas habilidades pedagóxicas, carencias na formación inicial e unha formación continua insuficiente e mal deseñada. Especificou que na formación inicial do profesorado de primaria hai unha abundante formación didáctica pero escasa base matemática, mentres que en secundaria sucede o contrario: hai sólidos coñecementos matemáticos pero unha formación didáctica insuficiente. Ademais, criticou que a formación continua adoita ofrecerse en horario de descanso do profesorado, o que a fai pouco práctica, e destacou a falta de preparación específica en xestión da aula e comportamento do alumnado. Para rematar, apuntou a que o sistema español dedica poucos esforzos a atraer ás persoas máis cualificadas á profesión docente e á escasa observación entre os mesmos compañeiros para mellorar a nosa práctica educativa.

A análise do sistema educativo español, aínda que sinala áreas de mellora, tamén permite recoñecer aspectos positivos que serven como base sólida para o progreso. O profesorado demostra un alto nivel de vocación e compromiso, o salario docente sitúase por encima da media dos países da OCDE en termos relativos, e existe unha alta satisfacción laboral entre os profesionais. Ademais, é destacable a progresiva e acertada incorporación das mulleres a postos de responsabilidade, que xa alcanza o 49 %.

Mais a competencia matemática segue sendo un dos grandes retos pendentes. Os resultados en avaliacións internacionais, así como a alta taxa de repetición e a ansiedade cara á materia, sinalan a necesidade de actuar de forma estratéxica. É neste contexto onde o CEMat asume un papel crucial. Tras levar a cabo un estudo diagnóstico sobre a situación da competencia matemática en España (presentado o 29 de maio de 2024), o CEMat non só se limitou a identificar debilidades, senón que elaborou un conxunto de medidas concretas e accionables. O seu plan de mellora artículase en tres eixes principais: a formación do profesorado, a actuación nos centros educativos e a elaboración de bases de datos homologadas de recursos educativos en aberto.

Algunhas das medidas propostas, baseadas nas evidencias do diagnóstico, son as seguintes:

- › Reforzo do alumnado con dificultades: deseñar estratexias que permitan apoiar ao alumnado con maiores dificultades na aprendizaxe das matemáticas sen renunciar ao principio de inclusión, garantindo que ninguén quede atrás.
- › Acción conxunta competencial: Impulsar programas que desenvolvan de maneira integrada a competencia matemática e a comprensión lectora, xa que ambas son piares fundamentais para a aprendizaxe.
- › Revisión da formación docente: Revisar en profundidade os plans de estudo dos graos de Educación Infantil e Primaria para garantir un equilibrio entre a formación didáctica e o coñecemento matemático de base. Paralelamente, reforzar a formación pedagóxica do profesorado de secundaria.
- › Acceso á docencia e prácticas colaborativas: Analizar e mellorar as condicións de acceso á profesión docente, potenciando criterios que valoren a vocación e as habilidades pedagóxicas. Ademais, fomentar a co-docencia como estratexia para favorecer a innovación e o apoio entre profesionais.
- › Empoderamento do profesorado: Dotar aos docentes de matemáticas de maior autonomía, recoñecemento social e capacidade de toma de decisións sobre métodos e recursos, confiando na súa experiencia.
- › Avaliación de políticas educativas: Impulsar programas de avaliación a longo prazo das políticas educativas aplicadas, en estreita coordinación coas Comunidades Autónomas, para medir o seu impacto real e tomar decisións baseadas en evidencias.

En conclusión, Antonio Moreno indica que a estratexia do CEMat vai máis alá da crítica, proponendo un camiño baseado na colaboración entre administracións, expertos e docentes para elevar a calidade do ensino e da aprendizaxe das matemáticas en España, aproveitando así os puntos fortes xa existentes no sistema.

Tareas ricas para favorecer el razonamiento matemático

A última conferencia do primeiro día estivo a cargo de Rafael Ramírez Uclés, da Universidad de Granada. Ramírez Uclés defende que o clima da aula é importante e que traballar para a creación de ambientes de aprendizaxe matemática significativos debe ser primordial.

