

Modelización matemática no ensino secundario e un exemplo da súa implementación

JOSÉ BENITO BÚA ARES

A reforma LOMLOE tenta impulsar cambios relevantes na forma de ensinar e aprender matemáticas. Unha das actividades que se mencionan na reforma como fundamentais para conseguir eses cambios son as actividades de modelización matemática. No artigo preséntase unha breve introdución á modelización matemática no ensino, á forma en que aparecen mencionadas esas actividades na reforma e un exemplo da súa implementación nas aulas nun instituto formando parte dos instrumentos de avaliación das programacións didácticas de Matemáticas. Para ilustrar esa implementación, descríbense dúas actividades propostas en 2.º da ESO e 1.º de Bacharelato Científico-Tecnolóxico.

Palabras chave: Modelización matemática, GeoGebra, Tracker, función, trigonometría

Mathematical modeling in secondary school and an example of its implementation in the classroom as an assessment tool

The LOMLOE's reform seeks to promote significant changes in the way mathematics is taught and learned. One of the activities mentioned in the reform as fundamental to achieving these changes is mathematical modeling activities. This article presents a brief introduction to mathematical modeling in teaching, the way these activities are mentioned in the reform, and an example of their implementation in classrooms at a Secondary Education as part of the assessment tools for the Mathematics Teaching Programs. To illustrate this implementation, a description is provided of two activities proposed in the second year of compulsory secondary education and the first year of the Scientific and Technological Baccalaureate.

Keywords: Mathematical modeling, GeoGebra, Tracker, function, trigonometry

Non resulta arriscado afirmar que calquera profesor de matemáticas sabe que é un modelo matemático e que é unha modelización matemática. En poucas palabras, poderíamos dicir que unha modelización matemática é un proceso no que as matemáticas xogan un papel de grande importancia na busca de solucións dun problema e un modelo matemático é o produto que resulta de aplicar correctamente ese proceso. No eido do ensino das matemáticas, o significado de que é unha modelización e un modelo non cambia de forma substancial pero leva asociada a pregunta de se a xeración ou construción de modelos debe ser unha das actividades matemáticas que o alumnado debe realizar. Se se sostén que si, virá a procura de resposta da importancia que deben ter dentro do conxunto de actividades matemáticas propostas, que tipo de actividades de modelización deben levarse á aula e con que finalidade, como deben ensinársese e que debe aprender o alumnado no proceso.

Modelización e modelo. O ciclo de modelización

No ano 1991, Blum e Niss publicaron o artigo *Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State Trends and Issues in Mathematics Instruction* [1]. Sen lugar a dúbidas, ese artigo influíu enormemente no desenvolvemento posterior dos acontecementos. Representou un punto de inflexión na pregunta de se as actividades de modelización deben formar parte do coñecemento matemático que o alumnado debe adquirir. Ata o artigo de Blum e Niss, as actividades de modelización eran un tipo de actividade matemática que podían ser máis ou menos importantes no ensino das matemáticas pero non eran consideradas como unha das actividades fundamentais á hora de propoñer actividades nas aulas. Hoxe en día, non só non está en cuestión se se deben implementar, senón que, como veremos máis adiante, representan un elemento de grande importancia no ensino das matemáticas. Chegouse a ese punto grazas en gran parte ao artigo de Blum e Niss. Por este motivo, ese artigo mencionárase a miúdo.

Blum e Niss definen un modelo matemático como:

Un modelo consiste en certos obxectos matemáticos, correspondentes a ‘elementos básicos’ da situación orixinal ou do modelo real, e de certas relacións entre estes obxectos, que corresponden con relacións entre os ‘elementos básicos’. Para ser un pouco máis precisos, un modelo matemático pode ser visto como un triple (S, M, R) , consistente nunha situación problemática real S , unha colección de entidades matemáticas M e unha relación R entre os obxectos e relacións de S e os obxectos e as relacións de M .

Blum e Niss [1, páx. 39]

Polo tanto, nun modelo matemático atópanse dous ‘mundos’ diferenciados: o mundo das matemáticas e o mundo real. A actividade céntrase nunha situación no mundo real que dá lugar á formulación de preguntas ou cuestións ás que hai que dar resposta. O proceso de modelización consiste en establecer relacións entre a situación contextualizada no mundo real e os conceptos, nocións, coñecementos etc. propios das matemáticas (ou, se se prefire, propios do mundo matemático). Esas relacións permiten obter un modelo matemático que proporciona resposta á pregunta ou cuestión proposta inicialmente.

Ese proceso de paso da situación problemática á obtención dun modelo matemático divídese en procesos relacionados entre si. A forma de establecer esas relacións entre os diferentes procesos coñécese como ‘ciclo de modelización’.

No avance do estudo da modelización matemática no ensino, xeráronse diferentes ciclos de modelización. A día de hoxe, o número de ciclos de modelización existente é considerable. De seguido incluímos o máis usado a nivel teórico (figura 1):

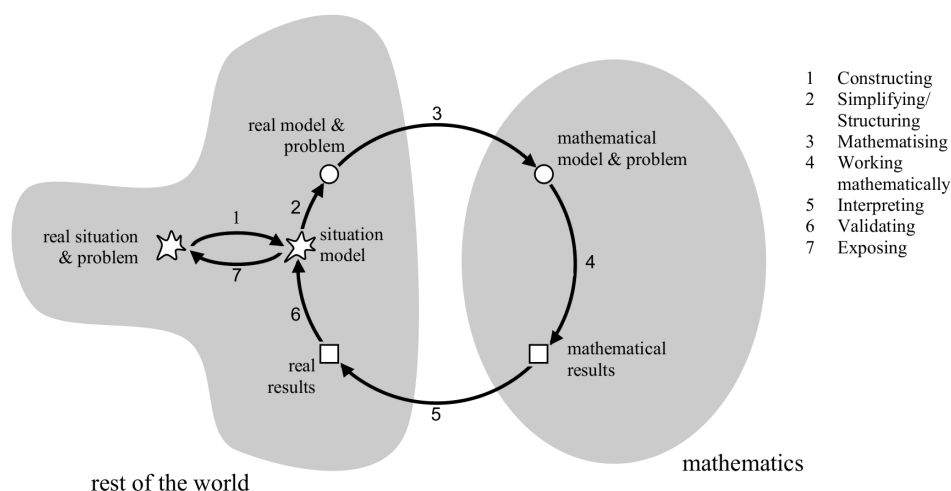


Figura 1: Ciclo de modelización de Blum e Leiss [2].

Como se observa, o ciclo de modelización supón realizar sete procesos ou pasos. O sexto paso e as conclusións que se obteñan (*Validating*) poderían levar á decisión de tentar mellorar o modelo obtido, ou que desencadee unha repetición do proceso. Por iso é polo que se caracteriza como un ciclo. Pero aínda que as frechas do esquema poidan levar a pensar que os procesos se realizan nunha orde concreta, a realidade é que, ao levar á práctica unha tarefa de modelización establécense relacións entre os distintos procesos non sinaladas no esquema. Así, por exemplo, nunha actividade de modelización pode ocorrer que despois ou durante o proceso de interpretación se volva producir un proceso de construción, de simplificación, de traballo matemático etc. Isto quere dicir que, aínda que se denomine ou caracterice como un ciclo, en realidade o proceso é bastante máis complexo que seguir unha serie de pasos de forma ordenada.

Faise notar que no ciclo de modelización de Blum e Leiss distínguense dous mundos: o mundo das matemáticas e o resto do mundo. O ‘mundo real’ que se menciona no artigo de Blum e Niss substitúese no ciclo de Blum e Leiss polo ‘resto do mundo’. Noutros ciclos de modelización, o ‘mundo real’ denomínase como ‘mundo extramatemático’. Ese cambio do ‘mundo real’ por ‘resto do mundo’ ou ‘mundo extramatemático’ non é en modo algún casual. Non afondaremos neste tema, pero máis adiante xurdirá esa cuestión ao describir os dous exemplos de actividades implementadas na aula.

O ciclo de Blum e Leiss considérase ás veces pouco adecuado para levar á aula unha actividade de modelización ou para analizar o proceso de modelización que seguiu o alumnado ao realizar unha actividade de modelización. Esas son dúas das razóns polas que xorden ciclos de modelización diferentes. Como exemplo, inclúese o ciclo de modelización de Blum e Borromeo-Ferri, desenvolvido como un esquema para ser usado polo profesorado e ser entregado ao alumnado (figura 2).