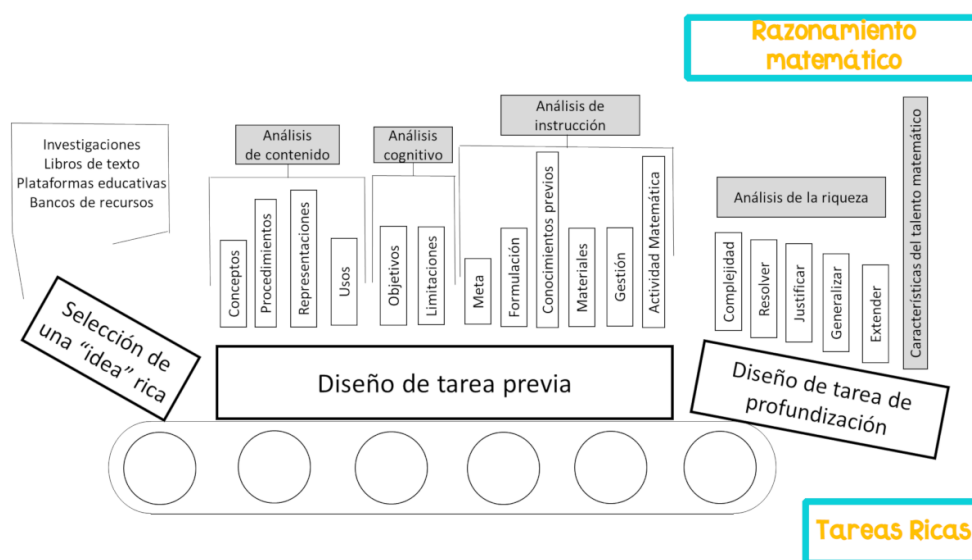


Figura 3: Resumo do traballo presentado sobre a selección de tarefas ricas para favorecer o razoamento matemático.

A aprendizaxe das matemáticas non debe reducirse á mera aplicación de algoritmos sen significado. Pola contra, el insiste en crear situacións problemáticas abertas, contextualizadas e que obriguen ao alumnado a ter demanda cognitiva. Ademais resalta a importancia de que tamén se aprende do erro. Estas “tarefas ricas” actúan coma o eixe sobre o que xira a construción do coñecemento, permitindo atender á diversidade de ritmos e estilos de aprendizaxe na aula, xa que cada alumno ou alumna pode abordar o problema desde o seu propio nivel e avanzar a distintos graos de profundidade, tal e como se pode ver na figura 3.

Na súa intervención, Rafael indica catro eixes na comprensión conceptual dun problema: conceptos, procedementos, representacións e contextos ou situacións. Tamén lle outorga unha importancia fundamental ao uso de materiais manipulativos, xa que actúan como puntos de apoio que facilitan a comprensión de conceptos abstractos. Ao manipular obxectos, os estudantes poden experimentar, verificar as súas hipóteses e interiorizar propiedades matemáticas de forma intuitiva antes da abstracción puramente simbólica.

3 de xullo

El pensamiento proporcional: llegar al aula para quedarse

A segunda xornada da Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán contou en primeiro lugar coa participación de María Burgos Navarro, da Universidade de Granada, quen ofreceu unha conferencia sobre o pensamento proporcional, un dos eixes centrais do razoamento matemático. O relatorio iniciou cunha clarificadora delimitación conceptual deste tipo de pensamento, abordándoo tanto desde a súa presenza no currículo español como desde as achegas máis relevantes da investigación en didáctica das matemáticas.

Un dos aspectos máis enriquecedores da súa exposición foi subliñar o carácter transversal e esencial do razoamento proporcional. A conferenciante deixou claro que non se trata dun contido illado, senón dun “saber básico” que se vincula ao sentido numérico, espacial, alxébrico e estocástico. A súa relevancia esténdese, ademais, a disciplinas como a física, a química, a educación financeira ou a arte, o que demarca a súa condición de competencia fundamental para a cidadanía.

Desde a perspectiva da investigación, Burgos definiu o razoamento proporcional como unha forma sofisticada de pensamento que involucra: un sentido de covariación (como cambian dúas variables interrelacionadas), a capacidade de realizar comparacións múltiples en termos relativos e a inferencia e predición en situacións tanto cualitativas como cuantitativas. Neste punto, revisou os tres enfoques clásicos para o seu estudo: o aritmético (razón como cociente), o de medida (razón entre magnitudes homoxéneas) e o funcional (relación entre magnitudes de diferente natureza), destacando que este último é fundamental para sentar as bases do pensamento alxébrico en secundaria.