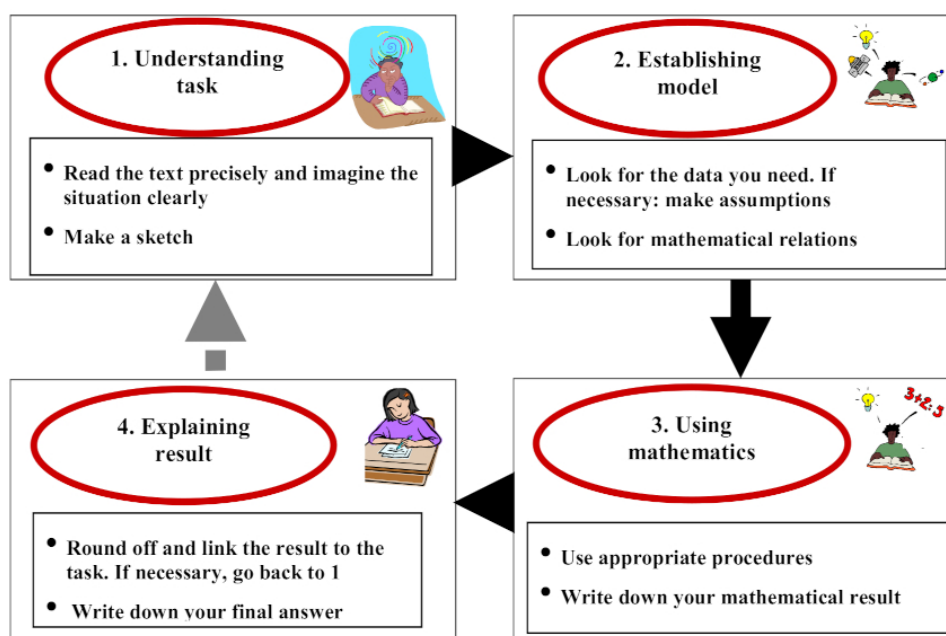


Figura 2: Ciclo de modelización de Blum e Borromeo-Ferri [3].

Por que realizar actividades de modelización? Obstáculos á súa introdución. Perspectivas

Pódense realizar moitos tipos de actividades nunha clase de Matemáticas pero o tempo é limitado, tanto no que se refire ao curso escolar como á duración dunha clase. Faise necesario escoller que facer e que non, establecendo prioridades para tomar decisións. Esas prioridades establécense tendo en conta os obxectivos de ensino-aprendizaxe. Hai varios actores na toma de decisións de que ensinar e como ensinar matemáticas. Entre todos eses actores destacan especialmente dous. Por unha banda, temos as prioridades do currículo oficial, establecidas pola administración educativa pero influenciadas por múltiples factores externos. Por outro lado, as prioridades de cada docente. As prioridades do currículo non sempre coinciden coas prioridades do profesorado. E, de feito, nin

sequera as prioridades dun profesor teñen porque coincidir coas doutro profesor. É habitual que nos Departamentos Didácticos de Matemáticas xurdan conversas, debates e mesmo discusións arredor dese tema. Faise necesario establecer un equilibrio entre todo ese conxunto de prioridades. Esa busca de equilibrio non é en modo algún un proceso sinxelo e, polo tanto, non sempre se chega a acadar ese equilibrio.

Por que se menciona o anterior? Porque falar das razóns ou vantaxes de implementar tarefas de modelización é falar da consecución de obxectivos de ensino-aprendizaxe das matemáticas. E falar deses obxectivos é falar das prioridades que se establezan. De seguido, menciónanse as vantaxes que Blum e Niss achegan no seu artigo do ano 1991. É moi posible que quen as lea pense que non todas teñen a mesma relevancia ou incluso se as vantaxes teñen a importancia suficiente como para levar á decisión de implementar tarefas de modelización na aula. Os argumentos a favor son os seguintes:

1. Argumento formativo.

Salienta a aplicación das matemáticas e a realización de modelos matemáticos e a resolución de problemas como medios adecuados para desenvolver competencias e actitudes xerais nos estudantes.

2. Argumento da competencia crítica.

Céntrase en preparar aos estudantes para vivir e actuar con integridade como cidadáns, tanto privados como sociais, cunha competencia crítica nunha sociedade cuxa configuración e funcionamento vese cada vez máis influenciada polo uso das matemáticas a través de aplicacións e modelos.

3. Argumento da utilidade.

Salienta que a instrución matemática debe preparar aos estudantes para utilizar as matemáticas para resolver problemas ou describir aspectos de áreas e situacións extramatemáticas específicas, xa en referencia a outras materias, contextos ocupacionais ou á vida cotiá actual ou futura dos estudantes.

4. Argumento da imaxe das matemáticas.

Insiste en que é unha tarefa importante da educación matemática establecer cos estudantes unha imaxe rica e completa das matemáticas en todas as súas facetas, como ciencia, como campo de actividade na sociedade e na cultura. Dado que a modelización e as aplicacións constitúen unha compoñente esencial da devandita imaxe, esta compoñente debe ocupar un lugar apropiado nos currículos de matemáticas.

5. Argumento da promoción da aprendizaxe das matemáticas.

Salienta que a incorporación de aspectos e actividades de resolución de problemas, aplicacións e modelización no ensino das matemáticas é moi adecuada para axudar aos estudantes a adquirir, aprender e reter conceptos, nocións, métodos e resultados matemáticos, ao proporcionarlles motivación e relevancia para os estudos matemáticos. Este traballo tamén contribúe a formar os estudantes para pensar matematicamente e para seleccionar e aplicar técnicas matemáticas dentro e fóra das matemáticas.

Pero non todo son vantaxes. A estes argumentos a favor, tamén engaden obstáculos ou atrancos á súa implementación:

1. Obstáculos organizativos.

Refírense fundamentalmente á escasa duración das clases de Matemáticas (45-50 minutos xeralmente).

2. Obstáculos en relación co alumnado.

Céntranse en que a modelización converte a clase de Matemáticas nunha clase máis difícil e menos previsible. As tarefas rutineiras, como cálculos matemáticos, son máis populares entre os estudantes porque son moito máis fáciles de comprender e, a miúdo, pódense resolver simplemente seguindo certas “receitas”. Isto facilita aos estudantes obter boas cualificacións nas probas e exames. O alumnado pode ter dificultades para levar a cabo os diferentes pasos do ciclo ou do proceso de modelización no seu conxunto, o que conleva un maior grao de dificultade.

3. Obstáculos en relación co profesorado.

Presentan máis variedade. A resolución de problemas e o seu uso fóra das matemáticas fan o ensino máis aberto e máis esixente para o profesorado porque conleva cualificacións “non matemáticas”, o que fai máis difícil a tarefa de avaliar aos estudantes. A isto, engádese que o profesorado non considere a modelización como unha actividade matemática “propia”, senón que se insire no campo das aplicacións das matemáticas e, polo tanto, noutras materias do currículo. Ademais, a clase convértese en máis aberta e menos previsible. Como consecuencia, o profesor precisa de competencias e habilidades que lle permitan afrontar a introdución da modelización no ensino. Moi a miúdo, o profesorado simplemente non coñece suficientes exemplos de aplicacións e modelos adecuados para o ensino, ou non ten tempo suficiente para actualizar os exemplos, adaptalos á clase real e preparar o seu ensino en detalle.

Mencionábase antes que na implementación da modelización no ensino, os obxectivos das actividades de modelización xogan un papel fundamental. Ás vantaxes ou argumentos a favor engádense os obxectivos que se lle asignan á modelización no contexto de ensinar-aprender matemáticas. Pode parecer que o obxectivo está claro: partir dunha situación real ou extramatemática que se asocia a un problema ou cuestión e seguir un proceso que conduza a un modelo que resolva o problema ou dea resposta á cuestión proposta. O dito é certo. Pero ese obxectivo en realidade diversifícase á hora de propoñer tarefas de modelización concretas. A razón é que no proceso previo á implementación, e que consiste en decidir que actividade concreta realizar, xorden multitude de posibilidades. Escoller que posibilidade é a adecuada conleva, necesariamente, unha toma de decisións. Nesa toma de decisións, xogan un papel fundamental os obxectivos de ensino-aprendizaxe que se lles asignan ás tarefas de modelización.