A parte final da charla estivo dedicada ás implicacións prácticas, arredor das cales a conferenciante estruturou unhas recomendacións clave para a aula, dentro das cales recuperamos:

- Abordar os conceptos de razón e proporción de maneira intuitiva e contextualizada antes de proceder á súa formalización.
- Presentar unha progresión de estratexias de resolución, incluíndo tanto problemas de valor faltante como de comparación, e fomentar que o alumnado elixa e debata a súa eficacia.
- Traballar a porcentaxe como un caso de proporcionalidade e deseñar situacións que permitan descubrir de maneira natural o modelo da función lineal.
- Crear oportunidades para que os estudantes describan, expliquen e xeneralicen os procedementos e relacións, facilitando así a transición do razoamento aritmético ao alxébrico.
- Un uso crítico do libro de texto, pois ela alertou sobre as limitacións que adoitan presentar (tratamento algorítmico, secuenciación inadecuada ou ausencia de argumentación) e animou aos docentes a ser críticos ao usalos, complementándoos con tarefas ricas.

A súa charla deixou claro que este tipo de razoamento non é só un contido máis, senón que artella e dá sentido a unha enorme cantidade de coñecementos matemáticos, polo que a súa correcta abordaxe didáctica debe ser unha prioridade para calquera docente.

¿Este problema demanda conocimiento matemático? Dos o tres cosas que sé sobre el planteamiento de problemas auténticos, abiertos y complejos

O segundo conferenciante da xornada, Carlos Segura da Universitat de València, abordou un dos eixes centrais das matemáticas: a modelización. A súa intervención percorreu pola súa importancia, os retos e as aplicacións prácticas de integrar este proceso nas aulas de Primaria e Secundaria.

Segura iniciou a súa charla profundando no que denominou “o contexto do contexto”, subliñando a importancia que o escenario real dun problema xoga no proceso de resolución. El defende a necesidade de problemas cunha forte conexión coa realidade, xa que é esta vinculación a que dota de sentido ao traballo matemático. O proceso de tradución entre esta realidade e as estruturas matemáticas e viceversa é, precisamente, a esencia do que se coñece como desenvolvemento dun modelo matemático, e as tarefas que o requiren denomínanse problemas de modelización. Para traballar a complexidade inherente a este proceso, Segura propuxo guiar ao alumnado a través das fases estruturadas de Blum y Leiss [1]: simplificación/estruturación do problema real, matematización (tradución a símbolos e operacións), traballo matemático interno, interpretación dos resultados no contexto orixinal e validación da súa utilidade e precisión. Na súa conferencia, Segura ilustrou cada unha destas etapas con exemplos.



Figura 4: Carlos Segura presentando o seu traballo sobre demanda de coñecemento matemático nas tarefas matemáticas.

Un dos apartados máis reveladores da súa exposición centrouse na motivación do alumnado. Segura alertou de que, aínda que está demostrado que a modelización promove aprendizaxes significativas, isto non garante un aumento da motivación. Explicou que este aspecto depende da regulación de tres factores: o interese pola tarefa, o valor que lle outorga o/a estudante e a súa autoeficacia (crenza nas propias capacidades). Por isto, recomendou non lanzarse a situacións de aprendizaxe excesivamente complexas que poidan minar a confianza dos estudantes. Sinalou a importancia de introducir a modelización de forma graduada, incluso desde Educación Infantil a Primaria, mediante secuencias de problemas progresivos que permitan aos estudantes familiarizarse co proceso, gañar confianza e, así, mellorar a súa autoeficacia.

O relator foi pragmático ao recoñecer os obstáculos que os docentes atopan para implementar esta abordaxe, aínda que sexa un requisito da LOMLOE. Entre eles, destacou as dificultades no deseño, a selección e a integración destes problemas na planificación didáctica. Como solución de entrada, propuxo os problemas de Fermi, como unha ferramenta accesible e ideal para introducir a modelización. Suxeriu que a combinación con ferramentas TIC pode ser a mellor maneira de comezar a traballalos de forma dinámica e colaborativa.

Outro aspecto salientable foi a súa análise sobre a modelización e o talento matemático. Segura presentou datos das súas investigacións que revelan unha brecha significativa no interese e na implicación que mostran os estudantes con alto talento matemático fronte aos ordinarios cando se lles propoñen problemas de modelización, fronte a problemas intramatemáticos. Para estes alumnos, a conexión co mundo real, a abertura e a complexidade destas tarefas actúan como un poderoso estímulo.