A partir dos anos 90, as actividades de modelización no ensino-aprendizaxe das matemáticas foron gañando importancia. Pero esa importancia só se fixo visible en documentos que postulaban un cambio nos obxectivos e na forma de ensinar-aprender matemáticas (como no caso dos marcos teóricos dos informes PISA [6] [7]) e, sobre todo, no eido da investigación en didáctica da matemática. Desafortunadamente, a produción científica arredor da modelización matemática no ensino é, nestes intreos, considerable. Pero durante bastantes anos esa importancia crecente pasou desapercibida para a comunidade de docentes de matemáticas, en gran parte debido á falta de mecanismos ou “pontes” entre didáctica da matemática e profesorado de Matemáticas de ensino secundario. A situación cambiou cando a modelización matemática pasou a xogar un papel importante nos currículos de matemáticas nas reformas educativas. Pero, a pesar de representar un elemento importante na reforma actual e en reformas precedentes, a implementación real das actividades de modelización nas aulas segue sendo algo pouco frecuente. Como consecuencia, para poder describir os diferentes enfoques ou perspectivas en modelización matemática no ensino, vanse utilizar as experiencias e propostas realizadas na investigación en didáctica das matemáticas [4]. Eses enfoques ou perspectivas determínanse fundamentalmente a partir dos obxectivos que se asignan ás actividades de modelización no proceso de ensino-aprendizaxe das matemáticas. Existen varias clasificacións, pero poderíamos reducir o seu número a dúas [5], non excluíntes e complementarias:

- › Como vehículo para introducir un coñecemento matemático concreto.
- › Como vía para desenvolver a competencia en resolución de problemas reais.

Chegado o momento de propoñer unha actividade de modelización, eses obxectivos xogarán o seu papel na decisión de que tipo de actividade realizar. Pero haberá que concretar que actividade ou tarefa contextualizada no mundo real ou extramatemático se vai escoller. No ámbito da investigación en didáctica da matemática hai numerosos exemplos de actividades de modelización, pero ese número é escaso cando se trata de actividades implementadas na aula polo profesorado de ensino secundario ou propostas de implementación procedentes de libros de texto. De feito, esa falta de exemplos de actividades accesibles representa, tal e como xa afirmaban Blum e Niss no ano 91, un obstáculo para o profesorado que pode ser determinante á hora de introducir a modelización matemática no ensino. Se se supera ese obstáculo, tamén teñen grande importancia as decisións, xa cualificadas a maioría como obstáculos por Blum e Niss, relacionadas con:

- › A forma na que se vai presentar aos estudantes a actividade: vaise usar un enunciado curto para presentar a actividade ou tarefa, vaise confeccionar unha guía con apartados para facer un detrás doutro, vaise guiar aos estudantes facendo os diferentes pasos do ciclo e outras tarefas asociadas de unha en unha ...?
- › A organización do grupo de alumnos e alumnas: a actividade vaise facer de forma individual, en pequeno grupo, en gran grupo ...?

Ligadas ao anterior, xorden outras cuestións relevantes á actividade como, por exemplo:

- › a dedicación en horas,
- › o grao de apertura do problema,
- › o grao de autonomía que terán os estudantes,
- › a forma na que se vai avaliar a actividade, de maneira que esa avaliación proporcione unha nota que sirva para valorar mediante un número o traballo realizado polo alumnado (algo imprescindible se se pretende que a actividade forme parte dos instrumentos de avaliación ou que teña un reflexo na súa nota).

É dicir, xorden numerosas cuestións ás que hai que dar resposta. Moitas delas, como xa mencionamos, representan obstáculos á implementación deste tipo de actividades. Outras conlevan cambios na metodoloxía “tradicional” no ensino-aprendizaxe das matemáticas. Que gran parte das cuestións ás que debe dar resposta un profesor sexan cualificadas como “obstáculos”, vinculados en parte á utilización de metodoloxías pouco usadas na práctica docente habitual, é ilustrativo de que dar resposta a esas cuestións non é sinxelo. Haberá que afrontar esas dificultades se se considera que as actividades de modelización son o suficientemente valiosas como recurso para ensinar-aprender matemáticas. Ademais, como veremos a continuación, as actividades de modelización forman parte importante do currículo de matemáticas e, polo tanto, é obrigado implementalas na aula.

A modelización na LOMLOE

Como en reformas anteriores, a LOMLOE liga os obxectivos do ensino na ESO e no Bacharelato á adquisición de competencias (Real Decreto 217/2022 [8] e Real Decreto 243/2022 [9]).

A LOMLOE distingue oito competencias básicas ou competencias clave. Unha desas competencias é a competencia matemática e en ciencia, tecnoloxía e enxeñería ou competencia STEM (*Science Technology Engineering Mathematics*). É dicir, a competencia matemática intégrase nunha competencia máis ampla, seguindo a tendencia xeral de introdución das competencias STEM como unha das competencias fundamentais. Para cada unha das áreas, ámbitos ou materias do currículo, cada competencia clave concrétese nunha serie de descritores operativos (no caso da competencia STEM: STEM1, STEM2 etc.). Os descritores operativos, xunto cos obxectivos da etapa, conforman o punto de referencia para a concreción das competencias específicas de cada área, ámbito ou materia (no currículo galego, as competencias específicas chámanse obxectivos de área, ámbito ou materia pero veñen definidas de maneira idéntica). No caso das Matemáticas, na etapa da ESO, o número de competencias específicas é de 10 e, na etapa de Bacharelato, de 9. No desenvolvemento do currículo de Matemáticas na ESO e no Bacharelato, a LOMLOE define cinco bloques competenciais asociados ás competencias específicas e relacionados entre si: resolución de problemas, razoamento e proba, conexións, comunicación e representación e destrezas socioafectivas. Garántese a adquisición desas competencias específicas por medio dunha serie de criterios de avaliación e un conxunto de saberes. Eses saberes estrutúranse arredor do concepto de sentido matemático. O sentido matemático divídese en seis sentidos que deben relacionarse entre si: numérico, da medida, espacial, alxébrico, estocástico e socioafectivo.

A modelización menciónase de forma expresa nas competencias específicas tanto na ESO como no Bacharelato. No currículo da ESO aparece na descrición como primeira competencia específica:

Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.

Real Decreto 217/2022 [8, páx. 142]

No caso de Matemáticas I e II do Bacharelato, aparece tamén mencionada como primeira competencia específica:

Modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para obtener posibles soluciones.

Real Decreto 243/2022 [9, páx. 261]

No caso de Matemáticas Aplicadas ás CCSS I e II, o texto cambia «*de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología*» a «*de la vida cotidiana y de las ciencias sociales*».

A importancia que se concede á modelización é evidente. Vincúlase ao uso das matemáticas na resolución de problemas e co uso de estratexias e formas de razonamento en contextos científicos, tecnolóxicos e das ciencias sociais. A modelización preséntase como unha forma de resolver problemas ou cuestións nun contexto vinculado a disciplinas científicas diferentes das matemáticas. Polo tanto, asóciase a un ensino multidisciplinar, interdisciplinar e/ou transdisciplinar. Á súa vez, ese ensino-aprendizaxe das matemáticas integrado con outras disciplinas científicas conecta coa competencia STEM da reforma e abre a porta ás matemáticas integradas nun “ámbito” científico-tecnolóxico. Desafortunadamente, a importancia que se concede á realización de actividades de modelización non se limita a representar un recurso valioso para ensinar-aprender matemáticas senón que se vincula estreitamente coa adquisición de competencias, algo clave nos obxectivos da reforma.

Ademais, tanto o modelo matemático como o pensamento computacional considéranse fundamentais no sentido alxébrico por razóns organizativas pero indícanse que «*no son exclusivos del sentido algebraico y, por tanto, deben trabajarse de forma transversal a lo largo de todo el proceso de enseñanza de la materia.*» (Real Decreto 217/2022 [8, páx. 142]).

É dicir, a modelización é considerada e debe ser considerada un elemento transversal e, como consecuencia, un dos eixos fundamentais da materia de Matemáticas.

A modelización integrada nunha programación didáctica como un dos instrumentos de avaliación

Dende hai máis de 10 anos, no IES Sánchez Cantón realizábanse actividades nas aulas que poderíamos caracterizar como actividades propias dun ensino-aprendizaxe baseado en proxectos, proxectos de investigación ou, se se prefire, situacións de aprendizaxe. As actividades ás veces realizábanse un profesor de matemáticas co alumnado, ás veces máis dun docente de matemáticas co alumnado dun mesmo curso e, noutras ocasións, realizábanse en colaboración co profesorado doutras materias (Debuxo Técnico, Tecnoloxía, Xeografía e Historia). Unha parte desas actividades eran actividades de modelización.