Para finalizar, Carlos Segura concluíu cunha reflexión sobre a necesidade de apoio curricular. Sinalou que calquera reforma que pretenda promover a modelización desde as idades temperás debe ir acompañada non só do texto legal, senón de materiais didácticos específicos e formación docente de calidade. Neste sentido, puxo como exemplo o bo traballo realizado no currículo de Aragón [2], que serve como referente de como se pode redactar unha proposta curricular. Esta conferencia non só ofreceu un marco teórico sobre a modelización, senón que proporcionou unhas pautas prácticas salientando o seu valor para o alumnado en xeral.

4 de xullo

Los datos: el vínculo entre lo estocástico y lo computacional

A última conferencia da Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán estivo a cargo de Luis Rodríguez-Muñiz, da Universidade de Oviedo, quen propuxo unha reflexión sobre a intersección do sentido estocástico e o pensamento computacional.

A súa intervención iniciou cunha fundamentación no eido do razoamento estatístico. Rodríguez-Muñiz presentou dous marcos clave para a resolución de problemas baseados en datos: o ciclo PPDAC (*Problem, Plan, Data, Analysis, Conclusion*) de Wild e Pfannkuch [3], que artella o proceso investigativo desde a formulación do problema ata as conclusións, e o ciclo interrogativo (xerar, buscar, interpretar e xulgar), que enfatiza nas competencias de indagación. A partir de aquí, mostrou a construción do concepto de “sentido estocástico” grazas ás ideas de Batanero [4] e a súa integración de marcos (alfabetización, razoamento e pensamento estatístico).



Figura 5: Luis Rodríguez-Muñiz na presentación do seu traballo na xornada.

Un pilar central da súa exposición foi nomear o informe GAISE (*Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education*), que non só serve como guía didáctica senón que ofrece pautas específicas para a avaliación. Rodríguez-Muñiz detallou as súas sete recomendacións fundamentais:

1. Formular preguntas de xeito continuo durante todo o proceso estatístico.
2. Considerar diferentes tipos de datos e variables na análise.
3. Incluir o pensamento multivariable.
4. Usar o pensamento probabilístico para cuantificar e xestionar a aleatoriedade.

5. Entrelazar a tecnoloxía coa práctica estatística para facilitar a análise e visualización.
6. Comunicar de forma clara e precisa os resultados e as súas limitacións.
7. Avaliar centrándose na comprensión conceptual e no razoamento estatístico, vinculándoo á resolución de problemas.

Na segunda parte da súa charla, deu un paso máis ao introducir o pensamento computacional. Partindo do modelo de Brennan e Resnick (baseado en conceptos, prácticas e perspectivas), Rodríguez-Muñiz e os seus colaboradores propuxeron unha redefinición que enfatiza a importancia dos datos. Este ano presentaron o Modelo dos Tres Pilares (MTP), que articula este pensamento arredor de problemas, datos e algoritmos.

A contribución máis significativa da conferencia foi a proposta de conectar ambos os dous ámbitos. Rodríguez-Muñiz argumentou de forma convincente sobre a recollida de datos. Formulou o deseño de tarefas onde os datos presenten unha dobre vertente: servindo tanto para facer estatística (desenvolvendo o sentido estocástico) como para ser procesados baixo algoritmos (desenvolvendo o pensamento computacional).

A conferencia finalizou cunha actividade práctica na que todos os asistentes participaron de forma activa. Esta dinámica permitiu experimentar en primeira persoa a importancia crítica da fase de recollida de datos, servindo como broche perfecto para unha ponencia que soubo combinar a teoría con actividades prácticas no eido da estatística.

Obradoiros

Para rematar, cómpre destacar a riqueza e variedade da oferta formativa que se desenvolveu durante os dous primeiros días da escola en forma de obradoiros. Estes espazos permitiron aos asistentes profundar en estratexias didácticas concretas e explorar ferramentas e recursos. A relación dos obradoiros impartidos foi a seguinte:



Figura 6: Obradoiro Thinking Classroom.

Obradoiro 1. *GeoGebra: diseño de actividades y modelización matemática.* Impartido por Débora Peireiro, IES Barxas de Moaña, Pontevedra.