Pero a realización dese tipo de actividades sempre tivo un encaixe pouco satisfactorio na programación didáctica do departamento (PD). Realizábanse presentándoas ó estudantado como actividades “voluntarias”. Unha parte delas para ser realizadas por todo o grupo e outra parte para ser realizadas de xeito individual ou por un grupo pequeno (2, 3 ou 4 integrantes). As realizadas por todo o grupo non conlevaban outorgar ningún tipo de nota ou cualificación. As realizadas de xeito individual ou por grupos pequenos si conlevaban unha avaliación con repercusión na nota. Concretamente, a realización da actividade implicaba sumar un máximo de 1 punto na súa cualificación da avaliación ou avaliacións nas que estivese realizando a actividade. Esa situación daba lugar a debates recorrentes sobre a forma apropiada de integralas na PD, sobre todo polo feito de que un alumno ou alumna poidese acadar unha nota de 11 como máximo cando o límite máximo é de 10.

Por mor da implementación da reforma LOMLOE, durante unha reunión do Departamento Didáctico de Matemáticas no curso 2023-2024, xurdiu o debate ao redor da realización dese tipo de actividades e a súa avaliación. Decidiuse que era conveniente realizar unha actividade por trimestre deste tipo en todos os grupos da ESO e 1.º de Bacharelato. A actividade formaría parte dos instrumentos de avaliación de cada programación didáctica e o seu peso sobre o total fixaríase en cada caso. En 2.º da ESO, ese peso fixouse no curso 2024-2025 nun 15 % sobre o total. O 70 % correspóndese con exames por escrito, o 15 % coa nota do traballo e o 15 % restante coa valoración do traballo diario, interese, esforzo, caderno etc. En 1.º de Bacharelato, o 85 % obtense da nota de exames e o 15 % restante da nota do traballo. Decidiuse que os obxectivos fundamentais desas actividades debían basearse en catro puntos fundamentais:

- › A actividade debe relacionarse con contidos do currículo que os estudantes estivesen a estudar ou xa estudaran recentemente. A actividade debe incluír a adquisición de novos coñecementos de matemáticas e/ou o uso de coñecementos propios doutras materias ou áreas de coñecemento.
- › Debe implicar o uso de ferramentas tecnolóxicas, tanto para o desenvolvemento da actividade como para a comunicación do proceso seguido e os resultados obtidos.
- › Debe realizarse en grupo.
- › Debe realizarse entregando unha guía da actividade ó alumnado na que se describan os pasos ou apartados a seguir.

Eses catro puntos, por unha banda, pretenden dar resposta a unha parte dos obxectivos que marca a LOMLOE para as Matemáticas pero tamén porque a súa realización, desde a opinión do profesorado do Departamento, resulta valiosa para a súa formación matemática. Faise notar que ao tratar o tema da introdución dese tipo de actividades como un dos instrumentos de avaliación nas PD, xurdíu unha diferenciación entre os obxectivos da LOMLOE e os obxectivos do profesorado do Departamento. Por desgraza, os obxectivos das diferentes reformas educativas en España dos últimos 35 anos non coinciden plenamente cos obxectivos de ensino-aprendizaxe do profesorado de Matemáticas. De aí que mencionemos esa diferenciación de obxectivos das actividades desde a LOMLOE ou desde a opinión do profesorado do Departamento.

Dos catro puntos, a guía é o máis problemático. Decidiuse que un docente que imparte nun nivel redacte unha proposta borrador da guía. Esa proposta será revisada polo resto de docentes dese nivel, achegando as suxestións que estimen oportunas. Nesas modificacións é onde entran en xogo os obxectivos de cada profesor. Dependendo dos obxectivos de cada profesor, a guía tomará unha forma ou outra. É dicir, na realización deste tipo de actividades, incluídas as actividades de modelización, os obxectivos de ensino-aprendizaxe de cada profesor xogan un papel fundamental e repercuten poderosamente nos obxectivos asignados á actividade [4].

Esa diferenza de obxectivos únese e vincúlase co problema do grao de apertura da actividade e a autonomía concedida ao alumnado á hora de realizala [3]. A guía da actividade pode, por exemplo, levar á realización dunha actividade máis aberta ou máis pechada. Canto máis pechada, concederáse menos autonomía ao alumnado pero tamén lle resultará menos problemática. Resultará máis fácil de avaliar pero menos rica no que se refire á variedade de procesos que teñen lugar mentres se realiza a actividade. Tamén se observa unha menor variedade nas respostas, chegando mesmo a resultar de resposta única. Se a actividade se presenta cun grao de apertura maior, vólvese máis difícil de avaliar e máis esixente para o alumnado, podendo levarlos a bloqueos que lle impidan chegar a unha solución ou resposta.

Esa procura de equilibrio entre nivel de apertura e nivel de autonomía concedida ao alumnado é, sen dúbida, o que repercute en maior medida na forma que toma a guía entregada ao alumnado. No noso instituto, de feito, é un dos debates recorrentes que xurdiron e xorden á hora de falar sobre como levar á aula este tipo de actividades. Aínda recoñecendo todo o profesorado do Departamento que a situación desexable é expor a actividade como unha actividade o máis aberta posible e conceder un alto grao de autonomía ao alumnado, xorde o problema de como evitar os bloqueos e como avaliar unha actividade na que xurdirán dificultades que, en ocasións, poden resultar insuperables para o alumnado. Cada docente ten unha opinión fundamentada sobre que grao de apertura e autonomía

debe ter unha actividade concreta. As dificultades para chegar a un acordo e lograr unha única guía da actividade para todos os grupos dun mesmo nivel son considerables. Isto levou a deixar a toma de decisións relativa á forma concreta que toma a guía da actividade ao profesor ou profesora que imparte clase en cada grupo.

Exemplos de actividades de modelización

Os traballos podían terse proposto cun enunciado textual relativamente curto. No caso do traballo de 2.º da ESO podería ser: *Calcula o número de farois (iguais aos farois que hai no patio) para iluminar correctamente a rúa de diante do instituto por ambos lados da rúa.* No caso do traballo de 1.º de Bacharelato: *Obtén a ecuación matemática e física que rixe o movemento ou movementos do Angry Bird no vídeo.* Esa opción de proposta de traballo, para o alumnado, sería a ideal. Partir dunha situación real que propón un problema e usar a modelización matemática para proporcionar a solución do problema en forma de modelo.

No caso da actividade de 2.º da ESO, nun primeiro paso só sería necesario proporcionar ao alumnado o coñecemento asociado ao uso de GeoGebra para calcular a altura do farol a partir dos datos de ángulo de elevación e distancia, aprender a usar GeoGebra para xerar gráficos que axuden a ilustrar o traballo desenvolvido e o uso dun editor de ecuacións para escribir expresións matemáticas. Para resolver o problema, a ese coñecemento puramente técnico do uso de programas informáticos únense os coñecementos matemáticos que xa adquiriu o alumnado. Sobre o papel, esas dúas cousas son ou deberían ser suficientes para superar as dificultades asociadas a obter a solución do problema. Pero, en realidade, a situación é máis complexa. Por exemplo, aparecen as dificultades asociadas ao traballo en grupo no que os estudantes deben tomar decisións consensuadas e chegar a acordos no grupo para poder chegar a unha solución do problema, algo ao que, en xeral, non están acostumados. Ou, por exemplo, que a solución atopada polo grupo sexa só a solución atopada por un ou unha integrante do grupo, que asume a responsabilidade da toma de decisións. Ademais, as decisións non sempre serán acertadas e/ou poden aparecer atrancos e dificultades que representen un punto de bloqueo que non lles permita chegar a unha solución correcta.

As dificultades sinaladas e outras influíron no seu momento na decisión do Departamento de realizar guías das actividades. Seguindo unha guía evítanse dificultades que poidan impedir chegar a unha solución pero, como xa se indicou, é inevitable perder elementos importantes. Por exemplo, a guía pode representar un seguimento por pasos dunha estratexia de resolución do problema determinada polo autor da guía. A consecuencia é que resulta innecesario que os estudantes teñan que determinar a estratexia de resolución adecuada e tomar as decisións que levan a solución. Así, pódese criticar o feito de guiar ao alumnado porque evita dificultades e atrancos, pero resolver un problema consiste precisamente niso: en superar dificultades.

A multitude de opcións para presentar o problema ao alumnado provén, precisamente, do debate sobre ata que punto é necesario guíalos nunha actividade centrada ou consistente na resolución de problemas (como é o caso da modelización). Canto menos guiado, xurdirán máis dificultades, atrancos e obstáculos que os estudantes deberán superar. Canto máis guiado, menos dificultades, atrancos e obstáculos que superar pero tamén menos problemático é o problema e, polo tanto, a actividade. Ademais, guiar máis ou menos no proceso de modelización ten influencia en aspectos metodolóxicos importantes. Canto máis guiada sexa a actividade, menos espazo para que se propoñan debates en busca de solucións (en pequeno ou gran grupo) e máis posibilidades de formulala como unha actividade que se pode realizar con éxito de forma individual ou en grupo (en gran grupo, en grupos de 2, de 3 etc.). A todo isto, únese a dificultade de que situación real concreta utilizar e os obxectivos de ensino-aprendizaxe asignados á actividade.

Cada profesor ou profesora debe buscar unha resposta a todas estas cuestións. Esa é a razón fundamental de que as guías das dúas actividades¹ que se amosarán como exemplo non foran as mesmas en tódolos grupos de 2.º da ESO nin en todos os grupos de 1.º de Bacharelato. De feito, nalgún grupo de 2.º da ESO e 1.º de Bacharelato nin sequera se utilizou a mesma situación real como xerme da actividade. É dicir, as guías que se presentarán a continuación son as guías dun profesor concreto. De feito, resulta case inevitable que un profesor ou profesora que lea isto e decida usar a mesma situación real ou unha similar, opte por unha guía diferente.

Neste caso, as dúas actividades realizáronse en grupos de 4 persoas como máximo. A composición dos grupos decidírona os propios alumnos e alumnas.

Como xa se indicou, a actividade era un dos instrumentos de avaliación polo que resulta conveniente que cada grupo entregue un documento onde proporcione unha resposta ás tarefas ou cuestións propostas na guía. Así, a guía da actividade divídese en apartados e cada apartado ten unha valoración concreta. As valoracións de cada apartado realízanse en forma de número, de forma que a suma da valoración de tódolos apartados sexa 10.

A guía da actividade submínistrase ao alumnado a comezos do trimestre. Explicase a actividade usando a guía durante unha clase e impártense os coñecementos necesarios para poder facer as tarefas especificadas na guía nunha ou dúas clases, dependendo da cantidade de coñecementos que debe adquirir e a súa complexidade. Normalmente, nesas clases inténtase que o alumnado adquira un dominio básico no uso de programas ou recursos informáticos (editor de ecuacións, folla de cálculo, GeoGebra, Gimp etc.). Adócanse 4 ou 5 clases a que os grupos fagan o traballo (cos ordenadores Edixgal ou na aula de Informática) e fíxase unha data de entrega do traballo ao cabo de aproximadamente un mes. A entrega do traballo e os arquivos asociados realízase a través da aula virtual. Ademais, e para facilitar a corrección dos traballos, o alumnado entrega unha copia impresa. Unha vez corrixis e avaliados, devólvenselles aos grupos e dispoñen dun mes máis para corrixir e mellorar o traballo. A nota do traballo é a nota dos alumnos e alumnas do grupo neste instrumento de avaliación (15 % da nota global).

A actividade de 2.º da ESO

A actividade ten un precedente nunha actividade consistente en facer unha estimación do volume de madeira dun recinto arborizado (a guía desa actividade atópase no mesmo cartafol de Google Drive que contén as outras guías de actividades).

O título da actividade xa indica as dúas partes fundamentais nas que se divide:

- › Calcular a altura dun obxecto. Concretamente a altura dun farol do patio do instituto.
- › Usar esa altura nunha situación real que precisa dese dato. Concretamente, o número de farois que sería necesario instalar para iluminar ambos os lados da rúa na que se atopa o instituto.

Cada un deses dous apartados fundamentais, que teñen unha valoración de 5 puntos cada un, subdivídense en subapartados.

A primeira parte da actividade consiste en medir a altura dun farol. Neste caso, para medir a altura do farol usouse unha cinta métrica para medir distancias e un sextante para medir o ángulo de elevación do alto do farol. Úsanse sextantes² porque o instituto dispón dun número suficiente deles. Poderíase calcular a altura do farol construindo clinómetros ou cuadrantes, usando unha regra (e utilizando a semellanza de triángulos), medindo sombras ou, mesmo, usando unha app que permita medir alturas directamente.

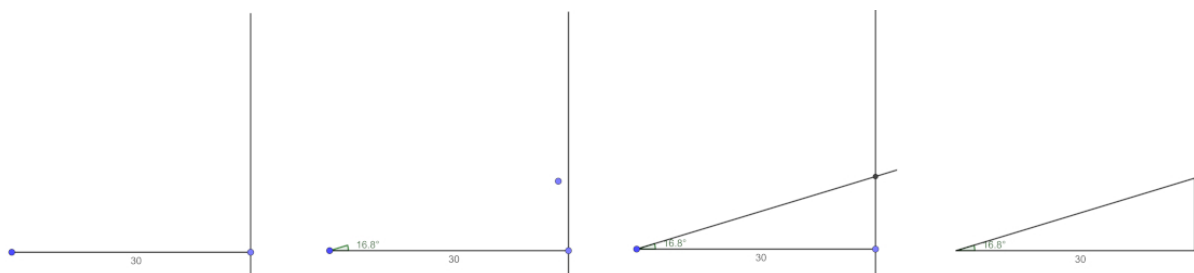


Figura 3: Determinación de altura usando GeoGebra.

Como o alumnado de 2.º da ESO non dispón de coñecementos de trigonometría, o cálculo da altura realizouse usando GeoGebra (figura 3).

Para iso:

- 1.º Trazaron un segmento de lonxitude igual á distancia desde un punto do patio á base do farol (na guía figura a opción de medir unha distancia e dous ángulos pero ningún grupo optou por seguir ese sistema).
- 2.º Trazaron unha perpendicular a ese segmento.
- 3.º Trazaron o ángulo medido co sextante.
- 4.º Determinaron o punto de corte da liña que determina o ángulo e a perpendicular.
- 5.º Trazaron o segmento que une o punto anterior co punto que se identifica no esquema coa base do farol. A lonxitude dese segmento proporciona o dato de altura do farol.

Neste apartado (5 puntos), debían medir unha distancia e o ángulo de elevación do farol, xerar un esquema con eses datos sobre unha fotografía onde se observe o farol, outro esquema sen esa fotografía e, por último, determinar a altura do farol. Unha vez rematada a clase para tomar as medidas no patio, cada un dos grupos debía entregar nunha folla os datos de distancia e ángulo. Na avaliación do traballo, estimábase que o resultado da determinación da altura era adecuado se o erro respecto ao valor real era de menos de 50 cm.

Unha vez obtida a altura, ese dato debía usarse para determinar a distancia entre dous farois contiguos e o número de farois necesario para iluminar a rúa, de 205 m de lonxitude, por ambos os lados (4 puntos). Suponse que os farois son farois led e que o ángulo de apertura do led é un dos habituais (110°). Neste apartado debían incluír tres esquemas: un no que debía aparecer a separación que debía existir entre dous farois, outra na que aparecese a altura do farol, o ángulo de iluminación do led e a lonxitude da rúa iluminada por un farol e, por último, un esquema con dous farois contiguos e a lonxitude da rúa iluminada por eses dous farois. Neste apartado, o alumnado debía darse de conta de que para iluminar correctamente a rúa, os feixes de luz tiñan que superpoñerse. De seguido, inclúese un esquema onde se observa a área iluminada por dous farois de altura a altura do farol e de forma que os feixes de luz se cruzan a unha distancia de 2 m do chan (figura 4).

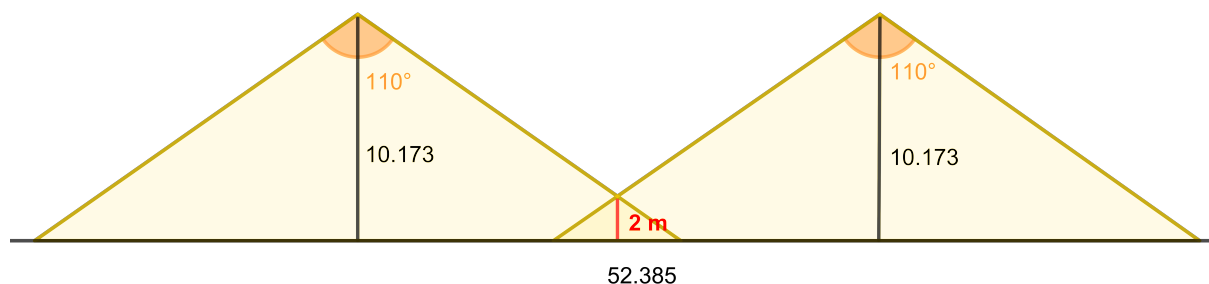


Figura 4: Esquema de área iluminada por dous farois.