Obradoiro 2. *Thinking Classroom, desarrollando el potencial de todos y todas.* Impartido por José Ignacio Úbeda, Sección de Orba del IES Enric Valor, Alicante, tal e como se pode apreciar na figura 6.

- Obradoiro 3.** *Anamorfismos en un aula de ESO*. Impartido por Alba Blasco Estrada e Josep Costa Riu, Instituto Quercus, Sant Joan de Vilatorrada.
- Obradoiro 4.** *Diseño de tareas ricas para favorecer el pensamiento matemático*. Impartido por Rafael Ramírez, Universidad de Granada.
- Obradoiro 5.** *Exploding Dots. De la representación numérica al álgebra*. Impartido por Luis J. Rodríguez-Muñiz, Universidad de Oviedo.

Finalmente, a XIV Edición da Escuela de Educación Matemática Miguel de Guzmán clausurouse oficialmente na mañá do venres 4 de xullo, rematando así uns días de intenso intercambio de ideas, aprendizaxe colaborativa e reforzo do compromiso colectivo cunha ensinanza das matemáticas baixo o lema *Razoar para Aprender*, que guiou todas as sesións e obradoiros.

Referencias bibliográficas

- [1] Blum W. e Leiss D. (2007): How do students and teachers deal with modelling problems? In C.Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan, editors, Mathematical modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics: Proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, pages 222—231
- [2] EducAragón. Normativa ESO. Disponible en: <https://educa.aragon.es/-/normativa-eso>
- [3] Wild, C. J. e M. Pfannkuch (1999): "Statistical Thinking in Empirical Enquiry" (Dr. Román Hernández Martínez.), *International Statistical Review*, 67, pp. 223-265.
- [4] Batanero, C. (2019): Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Disponible en <http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html>

Ixchel Dzohara Gutiérrez Rodríguez

Facultade Ciencias da Educación e Deporte, Universidade de Vigo

<ixchel.dzohara.gutierrez.rodriguez@uvigo.gal>

Marcos Loureiro-Ga

Facultade de Educación e Traballo Social, Universidade de Vigo

<maloureiro@uvigo.gal>

XIII Xornada de Formación para Elaborar Proxectos de Estatística

COVADONGA RODRÍGUEZ-MOLDES

A Xornada de Formación para Elaborar Proxectos Estatísticos vén sendo unha actividade anual na que se fai patente a colaboración entre AGAPEMA e SGAPEIO, que a organizan conxuntamente. Cumpre xa 13 edicións coa celebrada este ano, pero esta vez presentou importantes diferenzas con respecto ás anteriores. A principal foi o lugar de celebración, que non foi o habitual na Facultade de Matemáticas senón que tivo lugar na Facultade de Ciencias Empresariais e Turismo de Ourense, e a segunda, a data, que variou do mes de novembro ao de outubro.

O motivo foi que, coincidindo coa celebración en Ourense do XVII Congreso Galego de Estatística e Investigación de Operacións entre o 23 e o 25 de outubro e seguindo a estela do anterior congreso de SGAPEIO dous anos antes en A Coruña, decidiuse integrar nel as “II Xornadas de Innovación Docente na Estatística e Investigación de Operacións” que, á súa vez, absorberían a XIII Xornada de Formación para Elaborar Proxectos de Estatística. Resultou así un mes de outubro cargado de actividades matemáticas pois tivo lugar unha semana despois do X Congreso de AGAPEMA de Lugo.

Actividade

Estas II Xornadas de Innovación Educativa comezaron o venres día 24, cun número de asistentes arredor de 40 persoas, ás 4 da tarde, co obradoiro *Taller Maestr@Yoda* impartido por Mercedes Conde Amboage (figura 1), Profesora do Departamento de Estatística, Análise Matemática e Optimización da Universidade de Santiago de Compostela. O proxecto de divulgación científica Stat Wars trata de achegar a estatística aos estudantes de secundaria a través dun formato innovador e divertido que ten varias sedes no territorio español, sendo a sección galega deste proxecto moi activa. Mercedes Conde fixo un percorrido áxil e entretido polas variadas e interesantes actividades que realizaron e que poden seguirse en <https://www.proyectostatwars.es/actividades>.

Despois dun café tivo lugar o segundo obradoiro: *Métodos e recursos para a aplicación da Intelixencia Artificial no ensino da ESO e Bacharelato*, a cargo de Pedro Cuesta Morales (figura 2), profesor do Departamento de Informática da Universidade de Vigo, que resultou moi dinámico, interesante e abraiante as posibilidades da IA na docencia que mostrou o relator. Sen dúbida, hai que formarse no bo uso desta potente ferramenta educativa.



Figura 1: Mercedes Conde durante o obradoiro.



Figura 2: Pedro Cuesta durante o obradoiro.

Rematada a xornada do venres, o sábado ás 9 da mañá as persoas asistentes citámonos na Aula Magna da facultade para unha longa sesión na que participaron varias profesoras, todas elas titoras de traballos premiados no concurso Incubadora de Sondaxes e Experimentos do ano 2025.

As primeiras en intervir foron María Teresa Rey Rey (figura 3), responsable da Aula Hospitalaria do Complexo Hospitalario Universitario de Santiago de Compostela (CHUS) e María Isabel Borrajo, profesora do Departamento de Estatística, Análise Matemática e Optimización da USC e voluntaria na atención hospitalaria. Consequiron contaxiar aos asistentes a emoción que supón o feito de que, a través das matemáticas e a estatística, alumnado con problemas hospitalarios de todo tipo se sentisen protagonistas, creadores de coñecemento e transmisores dunha mensaxe valiosa para a sociedade. Falaron da coordinación dos traballos “Algoritmo emocional”, Mención Honorífica na categoría B do concurso Incubadora e “Oncovida. Números que contan historias”, gañador do concurso na mesma categoría e Mención de Honra no II Concurso AVATAR -actual nome da fase nacional do concurso Incubadora- que se celebrou en Logroño.

A continuación María del Pilar Fernández Corbal e Pilar Rodríguez López (figura 4), do CPR Divina Pastora Franciscanas de Ourense contaron como lograron implicar a alumnado do centro para conseguir presentar traballos ao concurso Incubadora, todos eles levados a cabo fóra do horario escolar. Entre os traballos que mencionaron estaban “Venía a por pan y me llevé medio supermercado”, finalista na categoría de 1.º - 2.º de ESO e “El lado oscuro de la miel”, no que se investiga como o tratamento tér-

mico afecta á calidade do mel a través da análise do composto HMF como indicador do seu deterioro. Este traballo foi gañador do concurso Incubadora en Galicia na categoría de Bacharelato e tamén na fase nacional do concurso, en Logroño.



Figura 3: María Teresa Rey e María Isabel Borrajo.



Figura 4: M.ª Pilar Fernández e Pilar Rodríguez.

A última intervención foi a de Ana Belén Álvarez Álvarez (figura 5), do IES As Lagoas de Ourense, finalista na categoría de Bacharelato co traballo: “Todas as persoas que son felices son conscientes de que o son?”, contou Ana Belén como coordinou ao entusiasta equipo de primeiro de bacharelato que investigou como as persoas poden experimentar felicidade sen ser conscientes, tanto a nivel nacional, como a nivel galego e ourensán, analizando datos do INE, do IGE e finalmente comparándoos cos recollidos nunha ampla enquisa no centro.

Despois desta longa e interesante sesión, era o momento de tomar un café e comentar as impresións recibidas. O ambiente era moi agradable e o café pareceu darnos forza para a seguinte proposta, a mesa redonda sobre a *Estatística na PAU: Avaliación por competencias* moderada por Iván Area Carracedo, delegado do reitor na CIUG pola Universidade de Vigo, e na que participaron José María Alonso Meijide, director do grupo de traballo da materia Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais II, Concepción Aramburu Sánchez, inspectora de Educación e membro do Grupo de Traballo da materia Matemáticas II, María Mercedes Besada Hermida, membro do Grupo de Traballo da materia Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais II e profesora do IES Valle Inclán de Pontevedra e Óscar López Pouso, Director do Grupo de Traballo da materia Matemáticas II (figura 6). Unha interesantísima sesión na que se abordou a casuística dos problemas competenciais, a posibilidade do aumento de problemas deste tipo nas probas das PAU e tamén das vantaxes e inconvenientes da ordenación específica dos bloques de contido na programación de aula das materias.



Figura 5: Ana Belén Álvarez.



Figura 6: Participantes na mesa redonda do congreso.



Figura 7: Anabel Fortes durante a sesión plenaria final do congreso.