A actividade de 1.º de Bacharelato

A actividade poderíase incluír dentro dun conxunto de actividades consistentes en establecer a forma na que se relacionan dúas magnitudes físicas no contexto dun experimento. Esa forma de relación será, no mundo matemático, unha función real de variable real. O número de exemplos deste tipo, de situacións que se poden propoñer como actividade, é considerable e moitos deles forman parte de experimentos que se realizaron no pasado e que se realizan actualmente nas clases de Física ou Química. No noso caso, realizáranse anteriormente dúas actividades relacionadas: a busca da relación entre tempo e desprazamento dun obxecto que se deixa caer por un plano inclinado e o tempo e desprazamento do movemento dun balón lanzado, por exemplo, por un xogador de baloncesto.

Pero non foron as únicas actividades deste tipo que se propuxeron. Por exemplo, realizáronse actividades para establecer a relación entre a lonxitude que se alonga un resorte e o peso que se colga do resorte, da relación entre tempo e temperatura dun líquido quente previamente, da forma da onda

de son que emite un diapasón, de como se relaciona o diámetro dunha mancha de aceite en auga e o volume de aceite e do tempo e desprazamento dun coche solar e dun coche a pilas³.

Neste caso, a situación proposta é o movemento dun paxaro no xogo de Angry Birds. Para obter os datos de movemento, utilízase o programa Tracker. Para o uso dos conxuntos de datos que proporciona Tracker e a obtención das funcións que relacionan eses conxuntos de datos úsase GeoGebra⁴.

A actividade divídese en tres partes claramente diferenciadas.

A primeira consiste en describir que é un parámetro no ámbito concreto das funcións matemáticas e determinar unha altura do tiracroio no xogo Angry Birds (dato que se usará en Tracker).

Na segunda parte úsase o programa Tracker para obter os datos de tempos e desprazamentos verticais e horizontais e, usando GeoGebra, as funcións que axustan eses conxuntos de datos. Para obter os datos en Tracker, en primeiro lugar hai que fixar un sistema de eixes cartesianos, unha medida de lonxitude coñecida (que será a altura do tiracroio) e o tramo do vídeo que será analizado (figura 5).

A continuación, hai que proporcionar ao programa o patrón de búsqueda e xerará os datos de tempos e desprazamentos horizontais e verticais (figuras 6 e 7).

Poderíase usar o programa para que xere as funcións de axuste correspondentes aos tres grupos de datos (tempo – desprazamento horizontal; tempo – desprazamento vertical; desprazamento horizontal – desprazamento vertical) porque o programa inclúe ferramentas para facelo. Pero non se usarán esas ferramentas. A razón fundamental é que, se se utilizan, obtense o modelo da situación real, sen obter o modelo no mundo matemático e sen necesidade de interpretar a solución matemática no contexto do mundo extramatemático. É dicir, suprimense pasos do ciclo de modelización. Esa supresión impide un enfoque da actividade con obxectivos centrados no uso das funcións matemáticas para xerar modelos e, como consecuencia, introducir na actividade conceptos e nocións considerados fundamentais nos obxectivos da actividade (parámetros en funcións, familias de funcións, variables funcionais etc.). Desafortunadamente, a limitación do uso da ferramenta tecnolóxica resulta un elemento fundamental. Como veremos a continuación, tamén se van limitar as posibilidades que ofrece GeoGebra como ferramenta tecnolóxica.

Unha vez que se obtivo a táboa de datos en Tracker, expórtase esa táboa a unha folla de cálculo de GeoGebra e, escollendo dúas columnas, xéranse os puntos nos eixos. Decídese que tipo de función se axusta aos puntos, introdúcense esvaradores e xérase a función de axuste dos datos (figuras 8 e 9).

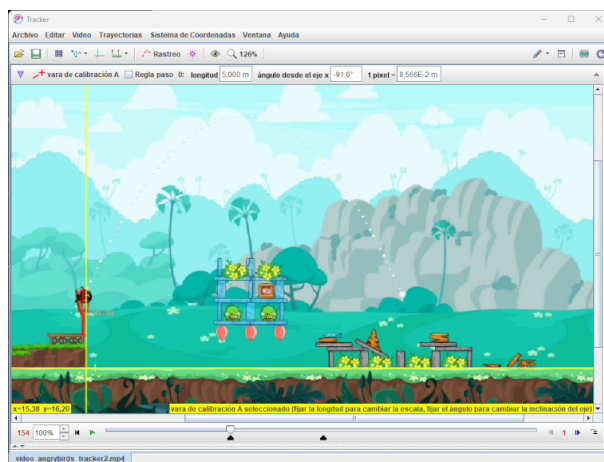


Figura 5: Tracker. Eixos cartesianos e vara de calibración (5 m).

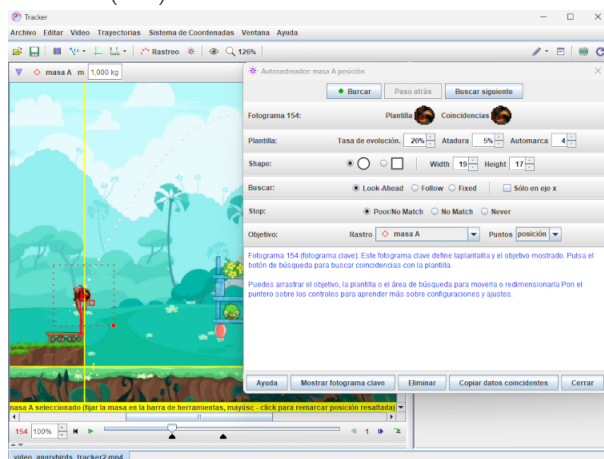


Figura 6: Tracker. Patrón de búsqueda.

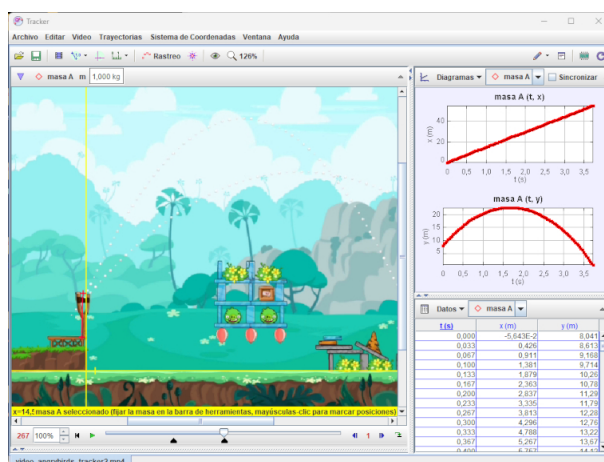


Figura 7: Tracker. Táboa de datos.

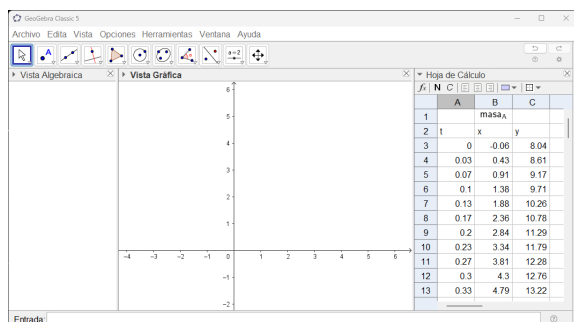


Figura 8: GeoGebra. Datos importados de Tracker.

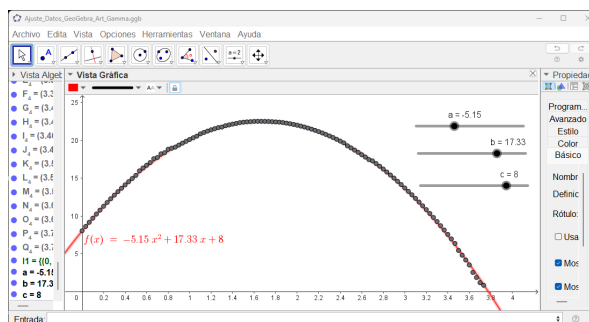


Figura 9: GeoGebra. Esvaradores e función de axuste.

Neste intre, usáronse, por esa orde, a representación tabular, gráfica e de expresión analítica do concepto de función. Algo pouco habitual, porque o habitual ata ese momento para o alumnado é o uso da expresión analítica para obter a representación tabular e, posteriormente, a representación gráfica. É dicir, a actividade segue un proceso de uso de representacións do concepto de función máis fiel ao xurdimento e uso histórico desas representacións.

Como en Tracker, poderíanse ter usado en GeoGebra as ferramentas para obter a función de axuste dos puntos sen necesidade de introducir esvaradores e unha función dependente deses esvaradores ou parámetros. A razón de limitar as posibilidades da ferramenta tecnolóxica é a xa indicada: utilizar a forma da familia de funcións adecuada ($f(x) = ax^2 + bx + c$ no caso da figura 9) e usar os esvaradores para determinar a función concreta que axusta os datos. A razón das limitacións ao uso de recursos tecnolóxicos imposta na guía da actividade ten o seu reflexo na última parte da actividade.

Unha vez obtidas as tres funcións que axustan os conxuntos de datos, dispónse de tres funcións e tres expresións. As tres funcións representan o modelo e a solución ao problema matemático e, polo tanto, a solución no mundo das matemáticas. As tres expresións obtéñense directamente das tres funcións identificando variables matemáticas con variables físicas e representan o modelo e a solución no mundo extramatemático. O paso das funcións ás expresións é sinxelo. En Tracker, as variables son físicas pero, en GeoGebra, son as variables matemáticas x e y . Obtidas as funcións en GeoGebra, a obtención das expresións consiste en facer o proceso inverso ao realizado no paso dos datos de Tracker a GeoGebra, identificando as variables matemáticas x e y con variables físicas.

Cada unha das funcións e expresións teñen as súas variables, parámetros, dominios, percorridos etc. A última parte da actividade céntrase neses coñecementos fundamentais asociados ás funcións pero tamén no uso dos modelos obtidos para responder preguntas asociadas á situación inicial. Faise notar que, sen impoñer esa limitación ao uso dos recursos tecnolóxicos, é probable que as cuestións propostas na parte final da actividade fosen diferentes. Da lectura e análise das respostas do alumnado, pódense obter conclusións valiosas sobre o seu dominio de conceptos e nocións fundamentais en matemáticas (figura 10). Esas conclusións de falta de dominio de conceptos e nocións poden levar á necesidade de aclarar, afianzar, revisar etc. na aula eses conceptos e nocións xa estudados, pero usando como medio unha actividade xa realizada.

c) ¿Cuáles son las variables de las funciones matemáticas que has obtenido?

m= pendiente.

n= ordenada en el origen.

a= define el sentido de la parábola siendo esta cóncava o convexa.

b= dependiendo de su valor mueve los brazos de la parábola en negativo o en positivo.

c= corresponde a la ordenada en el origen en las parábolas.

Figura 10: Traballo do 2.º trimestre. Variables do modelo. Resposta dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Pero para poder facelo, previamente hai que realizar o análise das respostas. Pode resultar valioso, pero require investir traballo e esforzo. Cada docente terá que tomar a decisión en función da súa valoración das vantaxes e inconvenientes.

Vantaxes e inconvenientes desde o punto de vista do alumnado

As principais vantaxes e dificultades da realización deste tipo de actividades desde o punto de vista do alumnado xa se mencionaron no terceiro apartado, pero de seguido mencionaranse algunhas especialmente presentes nas actividades propostas.

En xeral, o alumnado valora positivamente a realización deste tipo de actividades. Considera que facelas facilita a adquisición de novos coñecementos que, aínda que pode que non lle resulten útiles nestes momentos, lles resultarán útiles no futuro (figura 11 e 12).

La verdad nos gustó aprender a usar algo nuevo. Nosotras disfrutamos mucho haciendo este trabajo y aprendimos cosas nuevas y útiles.

Figura 11: Traballo do 3.º trimestre. Opinión dun grupo de alumnas de 2.º da ESO.

esto es muy importante ya no tanto para el instituto, que también, si no para la vida misma, y por eso este tipo de trabajos son imprescindibles, y aunque nos cueste hacerlos al final del día son de agradecer.

Figura 12: Traballo do 1.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Recoñecen que realizar o traballo lles resultou difícil. Entre as razóns desa dificultade inclúese a falta dunha boa organización do grupo no primeiro traballo, pero esa razón desaparece nos traballos posteriores. De forma xeneralizada, as maiores dificultades que mencionan son as relacionadas co uso de ferramentas tecnolóxicas que non teñen usado con anterioridade ou que non dominan, como a folla de cálculo, GeoGebra, Tracker, editor de ecuacións, sextante etc. Pero, ao mesmo tempo, valoran rematar dominándoas como algo positivo, tanto pola súa utilidade presente ou futura como porque representa unha demostración de que poden superar as dificultades con esforzo e traballo (figuras 13, 14 e 15).

Hemos aprendido bastante en respecto al Excel, ya que como he dicho antes, es una herramienta muy útil a la que no estábamos acostumbrados a su uso, considero que el aprendizaje sobre ello es bastante relevante y es algo que nunca antes habíamos tenido,

Figura 13: Traballo do 1.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Las mayores dificultades que hemos encontrado en este trabajo han sido con geogebra, ya que a pesar de ya conocerlo seguimos sin estar muy habituados a su uso y nos ha llevado más tiempo del necesario, a pesar de eso pudimos resolverlo sin demasiados problemas. También fue algo complicado el uso del sextante al principio,

Figura 14: Traballo do 3.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

A lectura dos traballos do alumnado leva a considerar outras dificultades non expresadas por eles.

Por unha banda, están as relacionadas coa organización do traballo. A súa tendencia é a dividir o traballo por apartados entre os e as integrantes do grupo. Despois, límitanse a unir as diferentes partes en que dividiron o traballo. Esa tendencia mantense durante todo o curso, aínda que en 1.º de Bacharelato nótase que traballan máis de forma conxunta conforme avanza o curso, revisando entre todos e todas os diferentes apartados e facendo postas en común de cando en vez. Esa tendencia para dividir o traballo en apartados provoca ás veces tensións no grupo pola falta de traballo ou implicación dalgún membro. Así, resulta habitual que os e as integrantes dos grupos varíen despois do primeiro traballo. Ademais, esa división e a falta dunha boa organización leva a atrasos á hora de facer o traballo, sendo habitual a confección dos traballos ao achegarse a data límite da entrega o que, á súa vez, conleva erros, desorde, diferenzas evidentes na forma de escribir entre apartados, contradicións nos datos usados en dous apartados diferentes, ausencia no traballo dalgún apartado etc. (figuras 16 e 17).

En conclusión, creemos que este traballo no fue una pérdida de tiempo de ningún modo, al contrario, fue un reto que nos enriqueció mucho para mejorar tanto en nuestros conocimientos de matemáticas como en nuestras habilidades de organización.

Figura 15: Traballo do 3.º trimestre. Opinión dun grupo de 1.º de Bacharelato.

Al medir la farola con el sextante a 30 metros, cada una obtuvo un resultado diferente, estos fueron:

Altea: 16° 18'
Lucía: 16° 18'
Melanie: 16° 33'

No coincide con el ángulo en tierra.

Figura 16: Traballo do 3.º trimestre. 2.º de ESO. Datos non coincidentes cos recollidos sobre o terreo.

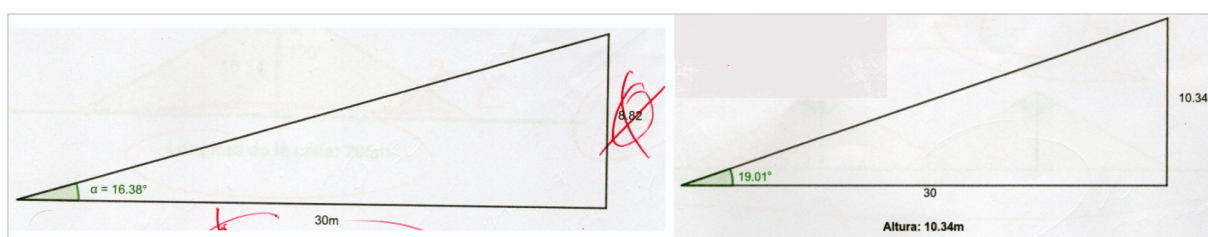


Figura 17: Datos contradictorios nun mesmo traballo (ángulo de elevación diferente).

Outra dificultade que resulta evidente ao ler os traballos refírese a textos ou comentarios que claramente non son obra do alumnado. Unha parte provén dun ‘copia e pega’ de recursos da internet (páxinas web, vídeos, blogs, Intelixencia Artificial etc.) e outra provén da contorna próxima ao alumnado (familiares, coñecidos etc.) (figura 18).

Cuando un sistema se describe mediante ecuaciones, los valores que lo caracterizan se conocen como parámetros. En muchos contextos, llevamos a cabo lo que se conoce como parametrización que sirve para representar distintos elementos matemáticos, como curvas en el plano o en el espacio, trayectorias en movimiento o superficies. Usualmente, se eligen parámetros que varían dentro de un intervalo determinado y permiten definir las coordenadas de los puntos de la curva o superficie en función de estos parámetros.

Figura 18: Uso de textos de fonte externa como resposta a un apartado do traballo.