Tras un breve receso, tivo lugar a sesión plenaria final do congreso e das xornadas, impartida por Anabel Forte Deltell (figura 7), profesora do Departamento de Estadística e Investigación Operativa da Universidade de Valencia, coñecida tamén nas redes sociais como BayesAna e directora do proxecto Stat Wars: El Imperio de los datos. O título da conferencia foi *Estatística: de arma de poder a clave da ciencia*, unha fin de xornada espectacular que resultou grata para todos os asistentes.

E isto foi todo o que deron de si as II Xornadas de Innovación Educativa e a XIII Xornada de Formación para Elaborar Proxectos de Estatística. O próximo ano non haberá congreso de SGAPEIO e espérase que a XIV Xornada se celebre, de novo, na Facultade de Matemáticas no mes de novembro coa organización conxunta de SGAPEIO e AGAPE-MA.

Covadonga Rodríguez-Moldes

Catedrática xubilada

<covadongares@gmail.com>

1. Para o envío de artigos ou calquera consulta sobre o seu contido usarase o correo electrónico do Comité Editorial de Gamma: <gamma@agapema.org>.
2. Os traballos presentados para a súa posible publicación deben ser orixinais e non estar en proceso de revisión ou publicación en ningunha outra revista. Admítense todo tipo de traballos: teóricos, divulgación, innovación didáctica, pasatempos...
3. No correo electrónico no que se adxunte o artigo deben indicarse os nomes e apelidos de todas as persoas autoras, o seu lugar de traballo, a súa dirección de correo electrónico e, opcionalmente, o seu usuario en redes sociais.
4. Á recepción do traballo enviarase un correo electrónico como acuse de recibo.
5. Os artigos remitidos para a súa publicación deben ter as seguintes características:
 - › Enviaranse, a ser posible, no formato da plantilla $\text{\LaTeX}$ que se atopa na páxina web da revista.
 - › De non ter coñecementos suficientes de $\text{\LaTeX}$, tamén se aceptará en formato DOC ou ODT. En tal caso, usarase o tipo de letra Times New Roman a tamaño 11 e con interliñado simple, e para as expresións matemáticas empregarase o editor de ecuacións. De resultar este limitado para algunha expresión, incorporárase como imaxe.
 - › Xunto co artigo remitirase un resumo (máximo 600 caracteres sen incluír espazos), unha tradución do mesmo e do título ao inglés, e ata cinco palabras chave xerarquizadas (en galego e en inglés).
 - › As notas a pé de páxina deben ir numeradas correlativamente con superíndices ao longo do artigo, e incluíranse ao final do texto.
 - › Os esquemas, debuxos, gráficas e imaxes serán enviados preferentemente en formato PNG ou PDF. Será tamén admisible o JPG, en particular para as fotografías, a unha resolución mínima de 300 ppp. Anexaranse ao correo electrónico, á parte do texto do artigo. Cada arquivo estará claramente identificado, e se ten que levar pé de ilustración reseñarase no documento onde corresponda.
 - › As referencias bibliográficas disporanse ao final do artigo, por orde alfabética de apelidos e seguindo o estilo Harvard.
 - » **Libros:** Apelidos, Inicial do nome (Ano de publicación): *Título do libro en cursiva*, Edición (de non ser a primeira), Lugar de publicación, Editorial.
Exemplo: Labranha, A. (2018): *O universo matemático*, Vigo, Edicións Xerais.
 - » **Artigos de revistas:** Apelidos, Inicial do nome (Ano de publicación): "Título do artigo", *Título da revista en cursiva*, Volume da revista (Número da revista), páxinas.
Exemplo: Somoza Sampayo, L. e M. Sampayo Yáñez (2014): "O xogo do Mancala", *Gamma*, 14, pp. 21-27.
 - › Todas as referencias bibliográficas deben corresponder a mencións feitas no texto.
6. Notifícarase ás persoas interesadas a aceptación ou non do artigo, así como –en caso afirmativo– a posible data da súa publicación. Se a xuízo do Comité Editorial o traballo é publicable con modificacións, seralle devolto coas ditas observacións. A persoa autora deberá contestar se está de acordo cos cambios propostos, comprometéndose a enviar unha versión revisada, indicando os cambios efectuados, nun período non maior de 2 meses. De non recibirse nese prazo, o Comité Editorial dará por sentado que a persoa autora desistiu da súa intención de publicar na revista.
7. Non se manterá correspondencia sobre as causas da non aceptación dun artigo.

GAMMA 16