A razón de que recorran a incluír textos e comentarios que son doutros autores son varias e resulta difícil determinar cales son as fundamentais. Podería pensarse que é porque representa unha forma de aforrar tempo, traballo e esforzos pero resultaría unha simplificación excesiva. Por poñer un exemplo, en xeral os alumnos e alumnas ao ser preguntados polo uso de textos literais doutros non consideran algo negativo usar eses textos ou comentarios porque é unha información dispoñible, incluso no caso en que non cheguen a comprendelos. Sexan cales sexan as razóns, o certo é que o ‘copia e pega’ é unha práctica habitual e que, en xeral, como non é considerada como algo negativo polo alumnado, tende a perpetuarse.

Conclusións

Desde o punto de vista do ensino-aprendizaxe das matemáticas, as vantaxes da realización de actividades de modelización compensan os obstáculos e dificultades. Esa afirmación é certa na reforma LOMLOE e pódese afirmar que é certa tamén no ámbito da didáctica da matemática e para unha parte do profesorado de matemáticas de ensino secundario. Pero non se pode afirmar que sexa certa para o conxunto de profesoras e profesores. Nin sequera se pode afirmar que sexa certa para a maioría.

O problema da introdución da modelización matemática no ensino, de forma que teña a relevancia e importancia que lle concede a reforma, é que a súa introdución depende do profesorado. É dicir, a reforma pode pretender que as actividades de modelización ou outro tipo de actividades sexan algo habitual nas aulas pero se o profesorado non as implementa, simplemente será un desexo que nunca se converterá en realidade. Para que esa implementación sexa algo habitual en todas ou na maioría das aulas dos centros de ensino, faise necesario superar os obstáculos e dificultades xa mencionados por Blum e Niss [1]. Entre eses obstáculos e dificultades, destacan os vinculados aos obxectivos asignados á modelización matemática e os vinculados á organización escolar. A reforma vincula os obxectivos da modelización matemática á adquisición de competencias. O profesorado é posible que tamén a vincule á adquisición de competencias pero pode que lle asigne outros obxectivos. A variedade deses obxectivos asignados á modelización é considerable, tal e como demostra a diversidade de perspectivas sinaladas, por exemplo, por Kaiser e Sriraman [4]. Para empezar, esa duplicidade de obxectivos obriga ao profesorado a chegar a un equilibrio entre os obxectivos para a modelización da reforma e os obxectivos propios. Esa procura de equilibrio pode parecer algo sinxelo de conseguir pero non o é. Se o fose, podería chegarse a un equilibrio tamén entre as diferentes perspectivas sobre a modelización. É evidente que non resulta sinxelo buscar o equilibrio entre dúas perspectivas diferentes. Moito menos sinxelo será atopar un equilibrio entre todas.

A iso súmanse outros obstáculos, dificultades ou limitacións. Por exemplo, o aumento da carga de traballo e dedicación, o número de estudantes por grupo, o número de horas semanais dedicadas ás matemáticas, o acceso aos laboratorios e ás aulas de informática, as dificultades administrativas para realizar actividades fóra da aula etc. Todo iso leva a que á hora de propoñer realizar unha actividade de modelización, interveñan multitude de cuestións, obstáculos, dificultades e limitacións ás que o profesorado debe dar resposta.

Decidir levar á aula unha soa actividade de modelización implica tomar decisións directamente relacionadas co tipo de actividade de modelización e cos seus obxectivos. Por exemplo: podo realizala e dedicar horas de clase tendo en conta a cantidade considerable de contidos que debo impartir en todo o curso? Que obxectivos terá a actividade? Que actividade concreta realizo? A actividade presentárase ao alumnado cun enunciado curto, cunha guía cuns poucos apartados para realizar a actividade, cunha guía que os leve paso a paso desde o inicio do proceso ao final? Organizo ao alumnado para que realice a actividade de forma individual, en pequeno grupo, en gran grupo? Como avalío o traballo do alumnado e que peso terá na avaliación de cada un?

En definitiva, o número de obstáculos e dificultades é considerable e, en moitos casos, non son fáciles de superar. Pouco importará a importancia que lles conceda a reforma. A reforma pode impulsar ou potenciar o seu uso pero non representará a razón fundamental da súa introdución. Se se introducirán ou non de forma real nas aulas dependerá da decisión dos profesores e profesoras sobre se as vantaxes superan os obstáculos e dificultades ou non. Se un profesor ou profesora chega á conclusión de que as vantaxes da realización de actividades de modelización superan os obstáculos e dificultades, tentará implementar actividades de modelización na aula, superando eses obstáculos e dificultades. Pero esa afirmación provirá dun período de reflexión e toma de decisións previo realizado desde o coñecemento de que é unha actividade de modelización, que vantaxes ofrece e que obstáculos e dificultades presenta. Sen esa reflexión e toma de decisións, non será posible decidir se as vantaxes superan os obstáculos e dificultades ou pola contra se as vantaxes non superan os obstáculos e dificultades.

Ante isto, xorde unha pregunta evidente: como conseguir que a maioría do profesorado realice ese proceso de reflexión e toma de decisións?

A proposta habitual para conseguilo é mediante cursos de formación. Pero, é suficiente realizar cursos de formación sobre modelización matemática no ensino para conseguilo?

Ambas son cuestións que non son sinxelas de contestar. Pero se se quere que as actividades de modelización e outro tipo de actividades sexan unha realidade nas aulas, tarde ou cedo haberá que darlles resposta.

Referencias bibliográficas

- [1] Blum, W. e M. Niss (1991): "Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State Trends and Issues in Mathematics Instruction", *Educational*

Studies in Mathematics, 22, pp. 37–68.

- [2] Blum, W. e D. Leiss (2007): “How do students and teachers deal with mathematical modelling problems?”, en C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, e S. Khan, ed., *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, Chichester, Horwood Publishing, pp. 222-231.
- [3] Blum, W. e R. Borromeo-Ferri (2009): “Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?”, *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), pp. 45-58.
- [4] Kaiser, G. e B. Sriraman (2006): “A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education”, *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 38 (3), pp. 302-310.
- [5] Gallart, C., García-Raffi, L. e I. Ferrando (2019): “Modelización matemática en la educación secundaria: manual de uso”, *Modelling in Science Education and Learning*, 12 (1), pp. 71-86.

Referencias en liña

- [6] INECSE (2004): “Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas” (Tradución ao español da publicación orixinal da OCDE: “The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills.”): https://www.oecd.org/es/publications/marcos-teoricos-de-pisa-2003_9789264065963-es.html (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).
- [7] MECD (2013): “Marco y pruebas de evaluación de PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias” (Tradución ao español da publicación orixinal da OCDE: “PISA 2012 Assessment and Analytical Framework Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy”): https://www.libreria.educacion.gob.es/libro/marcos-y-pruebas-de-evaluacion-de-pisa-2012-matematicas-lectura-y-ciencias_179747/edicion/pdf-177709/ (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).
- [8] Boletín Oficial del Estado del 30 de marzo de 2022: “Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria.” <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2022-4975> (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).
- [9] Boletín Oficial del Estado del 6 de abril de 2022: “Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato.” <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-2022-5521> (Última revisión da ligazón: 14-08-2025).

Notas

- 1. Poden consultarse as guías das actividades entregadas ao alumnado na seguinte ligazón (2.º da ESO: 3.º trimestre. 1.º de Bach: 2.º trimestre): [Dispoñible nesta ligazón](#). Nesa mesma carpeta de Google Drive poden consultarse as guías das actividades doutros trimestres do curso 2024-2025 e algúns exemplos de guías de outros anos.
- 2. Dispónse de sextantes gracias a un proxecto que consistía precisamente en xerar sextantes de forma sinxela e cun custo por sextante asumible. A seguinte canle de YouTube inclúe vídeos relacionados co uso deses sextantes. Na descrición da canle inclúese unha ligazón a unha carpeta de Google Drive con información sobre o proxecto. https://www.youtube.com/channel/UC56EdqZ2EP83WU_6q0KuJRw
- 3. Na carpeta de Google Drive pode consultarse a guía da actividade realizada polo profesor Jose Luís Rodríguez Alonso (ano 2019, 3.º da ESO) sobre o movemento dun coche solar.
- 4. Para o uso de Tracker, a guía inclúe a ligazón a un videotutorial. Para o uso de GeoGebra, a guía inclúe outro enlace. <https://www.youtube.com/watch?v=deOqODkcww8&t=125s> <https://www.youtube.com/watch?v=2bla7F79IkQ>

Jose Benito Búa Ares

IES Sánchez Cantón (Pontevedra)

[<bua@edu.xunta.gal>](mailto:bua@edu.xunta.gal)